Eesti LVII matemaatikaolümpiaad

6. veebruar 2010 Piirkonnavoor **Kommentaarid**

Kokkuvõtteks

Otsustades huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate punktisumma alampiiri järgi, olid komplektid seekord paraja raskusega, välja arvatud 10. klassis, kus lõppvooru sai 23 punktiga ja selle künnise ületas vaid 22 õpilast. Peab tunnistama, et þürii küll kartis komplektide viimistlemisel 10. klassi raskuse pärast, kuid nii ta jäi. Kartusi oli ka 11. klassi osas, kuid seal osutusid need üldiselt asjatuks.

Mõnes klassis, nagu 9. ja 11., eristas piirkonnavoor üksikud tipud, kes tegid ära kõik ülesanded. See muidugi polnud taotluslik.

Millegi erilise poolest möödunud võistlus meelde ei jäänud.

Nagu eelmistel aastatel, ei vaadanud žürii ka tänavu osas klassides läbi kõiki ülesandeid kõikides piirkondadest saadetud töödes, vaid ainult niipalju, kui oli vaja huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õiglaseks määramiseks. See tähendab, et kõikide huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õpilaste töödes vaadati läbi kõik ülesanded ning ükski õpilane, kelle töös mõned ülesanded jäid läbi vaatamata, ei tõuseks kutsutavate hulka ka siis, kui talle kõikide nende ülesannete eest antaks maksimaalsed punktid.

Läbi vaatamata jäänud ülesanded on tabelites eristatud halli (veebiversioonis oranži) taustavärviga.

Kontrollijate kommentaarid (Elts Abel, Mart Abel)

Üldised märkused

Ühtlustamiseks vaadati läbi saabunud tööde kõik testid ja esimese ülesande lahendused. Paremate lahendajate selgitamiseks valikuliselt ka osades töödes teise ja kolmanda ülesande lahendused.

Test

Test vaadati läbi kõigis töödes.

Ül. 7. Kui ühikuks oli "ruutühik"või "ühik ruudus", loeti see valeks ühikuks.

Ül. 8. Mitmes töös oli eksitud punkti C joonisele kandmisel, mistõttu tuli (vastavalt juhendile) mitmele õpilasele selle ülesande eest 2 asemel 0 punkti anda.

Ül. 9. Mõnes töös oli ka ümardatud vastuse eest maksimumpunktid antud.

Ülesanne 1

Ühtlustamise käigus alandati nii maksimaalse punktide arvuga kui ka madalamalt hinnatud lahenduste eest antud punktisummasid kas ühe või kahe punkti võrra, kui puudusid numbri(te) valiku põhjendused. Põhjenduseks ei loetud näiteks lauset:"Kolmekohaline arv algab numbriga 9, sest muidu ei teki neljakohalist arvu."Küll aga loeti põhjendatuks numbri 9 valik ainsaks esimeseks numbriks kolmekohalises arvus, kui oli näiteks lisatud, et suurima kolmekohalise ja kahekohalise arvu summa on 1098 (ei ületa arvu 1100 jne). Lahenduses oli vajalik ka viide lahenduse ühesusele. Vastuse vormistamise puhul tuleks hoolikamalt jälgida küsimuse püstitust. Küsiti ülesandes antud tingimustele vastavat arvukolmikut. Seega vastuseks ei sobi võrdus $22 + 979 = 1001$. Sellise vastuse eest seekord kedagi ei "karistatud". Lubamatult palju oli eksimusi ka mõistete “arv” ja “number” kasutuses. Nendele eksimustele ei olnud kahjuks varasemate parandajate poolt alati tähelepanu osutatud. Suurim punktimuutus oli vajalik teha ühes töös, milles ainult vastuse eest oli antud 7 punkti.

Ülesanne 2

Vaadati läbi vaid osa lahendusi. Nende põhjal tundub, et opereerimine erinevate ühikutega ja vastavate arvutuste vormistamine ei ole alati korrektne. Kindlasti ei ole lubatav näiteks võrdus 1tonn = 1kuupmeeter või $0,75 = 75\%$. Selliste eksimuste eest kedagi ei karistatud, kuid oodanuks taas kõigilt parandajatelt sellistele veakestele tähelepanu juhtimist.

Ülesanne 3

Vaadati läbi vaid osa lahendusi. Esines korrektseid lahendusi, mis ei läbinud kõiki ametlikus lahenduses olnud vahepunkte. Piirkonnas oli selle eest punkte maha võetud, kuid tegelikult oli lahendus korrektne.

Kontrollijate kommentaarid (Maksim Ivanov)

Üldised märkused

Kuna ülesannete 1 ja 3 lahendusi piirkonniti hinnati suhteliselt erinevalt, sest enamus lahendustest otseselt ei vastanud pakkutud hindamisjuhistele, oleme otsustanud välja töötada uued hindamisskeemid ja nende baasil parandada kõik saabunud tööd.

Test

Testi kõige raskemaks osutus seekord loendamisülesanne nr 4. Samuti ülesandes 9 ümbermõõdu asemel paljud leidsid värvitud osa pindala.

Ülesanne 1

Ehkki kõik õpilased jõudsid õige vastuseni, oli täislahendusi väga vähe. Enamik õpilasi kas lõpetasid lahendamise kohe pärast vastuse kättesaamist; seletasid, miks vastus rahuldab ülesande tingimusi; või püüdsid proovimise teel näidata, et rohkem lahendeid ei leidu. Sellise lahenduse eest oli võimalik saada kuni 2 punkti. Järgmised hindamisskeemid kirjeldavad kolme võimalust, kuidas saab põhjendada, et 201 on ainus ülesande tingimustele vastav arv.

Hindamisskeemid:

(A, kuni 2p) Põhjendatud, et esialgses 3-kohalises arvus kustutati viimane number.

(B, 1p) Koostatud võrrand $\overline{abc} + \overline{ab} = 221$ ja teisendatud kujule

$$110a + 11b + c = 221$$

või kasutatud arvude $\overline{abc}$ ja $\overline{ab}$ kirjalikku liitmist.

Skeem 1.

(A, kuni 2p)

(B, 1p)

(C, kuni 2p) Juhul $b + c = 1$ analüüsitud juhtumid $b = 1, c = 0$ ja $b = 0, c = 1$ ning viimasest saadud lahend 201.

(D, kuni 2p) Juhul $b + c = 11$ tõestatud, et võrrandil ei ole lahendit.

Skeem 2.

(A, kuni 2p)

(B, 1p)

(E, kuni 2p) Põhjendatud, et $a \leqslant 2$ ja näidatud, et $a = 1$ korral võrrandil ei ole lahendit.

(F, kuni 2p) Juhul $a = 2$ põhjendatud, et b ja c väärtused on üheselt määratud. Saadud vastus.

Skeem 3.

(A, kuni 2p)

(G, kuni 2p) Põhjendatud, et juhul $200 \leqslant \overline{abc} \leqslant 211$ leidub täpselt üks ülesande tingimusi rahuldav arv 201.

(H, kuni 3p) Juhul $100 \leqslant \overline{abc} < 200$ põhjendatud, ükski arv ei rahulda ülesande tingimusi.

Ainult õige vastuse eest on antud 1 punkt.

Ülesanne 2

Selle ülesande juures oli vaja näidata, et kaks kolmnurka on omavahel võrdsed. Paljud õpilased lihtsalt mainisid, et kolmnurgad on võrdsed nt tunnuse KNK põhjal. Ent maksimumpunktide saamiseks tuleks ka põhjendada, millised küljed ja millised nurgad on omavahel võrdsed.

Hindamisskeem.

(A, kuni 2p) Tõestatud, et kolmnurgad ABK ja ALK on võrdsed.

(B, 1p) Järeldatud, et $\angle ALK = 90^\circ$.

(C, kuni 2p) Tõestatud, et $\angle CKL = \angle LKA = \angle AKB$ või tõestatud, et $\angle KCA = \angle KAC$

(D, kuni 2p) Leitud üks otsitavatest teravnurkadest.

(E, 1p) Leitud teine teravnurk.

Ainult õige vastuse eest on antud 2 punkti.

Ülesanne 3

Enamik õpilasi lahendas ülesannet skeemi 2 järgi. Paljud kaotasid punkte selle skeemi osa C eest, kus oli vaja näidata, et kui kolme veaga saapaid ei ole 2, siis ülesande tingimused ei ole täidetud.

Skeem 1.

(A, 1p) Võetud kasutusele tähis nt x otsitava saabaste arvu jaoks.

(B, kuni 2p) Avaldatud nende saabaste arvud, mille puhul tuleb teha täpselt ühte antud kolmest tegevusest, selle tähise kaudu.

(C, 2p) Koostatud võrrand otsitava saabaste arvu leidmiseks.

(D, kuni 2p) Lahendatud võrrand ja saadud lõppvastus.

Skeem 2.

(A, 1p) Leitud, et täpselt ühe ja täpselt kolme veaga saapaid oli kokku 23.

(B, 1p) Leitud, et nendest 23-st saabast 9-l oli vaja vahetada lukk, 10-l talda liimida ja 8-l vahetada kontsaplekid. Siinjuures näidatud, et saabaste seas on ka kolme veaga saapad.

(C, kuni 3p) Näidatud, et kui kolme veaga saapaid on kas 1, 3 või rohkem, siis ülesande tingimused ei ole täidetud.

(D, kuni 2p) Näidatud, et kui kolme veaga saapaid on 2, siis ülesande tingimused on täidetud. Saadud vastus.

Ainult õige vastuse eest on antud 2 punkti.

Kontrollijate kommentaarid (Aleksei Lissitsin, Kalle Kaarli)

Test

Väga sageli oli puudu kraadimärk või kasutati vale ühikut.

Ül. 4. See oli testi kõige raskem ülesanne.

Ül. 8. Mitmetes piirkondades oli vale lisavastuse eest pandud 1 punkt 0 asemel. Kirjutise $-2; 3$ eest (st koordinaadid ilma sulgudeta) andsime 1 punkti.

Ülesanne 1

See oli üks lihtsamatest ülesandest. Paljudes töödes valiti lehekülgede arvuks mingi kindel arv. Siis aga oleks vaja põhjendada, miks see lahendus kehtib ka teiste lehekülgede arvu korral. Teine levinud viga oli lehekülgede kahekordistamine kogu protsessi (kirjutamine + toimetamine) käigus, see viis tavaliselt vale vastuseni 3.6 lk/päevas.

Ülesanne 2

Ülesanne oli hästi valitud, sest punkte saadi lahendajate poolt igasuguseid. Ka esitati mitmeid erinevaid lahenduskäike. Peamiseks veaks oli mingi tõestust vajava väite kasutamine ilma seda tõestamata. Seejuures jõuti tavaliselt lahenduseni ilma kolmnurga täisnurksuse eeldust kasutamata. Mõned lahendajad tegid põhitöö korrektselt ära näidates, et hüpotenuusi lõigud on suhtes $1 : 3$, kuid siis eksisid jämedalt.

Ülesanne 3

Võib jälle öelda, et ülesanne oli hästi valitud ja täitis oma eesmärgi. Torkas silma, et jäägi mõiste ei ole hästi omandatud. Kohati pakuti jääkidena koguni murdarve. Massiline puudus oli aga omapärase “induktsiooni” kasutamine. Veenduti, et 2, 6, 10 annavad 32-ga jagades jäägi 4. Vaadati veel mõnda suuremat arvu ja järeldatigi, et alati on jääk 4.

Ülesanne 4

Samuti üks lihtsam ülesanne. Peamiselt lahendati analoogiliselt žürii esimese lahendusega. Need, kelle lahendus kasutas žürii teise lahenduse ideed, jõudsid enamasti oma lahendusega ka lõpuni.

Kontrollijate kommentaarid (Uve Nummert, Raul Kangro)

Ülesanne 1

Selle ülesande lahendustes esinesid kaks sagedasemat viga, mis põhjustasid ka enamiku ümberhindamisi.

Arvestatav hulk õpilasi arvas, et kuna tahkude pindalad suhtuvad üksteisesse nagu täisarvud, siis peavad need pindalad ja risttahuka servade pikkused olemagi täisarvulised, ning leidis lahendi mingi täisarvu (nt 72) võimalike tegurduste läbivaatamise teel. Piirkondades oli selliseid töid hinnatud 1 kuni 7 punktiga, kusjuures täispunktid oli antud päris paljudel juhtudel. Andsime sellistele lahendustele punkte vastavalt sellele, kui palju lahendusest oli üldjuhu jaoks tehtud enne tegurdustele üleminekut: valdavalt oli see 2 punkti.

Mitmed lahendajad olid tõlgendanud tingimust „tahkude pindalad x, y, z suhtuvad üksteisesse nagu $2 : 3 : 4$“ võrdusena $2x = 3y = 4z$ (õige võrduse $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ asemel). Et sellise väärtõlgendusega saadud ülesande edasine lahendus siin tegeliku ülesande lahendusest palju ei erinenud, ent samas moodustas tahkude pindalade suhtest arusaamine siiski olulise osa selle ülesande sisust, siis andsime juhul, kui saadud ülesanne oli edasi õigesti lahendatud, 3 punkti. Piirkondades sellistele lahendustele antud punktid varieerusid vahemikus 0 kuni 5.

Ülesanne 2

Ülesanne oli enamikule lahendajaile jõukohane. Kõige rohkem esines lahendusi, kus kõik murrud viidi ühele poole (žürii lahendus 2), kuid lihtsaimaks lahendusviisiks osutus selline, mida žürii polnud ette näinud: kui ühele poole jätta murrud nimetajatega $x - 1$ ja $x + 1$ ning teisele poole murrud nimetajatega x ja $x - 2$, siis saadakse mõlemal pool ühisele nimetajale viimisel lugejateks konstandid. Et selliselt lahendajad jõudsid üldjuhul ka lõpuni, siis ei olnud eraldi hindamisskeemi puudumine siin probleemiks.

Ühtlustamist vajas selle ülesande juures peamiselt vaid nõudlikkus kontrolli suhtes, mis oleks võinud olla hindamisskeemis lahti kirjutatud. Et sisulist võimalust võõrlahendite tekkeks siin ei olnud, lugesime piisavaks, kui oli mainitud, et leitud lahend ei ole algse võrrandi ühegi murru nimetaja nullkoht, või kontrollitud lahendi sobivust vahetult. Kui polnud tehtud kumbagi, siis andsime ühe punkti vähem.

Ülesanne 3

Selle ülesande puhul osutus võrduse analüüsimine üllatavalt raskeks ning väga sageli lihtsalt öeldi, et võrdus saab kehtida ainult $x = 0$, $y = 0$ korral ilma igasuguste põhjendusteta. Kuna osade tööde parandamisel oli selle väite eest punkt (või isegi 2) antud ja osade puhul ei olnud ainult selle eest punkte pandud, siis ühtlustamise käigus said kõik vastava fakti esitanud ühe punkti.

Ülesanne 4

Ülesande 4 korral olid lahenduste põhivigadeks ebakorrektsete väidete tõestuse aluseks võtmine või õigete väidete põhjendamata jätmine (nt väited tüüpi ”see punkt on ilmselt ringist väljas” jne). Kahjuks olid ka parandajad paljud ebakorrektsed väited õigeks lugenud, mistõttu esines ühtlustamise käigus väga suuri muutusi skoorides.

Suureks probleemiks ühtlustamisel oli otsustamine, mille eest ja kui palju osalisi punkte anda. Kuna parandajate lahkus varieerus selles osas kõikus väga kõvasti, siis sai otsustatud lähtuda printsiibist, et lahendused, millest ei paista tõestuseni jõudmise ideed, punkte ei saa.

Üheks tüüpiliseks ideeks nõutud tulemuseni jõudmiseks oli mitmesuguste tekkivate kolmnurkade nurkade omavaheliste seoste teisendamine. Seoste tuletamisel kasutati kolmnurkade AEC, CFB ja ADB võrdhaarsust, kolmnurkade sisenurkade summasid jms, samuti kolmnurkade AEC, CFB võrdsust. Tähtis on aga aru saada, et ainult sellisest infost ei piisa ülesande tõestamiseks; tuleks kasutada ka fakti, et ADB ei ole mitte lihtsalt võrdhaarne, vaid et tema haarade pikkus on täpselt sama, mis AEC ja CFB haaradel. Kuna selline nurkade omavaheliste seoste väljakirjutamine ei vii vaadeldava ülesande puhul sihile, siis mainitud tüüpi lahenduste eest punkte ei antud.

Lisalahendus, mida žürii ei näinud, oli seose $\sin(\angle ADB/2) = 2\sin(\angle AEC/2)$ tuletamine. Sellest saab valemi $\sin(\angle ADB/2) = 2\sin(\angle ADB/4)\cos(\angle ADB/4)$

abil järeldada, et $\sin(\angle ADB/4) > \sin(\angle AEC/2)$ (kuna $\cos(\angle ADB/4) < 1$) ning siinuse kasvamisest esimeses veerandis tuleneb siis ka soovitud seos nurkade vahel. Kahjuks oskas korrektse põhjenduse nurkadevahelisele seosele siinuste vahelisest seosest lähtuvalt anda ainult üks õpilane; ülejäänud jätsid põhjenduse esitamata ja said ühtlustamise tulemusena maksimaalselt 3 punkti seitsmest.

Ülesanne 5

Ülesanne osutus õpilastele küllaltki raskeks, eriti juht $n = 4$; üldistamisega sama paarsusega suuremate arvude peale said enamus hakkama. Ühtlustamist oli küllaltki vähe vaja; huvitaval kombel olid kahel tööl õpilase lahendused parandajal lihtsalt märkamata jäänud.

Ülesanne 6

Sedalaadi ülesannete juures on alati raske ette näha õpilaste arutlustes esinevaid puudujääke, mistõttu hindamisskeem saab vaid piiritleda lahenduse oluliste etappide osatähtsuse. Tegelikes lahendustes on aga tihti näha, et lahendaja on õigesti mõelnud, ja igast hindamisskeemis mainitud etapist on ka midagi olemas, kuid siiski ebapiisavalt, et nende eest täispunkte anda — seetõttu tuleb hindajal tegelike tööde põhjal sisuliselt ikka oma skaala kehtestada.

Seekord oli meeldiv tõdeda, et need skaalad olid eri piirkondades küllaltki sarnaselt paika seatud, nii et ühtlustamisvajadust ei olnud palju ja muudatused jäid valdavalt 1-2 punkti piiresse.

Sagedasemaks puudujäägiks lahendustes oli see, et saadi küll aru, et võitev strateegia on mängijal, kelle käigu järel on laual 3-ga jaguv arv vabu ruute, kuid ei selgitatud, milline see strateegia täpselt on — ehk kuidas mängija saab tagada, et vastase ja tema enda järgmise käigu järel on laual jälle sarnane olukord.

Lahendused, mis punkte ei saanud, olid valdavalt sellised, kus ei saadud aru, mida tähendab “mängija saab võita vastase suvalise vastumängu korral” ja toodi lihtsalt näiteid juhtudest, kus *mõlemad* mängijad teevad käike mingil etteantud viisil. Sellised lahendused olid ka piirkondades hinnatud 0 punktiga, nii et ümberhindamise vajadust siin ei tekkinud.

Kontrollijate kommentaarid (Härmel Nestra, Laur Tooming)

Ülesanne 1

Ülesanne kujunes oodatult lihtsaks. Žüriile saadetud töödes olid valdavalt täislahendused. Ka parandajatele (nii kohalikele kui vabariiklikele) oli see ülesanne ilmselt selle komplekti lihtsaim.

Siiski tuleb välja tuua, et paljudes töödes oli järeldamise suund vormistatud vajalikule vastupidisena: selle asemel, et tõesest võrratusest järeldada vajalik, väideti eeldatavat vajalikku võrratust ($\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{6}<3.5$) ja tuletatavat tõese võrratuse ($0 < 1$ vms). Kuna järeldumise pööratavus on siin ilmne, siis me selle eest punkte maha ei võtnud (ei olnud võetud ka piirkondades), kuid järeldumise mõiste ja seda märkiva noole vale kasutamine osutab siiski segadusele paljude õpilaste arusaamades tõestamisest.

Ülesanne 2

Ülesanne oli hästi lahendatud ja parandatud. Ühtlustamisel andsime õige võrrandisüsteemi koostamise eest 3 punkti. Kui võrrandisüsteemis oli tundmatuid 3 või 4 ja üleminek kahele tundmatule väga lihtne (nt ülejäänud tundmatud avaldatud nende kahe kaudu) siis 5 punkti.

Ülesanne 3

Seda ülesannet oli vähe lahendatud.

Mõned õpilased üritasid kasutada Tšebõšovi teoreemi ehk Bertrandi postulaati, mis väidab, et mistahes naturaalarvu n korral leidub arvude $n, n+1, \ldots, 2n$ seas vähemalt üks algarv. Täisskoorist võeti maha 1 punkt, seda teoreemi püüti põhjendada näidete varal, ja 2 punkti, kui "põhjendus" tugines vääratele faktidele.

Ülesanne 4

Tegu oli küll olümpiaadi kontekstis võrdlemisi lihtsa ülesandega, kuid parandajatele oli see kui õudusunenägu. Tööd, kus kirjapandut võib üldjoontes lugeda lahenduseks, olid väga erineva põhjalikkusastmega: küll oli näiteks b)-osas paarilauselisi põhjendusi koos joonisega, kuid oli palju ka neid, kes püüdsid korralikult kõike selgitada.

Kuna ametlik hindamisskeem jättis selles ülesandes üsna vabad käed, siis oli eri piirkondades hindamine väga erineva rangusega. Seetõttu asjaolu, et me muutsime selles ülesande eest piirkondades pandud punkte väga palju (isegi rohkem kui ülesandes 6), ei näita üldjuhul piirkondade parandamisvigu.

Töid, millele rakendunuks hindamisskeemi klausel, et žürii lahenduse alguses formuleeritud abitulemuse tõestamata jätmise eest punkte mitte maha võtta, oli žüriile saadetute seas vaid üksikuid. Rohkem oli neid, kus sellist abitulemust ei formuleeritudki, sellele ei viidatudki, vaid väideti lihtsalt, et siseringjoone suurendamisel tekkivad külgedele võrdse pikkusega kõõlud. Sellise lahenduse lugesime ebatäielikuks ja võtsime punkti maha (2 punkti, kui see puudus mõjutas mõlemat osa).

Nagu ülesandes 1, oli ka siin palju valesuunalise järeldamisena vormistatud lahendusi. Aga ka siin on järelduste pööratavus üsna ilmne ja selle eest otsustasime punkte mitte maha võtta.

Mõnikord oli ühe osa kontekstis tehtud analüüs küllalt üldine või selgesti üldistuv, mistõttu lugesime rakenduvaks ka teises osas ja andsime selle baasil punkte juurde.

a)-osa konstruktsioonis oli piirkondades mõnikord võetud punkt maha, kui puudus täpsustus, kui palju võib siseringjoont suurendada. Kuigi sellise täpsustuse nõudmine on kohane, lugesime selle antud juhul mittevajalikuks, nagu ka enamikus piirkondades oli tehtud, ja jätsime punkti alles.

Palju oli töid, kus b)-osas joonistati mingi nelinurk ja väideti, et selle korral ringjoont ei leidu. Töötava konstruktsiooni eest ilma põhjendusteta andsime kuni 1 kuni 2 punkti. 2 punkti sai siis, kui konstruktsiooni olulised elemendid olid väljendatud ja sobivust oli võimalik lihtsalt põhjendada. Mittekumera nelinurga joonised said 1 punkti, sest sobivuse tõestuse raskus sõltub täpsemast kujust. Mitmed õpilased arvasid, et mittekumera nelinurga kõiki külgi ei saa sama ringjoon kahes punktis lõigatagi, aga see ei vasta tõele.

b)-osas oli Tallinna parandaja tõlgendanud väidet omal moel ja lugenud näited nelinurkadest, mille kõiki külgi ei saagi sama ringjoonega kahes punktis lõigata, põhimõtteliselt ebasobivaks. Kuna väide ei ole implikatsioon, vaid konjunktsioon (ringjoon lõikab iga külge kahes punktis *ja* tekkivad kõõlud on ühepikkused; originaaltekstis kasutatud sideväljendit "nii et" tõlgendab igaüks oma maamehe tarkusega ikka nii, mitte "kui ..., siis ..." konstruktsioonina), siis kontranäide tekib alati, kui ükskõik kumba osa ei õnnestu tõeseks muuta. Kui ei leidu ringjoont, mis lõikaks iga külge kahes punktis, siis ammugi ei leidu ringjoont, mis lõikaks iga külge kahes punktis nii, et kõõlud on ühepikkused!

Ülesanne 5

Ülesanne oli võrdlemisi hästi lahendatud. Tüüpiliselt kasutati lahendamiseks koolis õpitavat intervallmeetodit murdvõrratuste jaoks. Kritiseerida võiks lahenduste vormistamist. Sageli puudusid kommentaarid, mõnikord kasutati implikatsiooni märki valetpidi. Samuti tuleks arusaadavalt kirja panna, millist võrratust tahetakse tõestada, ning millised on juba tõestatud.

Ülesanne 6

See ülesanne oli komplekti raskeim, nagu võis ka arvata. Piirkondades, välja arvatud Tallinn ja Tartu, oli aga mitmesuguste puudulike mõttekäikude eest antud palju täispunkte. Tallinnas aga polnud parandaja paaril juhul õiget lahendust ära tundnud.

Tüüpiliseks veaks lahendamisel oli põhjendamata oletamine, et "Kes tahab saada superstaariks" sai täpselt 10 voorus esikoha. Seda esines mitmel kujul, tihti näiteks oletusena, et "Meeleheitel superstaaride" edestamised toimusid samades voorudes kui "Superstaarijahi" edestamised. Sellised tööd said meilt kõik 1–3 punkti sõltuvalt sellest, kui palju oli tehtud üldjuhu jaoks (tihti oli tähelepanek, et iga superstaar sai esikohti ja viimaseid kohti ühepalju, tehtud üldjuhu jaoks ja selle eest nägi skeem ette 2 p, mille me loomulikult andsime ka siis, kui edasi oli kõik tehtud lisaeeldustega).

Paljudes töödes vaadati lihtsalt üks konstruktsioon läbi, kuidas voorude tulemused võisid olla, et tingimused oleksid rahuldatud. Kuigi ülesande tingimused tõepoolest määravad voorude tulemused üheselt (v.a järjekorra), ei olnud seda kuidagi põhjendatud või ei olnud põhjendused veenvad. Ka need tööd said meilt tüüpiliselt 1 punkti.

Selliste puudustega tööd lugesime sisuliselt nullisteks seetõttu, et tehtud lisaeelduste tõestamine või lahenduse leidmine ülejäänud juhtude jaoks on raskem või niisama raske kui ülesande äralahendamine ilma lisaeeldusteta. Lahendamine neil lisaeeldustel tähendab niisiis ülesande taandamist raskemale, mis ei ole progress.

Võib tähele panna, et õpilased, kes selle ülesande tegelikult ausalt ära lahendasid, ei kuulu enamuses tuntud tipptegijate hulka. Nii kujunes see ülesanne huvitaval kombel tippe niitvaks. Põhjus seisneb arvatavasti ülesande ebastandardsuses. Õige lahendus aga oli lühike ja ei nõudnud mingeid eriteadmisi, selle poolest oli ülesanne piirkonnavooru täiesti sobiv. Enamik sihile jõudnutest ei läinud küll nii otse nagu žürii lahenduses, vaid tegid võrrandisüsteemi kaudu.

Kontrollijate kommentaarid (Kairi Kangro, Urve Kangro)

Ülesanne 1

Päris mitmed olid seda ülesannet üritanud lahendada paarsuste arvestamise teel, mis töötaks ainult naturaalarvuliste astendajate puhul.

Ülesanne 2

Seda ülesannet oli suhteliselt hästi lahendatud. Mitmed õpilased ei olnud tähele pannud, et ülesande tekstis oli eeldatud, et $a > 0$. Paljudes lahendustes oli puutuja võrrandi abil leitud puutuja lõikepunktid telgedega ning siis leitud, millal need on võrdkülgse kolmnurga tippudeks. Sel viisil lahendades olid arvutused veidi pikemad ning paljud tegid vigu puutuja võrrandi väljakirjutamisel.

Ülesanne 3

Lisaks žürii esitatud lahendustele lahendati ülesande a)-osa veel kahel põhimõtteliselt erineval viisil: matemaatilise induktsiooniga ja 6 jääkide vaatamise teel (mitte eraldi 2 ja 3-ga jaguvuse vaatlemise teel). Indukstiooni kasutanud lahendustes saadi 1 punkt selle eest, kui oli olemas baas ja korrektselt välja kirjutatud (s.h. sulud avatud) S(n+1).

Paljud lahendused said 2 punkti juurde žürii lahenduses esinenud tegurduse tõttu (sellega samaväärseks lugesime ka tegurduse $n(n+1)(n^4+n^2+1)$), kuna suur osa parandajatest polnud hindamisskeemi seda rida arvestanud.

Ülesanne 4

Seda ülesannet oli keeruline parandada, kuna polnud selge, mida ja kui palju peaks põhjendama. Esines ka juhtumeid, kus piirkondades oli 7 punkti antud lahenduse eest, kus oli sisuliselt ainult joonis ja vastus.

Ülesannet oli võimalik lahendada ka vektorite koordinaatide abil, mida päris mitmed ka tegid või vähemalt üritasid. Selle tõttu otsustasime anda vektorite vahelise nurga valemi teadmise eest ühe punkti.

Ülesanne 5

Seda ülesannet oli võimalik lahendada ka proovimise teel, ja paljud seda tegidki. Kui oli ära põhjendatud, et nii saadi kõik õiged lahendid kätte, siis võis sellise lahenduse eest ka maksimumpunktid saada (eeldusel, et ka b) osa oli tõestatud). Kui a) osa oli lahendatud proovimise teel, siis b) osa oli raskem tõestada, sest osa eeltööd, nagu hindamisskeem ette nägi, oli tegemata. Sel viisil korrektselt lahendatud a) osa eest sai 4 punkti.

Mõned olid ülesande lahendanud ka ligikaudu proovimise teel. Siis jäi osa lahendeid leidmata ning sellise lahenduse eest sai 1 punkti.

Paaris töös oli vastus antud kujul $95\frac{5}{6} \leqslant x \leqslant 95,(9)$. Otsustasime selle eest mitte punkte maha võtta, kuna tundus, et sellest mõeldi tegelikult kui $x < 96$, s.t. arvati, et täisosa arvust 95,(9) on 95.

Ülesanne 6

Selles ülesandes oli palju erinevaid lahendusi ning seda oli piirkondades väga erinevalt parandatud. Sama lahendus võis ühes piirkonnas olla hinnatud 1 ja teises 7 punktiga. Mõnikord ei olnud piirkondade parandajad ilmselt õpilaste ideedest aru saanud. Samas oli ka pandud põhjendamatult kõrgeid punkte mõnede erijuhtude läbivaatamise eest. Siin oleks ka žürii pidanud pakkuma rohkem alternatiivlahendusi koos vastavate hindamisjuhistega.

Selles ülesandes oli tihti esitatud väiteid, mis on iseenesest küll õiged, aga vajavad põhjendamist. Vahel oli ka tehtud lisaeeldusi ilma põhjendamata, miks neid teha võib. Üsna paljud õpilased lahendasid ülesande eeldusel, et kõik täisarvud on märgitud järjest. Sellised lahendused said üldiselt 3 punkti. Samas, kui oli korralikult ära põhjendatud, miks võib piirduda ainult selle juhu vaatlemisega, võis sellise lahenduse eest ka täispunktid saada.

Mitmes töös uuriti lõigul asuvate punktide arvu ja lõigu pikkuse suhet ning näidati, et see suhe on suurim, kui lõigu pikkus on 1 ja lõigul asub 2 punkti. Seda arutlust saab täiendada täislahenduseks, kuid selleks tuleb näidata, kuidas see suhe on seotud lõikude pikkuste summaga. Seda polnud üheski töös lõpuni tehtud. Ainult selle suhte uurimise eest sai 4 punkti.

Paljudes töödes oli ekslikult eeldatud, et kõik punktid tuleb katta ühe lõiguga. Nii saadi minimaalseks lõigu pikkuseks $n-1$. Üsna tihti eeldati ka, et n peab olema paarisarv. Samuti kaotati punkte selle eest, kui jäeti põhjendamata, miks punktid tuleb just paarikaupa lõikudeks ühendada. See ei pruugi punktide suvalise paigutuse korral isegi õige olla, kuigi järjestikuste punktide korral see kehtib.