Bratislava kaugõppekooli ülesanded diskreetsest matemaatikast

Tähtaeg: 4. november 1996

1. Rahvusvahelises noortelaagris kohtusid viis poissi — slovakk, poolakas, rootslane, soomlane ja sakslane — kes räägivad vastavalt l , p , w , f ja g võõrkeelt oma kaaslaste emakeelte hulgast ega valda ühtki muud võõrkeelt. On teada, et $l+p+w+f+g=11$ ja $l=p=3$. Täpselt kolm poistest räägivad rootsi keelt, kolm poola keelt ja kaks soome keelt. Ei leidu küll niisugust keelt, mida valdaksid kõik poisid, kuid rootslase või soomlase lahkudes leidub ühine keel ülejäänud nelja poisi jaoks. Soomlasel ja poolakal on kolm ühist keelt, rootslane aga räägib ainult üht neist kolmest. Slovakk ja rootslane valdavad ainult üht ühist keelt.

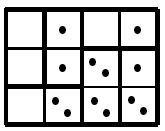
   Tee kindlaks, milliseid keeli valdab iga poiss.

2b. Laagris korraldatud jalgpalliturniirist on teada ainult tulemuste koondtabel:

1.	Prantsusmaa	3	2	1	0	9:1	7
2.	Slovakkia	3	2	1	0	5:1	7
3.	Ungari	3	1	0	2	2:9	3
4.	Poola	3	0	0	3	0:5	0

   Taasta kõikide kohtumiste tulemused (iga võistkond mängis iga vastasega ühe mängu).

3b. Kuus doominokivi täidavad 3×4 ristküliku, kusjuures neil olevad punktid annavad kokku õige liitmistehte:



$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 1\ 2\ 1 \\ \hline 0\ 2\ 2\ 2 \end{array}$$

   Koosta kuuest erinevast doominokivist (mitte tingimata neistsamadest, mis on kujutatud joonisel) analoogiline liitmistehe nii, et summa alumises reas oleks võimalikest vähim.

4b. 8×8 ruudust koosneva malelaua vasakus alumises nurgas paiknevad 3×3 ruuduna üheksa "hüppavat kuningat", mille ainus võimalik käik on hüpe üle mõne teise kuninga vabale ruudule (seega näiteks ruutudel $a1$ ja $c3$ asuvad kuningad ei saa algul liikuda, kuningas ruudult $b3$ aga saab hüpata ruudule $d3$ või $d1$). Kas need kuningad võivad mingi arvu kirjeldatud hüpete järel paikneda 3×3 ruuduna:

   a) malelaua vasakus ülemises nurgas;

   b) malelaua paremas ülemises nurgas?

5b. Riigis on 21 linna, mida ühendavad teatud arvu lennufirmade lennuliinid. Igal lennufirmal on täpselt kümme lennuliini, millest igaüks ühendab täpselt viit linna. Iga linnade paari ühendab vähemalt üks lennuliin. Milline on lennufirmade vähim võimalik arv, mille korral kõik need tingimused saavad olla täidetud?