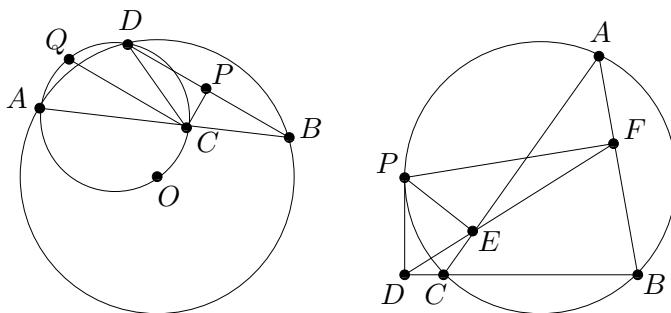


1. Vaatleme joonist 1 vasakul. Me peame tõestama, et kolmnurk BCD on võrdhaarne. Selleks tõmbame nurga BCD poolitaja CP ja näitame, et ta on risti sirgega BD . Tõmbame ka nurga ACD poolitaja CQ , kus Q asub esimesel ringjoonel (ja muuhulgas poolitab kaare AD). Siis $CP \perp CQ$, järelikult $\angle PCD = 90^\circ - \angle DCQ$. Kuna $QDCO$ on kõõlnelinurk, saame $\angle DCQ = \angle DOQ$. Kuna Q on kaare AD keskpunkt, siis $\angle DOQ = \frac{\angle DOA}{2}$. Nüüd aga järeldub kesk- ja piiridenurga omadusest esimese ringjoone jaoks $\frac{\angle DOA}{2} = \angle DBA = \angle DBC$. Kuna CP on nurga BCD poolitaja, siis $\angle PCD = \angle PCB$. Kokkuvõttes oleme tõestanud, et $\angle DBC = 90^\circ - \angle PCB$, kust järeldubki $\angle CPB = 90^\circ$, nagu tarvis oli.

Mõttele järele, kas joonisel 1 esitatud olukord on ainus võimalik või tuleb ülesande lahenduse lõpuleviimiseks veel juhte läbi vaadata?



Joonis 1:

2. Tähistame punktist P tõmmatud ristlõikude aluspunktid vastavalt D , E ja F nii nagu näidatud joonisel 1 paremal.

Kuna lõigud PD , PE ja PF on vastavalt risti sirgetega BC , CA ja AB , siis on $PDCE$, $PEFA$ ja $PDBF$ kõõlnelinurgad, samuti on konstruktsiooni põhjal kõõlnelinurk $PABC$. Tõestamiseks, et punktid D , E ja F asuvad ühel sirgel, piisab näidata, et $\angle CED = \angle AEF$. Kuna $PDCE$ ja $PEFA$ on kõõlnelinurgad, siis saame vastavalt $\angle CED = \angle CPD$ ja $\angle AEF = \angle APF$. Kuna $PDBF$ ja $PABC$ on kõõlnelinurgad, saame $\angle DPF = 180^\circ - \angle CBA = \angle CPA$. Seega

$$\angle CPD = \angle DPF - \angle CPF = \angle CPA - \angle CPF = \angle APF,$$

järelikult ka $\angle CED = \angle AEF$, mida oligi tarvis. Jälle jääb küsimus – kas kõik võimalikud juhud on läbi vaadatud?