IMO'10 Eesti võistkonna valikvõistlus

6.–7. aprill 2010 **Esimene päev**

Hindamisskeemid

1. *(Härmel Nestra)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Tõestatud, et väitest (ii) järeldub väide (i): 3 p
- Tõestatud, et väitest (i) järeldub väide (ii): 4 p

Väikeste puuduste korral arutluses anti 1 punkt vähem.

Väitest (i) väite (ii) tuletamise juures oli arvu m konstrueerimisel mitmes töös jäetud mainimata osa tingimusi, ilma milleta ei olnud vajalike suurimate ühistegurite suurus üheselt määratud, kuid arutelu tervikuna järgis siiski õiget rada. Sellised tööd said 2 punkti vähem.

2. *(Toomas Krips)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Tõestatud, et $N \leqslant \dfrac{3^n - 1}{2}$: 3 p
- Leitud sobiv kaaluvihtide komplekt: 2 p
- Tõestatud, et selle komplekti abil saab tuvastada kõik massid 1 kuni $\dfrac{3^n - 1}{2}$: 2 p

Mitmed olid teinud kitsendava lisaeelduse, et kaaluvihte võib asetada ainult ühele kaalukausile. Kuna selle kitsendusega lahendus on analoogiline õige lahendusega, kuid sellest mõnevõrra lihtsam, siis anti sellise lahenduse eest punkte järgnevalt:

- Tõestatud, et $N \leqslant 2^n - 1$: 2 p
- Leitud sobiv kaaluvihtide komplekt: 1 p
- Tõestatud, et selle komplekti abil saab tuvastada kõik massid 1 kuni $2^n - 1$: 1 p

Ülesannet oli valesti tõlgendatud veel teistelgi viisidel. Sellisel juhul võis kasulike tähelepanekute või mõttekäikude eest saada kuni 1 punkti.

3. *(Laur Tooming)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Kasutatud võrdust $1 + \cot^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$: 1 p
- Kasutatud võrdust $\dfrac{a}{\sin \alpha} = 2R$: 1 p

- Teisendatud võrratus samaväärsele kujule, kus esinevad ainult kolmnurga küljepikkused või ainult nurkade siinused: 1 p
- Kasutatud sobivalt keskmistevahelist võrratust: 1 p
- Võrratuse tõestus lõpule viidud: 2 p
- Põhjendatud, miks võrdus kehtib parajasti võrdkülgse kolmnurga korral: 1 p

Muidu täieliku lahenduse korral anti 1 punkt vähem, kui mõni samm oli ebapiisavalt põhjendatud.

Siinusteoreemi kasutamise eest ilma ümberringjoone raadiuseta (kujul $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$) punkti ei saanud.

Hindamisskeemid

4. *(Oleg Košik)* Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Täielik lahendus: 7 p
- Täielik lahendus väikese puudujäägiga: 6 p
- Õige lahendus eeldusel, et punktid A, B, D asuvad ühel sirgel: 4 p
- Tehtud mõned kasulikud tähelepanekud, aga terviklik lahendus puudub: 1–3 p

5. *(Aleksei Lissitsin)* Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Täielik lahendus: 7 p
- Muidu õige lahendus, kuid kasutatud väide, et polünoomil esinevad vaid paarisastmetega liikmed, ei ole korralikult põhjendatud: 5 p
- Sarnane eelmisega, kuid lisaks ei ole ka lahenduse lõpuosa korralikult põhjendatud: 3 p
- On idee vaadelda homogeenset polünoomi $P - (x^2 + y^2)^{\frac{n}{2}}$: 2 p
- On ainult tõestatud, et polünoomi aste $n = i_k + j_k$ on paarisarv: 1 p
- On ainult homogeenne polünoom kirja pandud lihtsamal kujul $P(x, y) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} y + \ldots + a_0 y^n$: 1 p

6. *(Urve Kangro)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Põhjendatud, et $n \geqslant 5$: 1 p
- Toodud näide sobiva värvimise kohta $n = 5$ korral: 1 p
- Toodud näide sellise värvimise kohta $n = 5$ korral, kus punaste ruutude arv on 10: 1 p
- Põhjendatud, miks vähem kui 10 punase ruuduga pole võimalik 5×5 ruudustikku nõutaval viisil värvida: 4 p

Mitmel õpilasel olid a) ja b) osa jaoks toodud erinevad näited. Kui sama näide sobis nii a) kui b) osa jaoks, sai selle eest 2 punkti.

Põhjendused, miks vähem kui 10 punase ruuduga värvimist ei leidu, olid enamasti puudulikud. Variantide läbivaatamisel ei olnud tihti kõiki võimalikke variante vaadeldud või polnud piisavalt põhjendatud, miks üks või teine paigutus ei sobi. Üsna tihti oli ekslikult (näiteks paarsuse kaalutlustel) arvatud, et $n = 5$ ei sobi. Need lahendused said reeglina 1 punkti.

Näidete eest juhul $n = 6$ punkte ei saanud, välja arvatud ühel juhul, kus 1 punkti sai 9 punase ruuduga värvimise eest, mis juhul $n = 6$ on tõesti minimaalne.