

Koduülesanded matemaatikast 2004/2005

Komplekt A2

1. Leia kõik algarvud p , mille jaoks leiduvad positiivsed täisarvud n, x, y , nii et

$$p^n = x^3 + y^3.$$

2. Leia kõik funktsioonid $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, mis rahuldavad kõigi reaalarvude x, y korral tingimust

$$f(x^2 - y^2) = (x - y)(f(x) + f(y)).$$

3. Ringjoonte C_1 ja C_2 ühine puutuja puutub ringjoont C_1 punktis P ja ringjoont C_2 punktis Q . Ringjooned lõikuvad punktides M ja N . Tõesta, et kolmnurgad MNP ja MNQ on võrdse pindalaga.

4. Rahuldagu positiivsed reaalarvud x, y, z tingimust $xyz = 32$. Leia avaldise

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + 2z^2$$

vähim võimalik väärtus.

5. a) Leia kümnest positiivsest täisarvust koosnev hulk A , nii et ühegi kuue erineva hulga A elemendi summa ei jagu arvuga 6.

b) Kas leidub sellise omadusega hulk, milles on üksteist elementi?