IMO’09 Eesti võistkonna valikvõistlus

21.–22. aprill 2009 **Esimene päev**

Hindamisskeemid

1. *(Indrek Zolk)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Põhjendatud, et lähtevõrratus on samaväärne võrratusega $(a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$: 4 p
- Tõestatud võrratus $(a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$: 3 p

Rida lahendajaid sai osalisi punkte lähtevõrratuse vasaku poole lugeja ja nimetaja tegurdus(katsete) eest.

Mitu lahendajat avas näiteks kõik sulud ja jõudis olukorrani, kus võrratuse vasak pool on $\dfrac{-a^4b^2 + a^2b^4 - b^4c^2 + b^2c^4 - a^2c^4 + a^4c^2}{-a^2b + ab^2 - b^2c + bc^2 - ac^2 + a^2c}$; mõnel lahendajal õnnestus eraldada üks tegur $a - b$, aga järgmisi mitte jms.

Kurvaks tegi asjaolu, et hulk lahendajaid korrutas mitmesuguseid vahetulemusena saadud võrratusi läbi (nullist erineva) reaalarvuga (näiteks lähtevõrratuse vasaku poole nimetajaga vms) ning arvas, et võrratusmärk ei muutu. Tegelikult tuleks sel juhul analüüsida kaht juhtu: kui tegur on positiivne (märk tõesti ei muutu) ja kui tegur on negatiivne (märk muutub).

2. *(Reimo Palm)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- a)-osa: 3 p

  Sealhulgas
  - Esitatud sobiv arvude hulk: *1 p*
  - Tõestatud, et see hulk on ülev: *1 p*
  - Tõestatud, et see hulk on kena: *1 p*
- b)-osa: 4 p

3. *(Härmel Nestra)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Näidatud 3, 4, 5, 6, 8, 10 sobivus: 2 p

  Sealhulgas:
  - Näidatud 3, 4, 5 jaoks: *1 p*
  - Näidatud 6, 8, 10 jaoks või skeem, kuidas ainult üht tüüpi tahkudega tahukast saada nurkade mahalõikamise teel ülesande tingimusi rahuldav keha: *1 p*

- Näidatud, et rohkem sobivaid võimalusi pole: 5 p

  Sealhulgas:

  - Näidatud piirang $n < 12$: *1 p*
  - Näidatud, et $n \geqslant 6$ korral n on paaris: *4 p*

Kuna platoonilised kehad (tahukad, kus kõik küljed on ühesuguse servade arvuga korrapärased hulknurgad) on üldtuntud, siis nende abil 3, 4, 5 juhu lahendamisel anti punkt ka siis, kui neid polnud täpselt kirjeldatud või õige sõnaga nimetatud, piisas mainimisest, et selline tahukas on olemas.

Hindamisskeemid

4. *(Heiki Niglas)* Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Täielik lahendus: 7 p
- Lõpuleviidud lahendus oluliste puudujääkidega: 4 p
- Tehtud edasiviiv tähelepanek: 1 p

5. *(Oleg Košik)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Tõestatud, et $n = 2008$ korral ruudud numbritega 2, 5, 2004 ja 2007 sobivad: 1 p
- Tõestatud, et teisi võimalusi pole: 6 p

Teise osa eest anti punkte vastavalt sellele, kui suur osa vajalikest väidetest on piisavalt põhjendatud.

Soovitame põhjalikult tutvuda žürii ametlike lahendustega eeskuju saamiseks, kuidas selle ülesanne korralik kõigi vajalike selgitustega lahendus võiks välja näha. Märgime, et žürii lahendused sellele ülesandele ei ole ainuõiged, on võimalikud ka teistsugused lähenemised.

6. *(Toomas Krips)* Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Näidatud, et $(c(n)+1)\left(\frac{n}{c(n)}+1\right)$ on vähim sellist tingimust rahuldav arv (ei esinenud): 5 p

  Sealhulgas:

  - Näidatud, et $(c(n)+1)\left(\frac{n}{c(n)}+1\right)$ on vähim sellist tingimust rahuldav arv erijuhul, kus n on algarv: *1 p*
- Näidatud, et $(c(n)+1)\left(\frac{n}{c(n)}+1\right)$ jaoks leidub y nii, et $n < y < (c(n)+1)\left(\frac{n}{c(n)}+1\right)$ ja y jagab arvu $n \cdot (c(n)+1)\left(\frac{n}{c(n)}+1\right)$: 2 p

Algarvulise erijuhu eest anti punkt, kuna algarvulist juhtu on võimalik üldistada täislahenduseks.