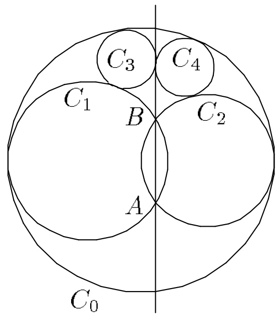
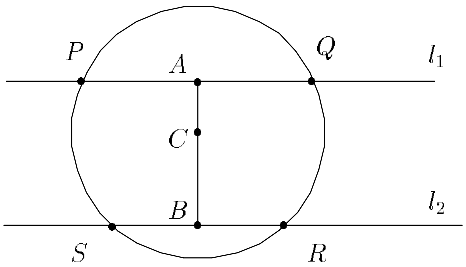
Kodused ülesanded "Balti Tee '96" võistkonna liikmetele.

1. Joonisel kujutatud ringjoonte C_0 , C_1 ja C_2 keskpunktid on ühel sirgel, ringjoonte C_1 ja C_2 lõikepunktid on A ja B . Ringjooned C_3 ja C_4 puutuvad sirget AB , ringjoont C_0 ning vastavalt ringjooni C_1 ja C_2 . Tõesta, et ringjoonte C_3 ja C_4 raadiused on võrdsed.



2. Joonisel on kujutatud paralleelsed sirged l_1 ja l_2 ja nendega risti olev lõik AB . Ringjoon $\mathcal{C}$, mille keskpunkt C asub lõigul AB ja raadius on suurem kui lõigu AB pikkus, lõikab sirgeid l_1 ja l_2 vastavalt punktides P , Q , R ja S . Tõesta, et avaldise $|PR| \cdot |PS|$ väärtus ringjoone $\mathcal{C}$ fikseeritud raadiuse korral ei sõltu punkti C valikust.



3. Olgu antud ruudustik mõõtmetega $m \times n$, mille sõlmed on nummerdatud arvupaaridega (k, l) , kus $0 \leqslant k \leqslant m$ ja $0 \leqslant l \leqslant n$. Lubatud käigud on sõlmest (k, l) sõlme $(k+1, l)$ ja sõlmest (k, l) sõlme $(k, l+1)$. Ruudustikust eemaldatakse sõlm koordinaatidega (i, j) , mis ei ühti sõlmedega $(0, 0)$ ega (m, n) , nii et seda sõlme pole enam võimalik läbida. Kui mitmel erineval viisil on seejärel võimalik jõuda sõlmest $(0, 0)$ sõlme (m, n) ?

4. Milliste positiivse täisarvu d väärtuste korral on võimalik värvida kõik täisarvud punaseks ja siniseks nii, et ühegi kahe sinise arvu vaheline kaugus ei oleks 1 ning ühegi kahe punase arvu vaheline kaugus ei oleks d ?

5. Võrrandi $x^4 - px^3 + qx^2 - rx + s = 0$ kolmeks lahendiks on $\tan\alpha$, $\tan\beta$ ja $\tan\gamma$, kus α , β ja γ on mingi kolmnurga nurgad. Leia selle võrrandi neljas lahend.