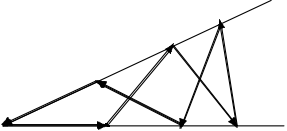


Ülesandeid Sloveenia 1997.a. olümpiaadidelt

1. Ringjoone raadius on 15 ühikut ning punkt P asub 9 ühiku kaugusel selle keskpunktist. Mitu erinevat punkti P läbivat täisarvulise pikkusega kõõlu saab sellele ringjoonele tõmmata?
2. Olgu k positiivne täisarv. Tõesta, et $2k+1$ on kordarv siis ja ainult siis, kui leiduvad niisugused positiivsed täisarvud m ja n , et $k = m + 2mn + n$.
3. Kirp teeb seitse ühepikkust hüpet, nagu näidatud kõrvaloleval joonisel, alustades hüppamist nurga tipust ja jõudes pärast seitsmendat hüpet sinna tagasi. Leia nurga suurus.
4. Tasand läbib 27 ühikkuubist koosneva $3 \times 3 \times 3$ kuubi keskpunkti ja on risti ühega kuubi diagonaalidest. Mitut ühikkuupi see tasand lõikab?
5. *Fibonacci jada* $\{f_n\}$ defineeritakse tingimustega $f_1 = f_2 = 1$ ja võrdusega $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$ iga positiivse täisarvu n korral. Tõesta, et Fibonacci jada 1005. liige jagub arvuga 10, ent ei jagu arvuga 100.
6. Leia kõik reaalarvuliste kordajatega polünoomid $p(x)$, mis rahuldavad iga reaalarvu x korral tingimust $x \cdot p(x) \cdot p(1-x) + x^3 + 100 \geq 0$.
7. Ringjooned \mathcal{C}_1 ja \mathcal{C}_2 puutuvad teineteist väliselt punktis A ning puutuvad kolmandat ringjoont \mathcal{C} seestpoolt vastavalt punktides A_1 ja A_2 . Olgu P ringjoonte \mathcal{C}_1 ja \mathcal{C}_2 punktis A tõmmatud ühise puutuja üks lõikepunkt ringjoonega \mathcal{C} ning olgu B_1 sirge PA_1 teine lõikepunkt ringjoonega \mathcal{C}_1 ja B_2 sirge PA_2 teine lõikepunkt ringjoonega \mathcal{C}_2 . Tõesta, et sirge B_1B_2 on ringjoonte \mathcal{C}_1 ja \mathcal{C}_2 ühine puutuja.