IMO'11 Eesti võistkonna valikvõistlus

20.–21. aprill 2011 **Esimene päev**

Hindamisskeemid

1. *(Rauno Siinmaa)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Jõutud võrduseni $\frac{|O_1A|}{|O_2A|} = \frac{|O_1L_1|}{|O_2L_2|}$ või kolmnurkade O_1AN_1 ja O_2AN_2 sarnasuseni: 2 p
- Jõutud võrduseni $\frac{|O_1A|}{|O_2A|} = \frac{|L_1K|}{|L_2K|}$: 2 p
- Võrdusest $\frac{|L_1K|}{|L_2K|} = \frac{|O_1L_1|}{|O_2L_2|}$ on jõutud täislahenduseni: 3 p

2. *(Oleg Košik)* Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Korrektselt analüüsitud juhud $m = n$ ja $m = n + 1$: 1 p
- Lisaks esitatud edasiviiv idee juhu $m \leqslant 2n$ jaoks: 2 p

Ülesanne osutus üle ootuste keeruliseks ning toimivaid konstruktsioone üldjuhtude jaoks kahjuks ei esinenud. Ainult kahes töös leidus sõna „induktsioon", kuid ainult selle sõna eest punkte ei saanud.

3. *(Härmel Nestra)* Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Vale vastus, kasutud teisendused: 0 p
- Õige vastus, mittetöötav konstruktsioon: 0 p

Ükski võistleja punkte ei saanud. Õiget vastust pakuti 3 töös, kuid üheski ei vastanud konstruktsioon ülesande tingimustele. Takistuseks ülesande lahendamisel oli ilmselt harjumatus seda tüüpi ülesandega või isegi ülesande vääritimõistmine.

Hindamisskeemid

4. *(Kairi Kangro)* Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Täislahendus: 7 p
- Teisendatud võrratus kujule $a^4 + 4a^3b - 9a^2b^2 + 2ab^3 + 2b^4 \geqslant 0$: 1 p

Punkte võeti maha arvutusvigade ja ebapiisavate põhjenduste eest.

5. *(Juhan Aru)* Ainsa täislahenduse eest anti heldelt 7 punkti. Algtegurite astmete uurimise ja etteantud tingimustel võrratuse $\binom{n}{k} > n$ tõestamise eest saadi maksimaalselt 1 lohutuspunkt.

Kuigi binoomkordaja täisarvulisust oleks võinud ka lihtsalt eeldada, üritati korduvalt seda tõestada ja kahjuks pisut ebaõnnestunult: seda taheti järeldada faktist, et $m \leqslant k$ korral leidub k järjestikuse arvu hulgas arv, mis jagub m-ga. See fakt kehtib tõepoolest, ent kuna $k!$ tegurid ei ole omavahel ühistegurita, ei tähenda see koheselt, et iga k järjestikuse arvu korrutis jaguks $k!$-ga. Selle väite võib siiski raskusteta tõestada kasutades binoomkordajate kombinatoorset tõlgendust, induktsiooni või uurides, nagu ülesande 5 lahendustes, arvude algtegureid.

6. *(Urve Kangro)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Näidatud, et mingi värvimise korral ei saa rohkem kui $k = n - m + 1$ veergu punaseks värvida: 2 p
- Näidatud, et iga värvimise korral saab vähemalt $k = n - m + 1$ veergu punaseks värvida: 5 p

Paljud õpilased olid püüdnud vaadelda „halvimat juhtu“, aga see pole kuidagi põhjendatud, et halvim juht on just see, kui read erinevad üksteisest vaid ühe ruudu võrra. Žürii lahenduses toodud näites erinesid kõik read üksteisest täpselt kahe ruudu võrra ning see annab samuti minimaalse arvu veerge, mida võib punaseks värvida. Mõned lahendused said lisaks punkti kasulike tähelepanekute eest, ning mõned lahendused, kus oli värvimise näide küll olemas, kaotasid punkti mittetäieliku seletuse eest. Lahendused, kus oli näidatud, et soodsa värvimise korral võib kustutada kuni $n - \lceil \log_2 m \rceil$ veergu, punkte ei saanud.