

## Kodused ülesanded 1997/98 õppeaastal, 4. komplekt

Tähtaeg: 5. veebruar 1998

1. Kas tasandil leidub selline  $n$  punktist ( $n \geq 3$ ) koosnev hulk  $A$ , et
  - a) ükski hulka  $A$  kuuluvate punktide kolmik ei asu ühel sirgel;
  - b) mistahes kolme hulka  $A$  kuuluva punkti korral on ka läbi nende punktide joonestatud ringjoone keskpunkt hulgas  $A$ ?
2. Tasandil on antud 1997 punkti. Tõesta, et nende kõikvõimalike paaride vaheliste kauguste hulk sisaldab vähemalt 32 erinevat arvu.
3. Tasandil on antud  $n$  punkti ( $n \geq 5$ ) nii, et ükski antud punktide kolmik ei asu ühel sirgel. Jaan ja Peeter mängivad järgmist mängu. Kordamööda valib kumbki neist kaks punkti, mis pole veel sirglõiguga ühendatud, ning ühendab need punktid sirglõiguga. Mäng lõpeb, kui iga punkt on vähemalt ühe lõigu otspunktiks, kusjuures võidab mängija, kes teeb viimase käigu. Jaan teeb esimese käigu. Leia kõik  $n$  väärtused, mille korral Jaan suudab võita Peetri suvalise vastumängu korral.
4. Tasandil on antud 100 punkti nii, et ükski antud punktide kolmik ei asu ühel sirgel. Kahte punkti läbivat sirget nimetame antud punktisüsteemi *mediaaniks*, kui sellest mõlemale poole jääb sama arv punkte. Leia süsteemi mediaanide vähim võimalik arv ning too näide, mille korral see arv realiseerub.
5. a) Sirgel  $l$  on antud  $n$  punast ja  $n$  sinist punkti. Tõesta, et sirgel  $l$  leidub selline punkt  $M$ , et punkti  $M$  ja punaste punktide vaheliste kauguste summa võrdub punkti  $M$  ja siniste punktide vaheliste kauguste summaga.
  - b) Kas sarnane väide kehtib mistahes  $n$  punase ja  $n$  sinise punkti jaoks tasandil?