

# Ülesandeid iseseisvaks lahendamiseks

Tähtaeg: 15. veebruar

1. Leia neli harilikku murdu  $\frac{a_1}{b_1}$ ,  $\frac{a_2}{b_2}$ ,  $\frac{a_3}{b_3}$  ja  $\frac{a_4}{b_4}$ , mille ükski lugeja ega nimetaja pole väiksem arvust 2 ega suurem arvust 8, nii et kehtiksid võrratused

$$\frac{7}{9} < \frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \frac{a_3}{b_3} < \frac{a_4}{b_4} < \frac{8}{9}.$$

2. Leia kõik arvud  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  ja  $e$ , mille korral

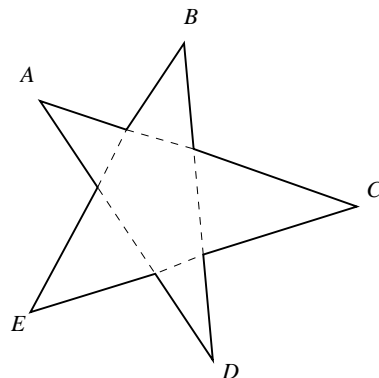
$$\begin{cases} a + b + c + d + e = 2000, \\ a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + bc + cd + de + ea. \end{cases}$$

3. Leia kõik algarvude  $x$ ,  $y$ ,  $z$  kolmikud, mille korral kehtib võrdus  $x^y + 1 = z$ .
4. Tähistagu  $S(n)$  positiivse täisarvu  $n$  numbrite summat (ristsummat). Näiteks arvu 135 korral  $S(135) = 1 + 3 + 5 = 9$ . Olgu  $a_1 = 1$ . Arvud  $a_2, a_3, \dots, a_{k+1}, \dots$  leitakse järgmise eeskirja kohaselt:

$$\begin{aligned} a_2 &= S(S(a_1) + a_1), \\ a_3 &= S(S(a_2) + a_2), \\ &\dots \\ a_{k+1} &= S(S(a_k) + a_k), \\ &\dots \end{aligned}$$

Millist positiivset täisarvu tähistab

- a)  $a_{10}$  ;  
b)  $a_{1999}$  ?
5. Kolmnurgas  $ABC$  paikneb poolring, mis puudutab külge  $AB$  ning mille küljega  $AB$  paralleelse diameetri otspunktid asuvad külgedel  $AC$  ja  $BC$ . Leia poolringi raadius, kui  $|AB| = a$  ja küljele  $AB$  tõmmatud kõrguse pikkus on  $h$ .
6. Leia joonisel toodud tähtviisnurga  $ABCDE$  tippude juures olevate teravnurkade summa.



7. Kolmnurga  $ABC$  aluse  $AB$  pikkus on  $a$  ning tipust  $C$  tõmmatud kõrgus  $h$ . Kolmnurga sisse on joonestatud ristkülik  $KLMN$  nii, et tema külg  $MN$  asub kolmnurga küljel  $AB$ , tipp  $K$  küljel  $AC$  ja tipp  $L$  küljel  $BC$ . Leia ristküliku mõõtmed, kui tema pindala moodustab  $p$  protsenti kolmnurga pindalast. Milline võib olla arvu  $p$  suurim väärtus?
8. Kaks korvpallimeeskonda, üks Skandias ja teine Landias, on turniiri jooksul pidanud 11 mängu. Mängud toimuvad vaheldumisi kord ühel, kord teisel maal. Viiel korral üheteistkümnest on võitnud külalised, kuuel korral väljakuperemehed. Hetkel juhib turniiri Skandia võistkond mängude suhtega  $7 : 4$ . Kummal maal toimub järgmine, kaheteistkümnest, mäng?