

Harjutusülesandeid

Tartus, 27. oktoobril 1996

1. Millise vähima n väärtuse korral leidub n täisarvuliste koordinaatidega punkti hulgas alati kolm niisugust punkti, mille poolt moodustatud kolmnurga pindala on täisarv (võib olla 0)?
2. Teatريفestivalil osaleb 11 truppi. Igal festivalipäeval annavad mõned trupid etendusi ja ülejäänud kasutavad vaba aega oma kolleegide etenduste vaatamiseks. Leia vähim võimalik festivalipäevade arv, kui festivali lõpuks on iga trupp näinud iga ülejäänud trupi vähemalt üht etendust.
3. Tasandil võetakse 30 punkti nii, et neist mistahes kahe vahekaugus on vähemalt 1. Seejärel valitakse välja suurim võimalik punktide alamhulk T , nii et mistahes kahe hulka T kuuluva punkti vahekaugus on vähemalt $\sqrt{3}$. Milline on vähim võimalik punktide arv hulgas T ?
4. Milliste n väärtuste korral saab hulga $\{1, 2, \dots, n\}$ jaotada viieks paari-kaupa mittelõikuvaks alamhulgaks, mille elementide summad on kõik võrdsed?
5. Millise vähima arvu 3×5 ristkülikutega saab katta 26×26 ruudu (ristkülikud võivad osaliselt üksteist katta ja ulatuda üle ruudu servade)?
6. Kuidas paigutada 8 punkti tasandile nii, et ükski viisik neist ei oleks mingi kumera viisnurga tippudeks?
7. Arvud 1 kuni n on paigutatud $1 \times (n + 1)$ mänguvälja ruutudesse (üks ruut jääb tühjaks). Igal käigul võime suvalise arvu ümber paigutada tühjale ruudule, kusjuures eesmärgiks on saavutada arvude loomulik järjestus (s.t. arv 1 on esimesel ruudul, arv 2 teisel ruudul, ..., arv n eelviimasel ruudul, viimane ruut on tühi).
Leia suurim võimalik vajalike käikude arv (ja vastav arvude algpaigutus), kui
 - a) $n = 5$;
 - b) $n = 1996$.