

Koduülesanded matemaatikast: 2. komplekt 2005/2006 õa

Ülesandeid arvuteooriast (nooremale rühmale)

Tähtaeg: 15. jaanuar 2006

1. Leia kõik sellised positiivsete täisarvude paarid (m, n) , et

$$\frac{3}{m} + \frac{5}{n} = 1.$$

2. Kas leidub täisarvuliste küljepikkustega täisnurkne kolmnurk, mille mõlema kaateti pikkus on algarv?
3. Kas leidub positiivne täisarv n järgmise omadusega: arvu n enda ja arvu n kõigi numbrite summa korrutise numbrite summa on 3?
4. Igale kuubi tahule on kirjutatud positiivne täisarv. Igasse kuubi tippu on kirjutatud arv, mis saadakse selles tipus kohtuvatele tahkudele kirjutatud arvude korrutamisel. Kuubi kõigis tippudes asuvate arvude summa on 70. Leia kuubi kõigil tahkudel asuvate arvude summa.
5. Naturaalarvu $n > 100$ jagati jäägiga arvudega 10, 35 ja 42. Selgus, et 35-ga ja 42-ga jagamisel tekkivate jääkide summa on võrdne 10-ga jagamisel tekkiva jäägiga. Tõesta, et n on kordarv.
6. Mingi 25 naturaalarvu korrutise kümnendesitus lõpeb 25-ga. Tõesta, et nende arvude seast saab välja valida kolm arvu, mille korrutise kümnendesitus lõpeb samuti 25-ga.
7. Leia kõik sellised algarvude paarid (p, q) , et $3p^2 + 5q^4 + 15 = 13p^2q^2$.
8. a) Tõesta, et mistahes 10 positiivse täisarvu hulgast saab eraldada mittetühja alamhulga, mille arvude summa jagub 10-ga.
b) Üldista tõestust juhu $n = 10$ jaoks suvalisele positiivsele täisarvule n .

Märkus: Hulga alamhulk võib sisaldada suvalise arvu esialgse hulga elemente, sh ainult ühe või kõiki.