

# Ülesandeid koduseks lahendamiseks

2. komplekt

12. aprill 2000. a.

**Ülesanne 1.** Lahenda võrrandisüsteem

$$\begin{cases} (x-1)(y^2+6) = y(x^2+1) \\ (y-1)(x^2+6) = x(y^2+1), \end{cases}$$

kus  $x$  ja  $y$  on reaalarvud.

**Ülesanne 2.** Olgu  $(a_n)$  selline positiivsete täisarvude jada, et

$$a_n = a_{n-1}^2 + a_{n-2}^2 + a_{n-3}^2$$

iga  $n \geq 3$  korral. Tõesta, et kui  $a_k = 1997$ , siis  $k \leq 3$ .

**Ülesanne 3.** Leia kõik algarvupaarid  $(p, q)$ , mille korral  $p^3 - q^5 = (p + q)^2$ .

**Ülesanne 4.** Tõesta, et kui kümme punkti asuvad kõik ringis, mille diameeter on 5, siis leiduvad nende seas kaks punkti, mille vaheline kaugus on väiksem kui 2.

**Ülesanne 5.** Antud on  $m \times n$  ruudustik ja kolm värvi. Vaja on värvida kõik ühikruutude küljed ära nii, et igal ühikruudul on kaks külge üht värvi ja kaks külge teist värvi. Mitmel erineval viisil on võimalik ruudustikku ära värvida?