

LVI Олимпиада Эстонии по математике

31 января 2009 г.

Региональный тур

7 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Во время решения можно использовать письменные и чертёжные принадлежности, а также дополнительную бумагу, выданную организаторами соревнования.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Вычислить:

$$\frac{2007 + 2 \cdot (2008 + 2009 + 2010) + 2011}{2009} = \dots\dots\dots$$

2. Поставить скобки так, чтобы действовало равенство

$$1 + 2 \cdot 3 - 4 : 5 = 1.$$

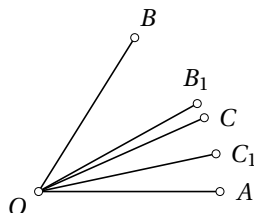
3. Число 222000000999 поделили на число 111. Сколькочленное частное получили?

.....

4. Перемножены все нечётные числа, начиная с числа 1 и заканчивая числом 2009. Найти цифру единиц произведения.

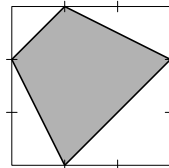
.....

5. Пусть $\angle AOB = 58^\circ$ и $\angle AOC = 24^\circ$ (см рисунок). Пусть OB_1 биссектриса угла AOB и OC_1 биссектриса угла AOC . Найти величину угла B_1OC_1 .



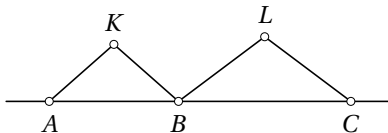
.....

6. Каждая сторона квадрата поделена на три равные части. Вершины закрашенного тёмным цветом четырёхугольника находятся в точках деления сторон квадрата (см рисунок). Найти длину стороны квадрата, если площадь закрашенного тёмным цветом четырёхугольника равна 50 см^2 .



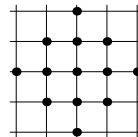
.....

7. Точки A , B и C лежат на одной прямой, а точки K и L лежат вне этой прямой (см рисунок). Длины отрезков AB и BC являются целочисленными, $|AK| = |KB| = 4$ и $|BL| = |LC| = 5$. Найти наибольшую возможную длину отрезка AC .



.....

8. На клетчатой бумаге обозначены 13 точек так, как показано на рисунке. Сколько найдётся таких квадратов, все вершины которых находятся в обозначенных точках? (Посчитать нужно и те квадраты, которые не совпадают с квадратами клетчатой бумаги.)

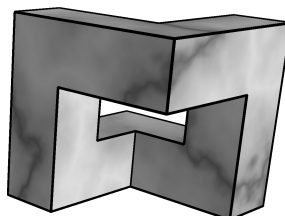


.....

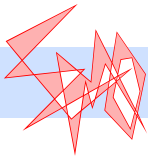
9. На новом CD-диске есть песни как на эстонском, так и на русском языке. Более 95% песен эстоноязычные. Каково наименьшее возможное число песен на этом диске?

.....

10. Из куба размером $3 \times 3 \times 3$ вырезали несколько единичных кубов и получили изображённое на рисунке тело. Сколько единичных кубов вырезали?



.....



LVI Олимпиада Эстонии по математике

31 января 2009 г.

Региональный тур

8 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Во время решения можно использовать письменные и чертёжные принадлежности, а также дополнительную бумагу, выданную организаторами соревнования.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Числа A , B , C , D и E являются пятью последовательными натуральными числами в возрастающем порядке. Найти сумму чисел A и E , если $B + C + D = 63$.

.....

2. Поставить скобки так, чтобы действовало равенство

$$1 : 2 + 3 : 4 : 5 = 4.$$

3. Разбирая свой шкаф, Юку обнаружил, что у половины из его перчаток на правую руку и у двух третьих из его перчаток на левую руку отсутствует парная перчатка. У сколько процентов перчаток Юку отсутствует парная перчатка?

.....

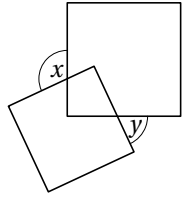
4. Перемножены все простые числа, которые не больше 2009. Найти цифру единиц произведения.

.....

5. Сколько найдётся таких натуральных чисел m , что при каком-либо натуральном числе n действует $m^n = 16$?

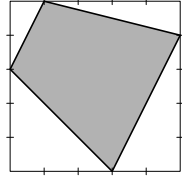
.....

6. Два квадрата расположены так, как показано на рисунке. Найти сумму углов x и y .



.....

7. Каждая сторона квадрата поделена на пять равных частей. Вершины закрашенного тёмным цветом четырёхугольника находятся в точках деления сторон квадрата (см рисунок). Найти длину стороны квадрата, если площадь закрашенного тёмным цветом четырёхугольника на 8 см^2 больше площади незакрашенной части квадрата.

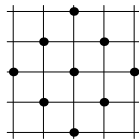


.....

8. Отрезок разделён на четыре части так, что длина его первой части равна сумме длин второй и третьей частей. Длина обеих частей наибольшей длины равна 4 см. Найти длину целого отрезка.

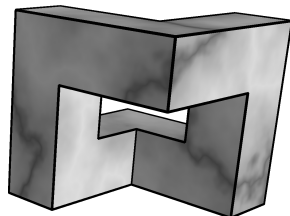
.....

9. На клетчатой бумаге обозначены 9 точек так, как показано на рисунке. Сколько найдётся таких равнобедренных прямоугольных треугольников, все вершины которых находятся в обозначенных точках?

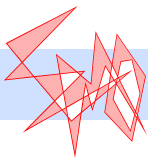


.....

10. Из куба размером $3 \times 3 \times 3$ вырезали несколько единичных кубов и получили изображённое на рисунке тело. Найти площадь полной поверхности этого тела.



.....



LVI Олимпиада Эстонии по математике

31 января 2009 г.

Региональный тур

9 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Во время решения можно использовать письменные и чертёжные принадлежности, а также дополнительную бумагу, выданную организаторами соревнования.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Числа A , B , C , D и E являются пятью последовательными натуральными числами в возрастающем порядке. Найти сумму чисел B и D , если $A + C + E = 63$.

.....

2. Найти арифметическое среднее первых 2009 положительных нечётных чисел.

.....

3. Для простых чисел p и q действует равенство $4p + 11q = 66$. Найти сумму чисел p и q .

.....

4. Сколько найдётся таких целых чисел m , что при каком-либо целом числе n действует $m^n = 81$?

.....

5. В выражении $(a + b + c + d)(a + b - c - d)$ раскрывают скобки и приводят подобные члены. Сколько слагаемых останется в результате?

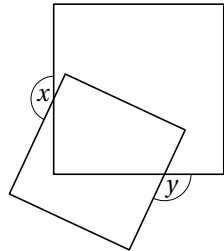
.....

6. Из всех клипов, показанных во время одной рекламной паузы, менее 50%, но более 40% рекламировали продукты питания. Найти наименьшее возможное число клипов, показанных во время этой паузы.

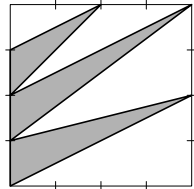
.....

7. Два квадрата расположены так, как показано на рисунке. Найти сумму углов x и y .

.....

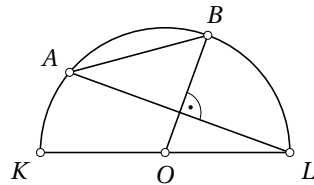


8. Каждая сторона квадрата поделена на четыре равные части. Вершины закрашенных тёмным цветом треугольников находятся в точках разделения сторон квадрата (см рисунок). Найти отношение площадей незакрашенной и закрашенной тёмным цветом частей квадрата.



.....

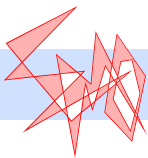
9. Точки A и B лежат на полуокружности с диаметром KL и центром O так, что отрезок AL перпендикулярен отрезку OB . Найти величину угла ABO , если $\angle KOB = 110^\circ$.



.....

10. Сколько найдётся таких прямоугольных треугольников, все вершины которых находятся в вершинах заданного куба?

.....



LVI Олимпиада Эстонии по математике

31 января 2009 г.

Региональный тур

7 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

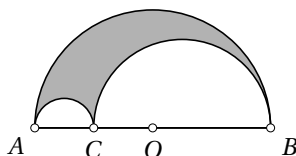
Во время решения можно использовать письменные и чертёжные принадлежности, а также дополнительную бумагу, выданную организаторами соревнования.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

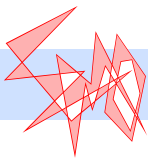
1. Счета за телефон мамы, папы и ребёнка за предыдущий месяц составили в сумме 550 крон. Если бы счёт за телефон ребёнка был в два раза больше, мамин счёт на треть меньше, а папин счёт на 50 крон больше, то счета за телефон всех троих были бы равными. Каковы счета за телефон у мамы, папы и ребёнка?
2. Числа $\overline{ab4}$, $\overline{b03}$, $\overline{b3c}$ и $\overline{ba1}$ – четыре трёхзначных числа в возрастающем порядке, причём разность любых двух рядом стоящих чисел одна и та же. Найти цифры a , b и c .

Замечание. Запись \overline{xuz} обозначает число, цифрами которого при прочтении слева направо являются x , y и z .

3. На диаметр AB , длина которого 16 см, полукруга опираются два полукруга с диаметрами AC и CB (см рисунок). Точка O делит пополам отрезок AB , точка C делит пополам отрезок AO .



- а) Найти точную площадь закрашенной в тёмный цвет области.
- б) Сколько процентов образует площадь закрашенной в тёмный цвет области полукруга от площади незакрашенной его области?



LVI Олимпиада Эстонии по математике

31 января 2009 г.

Региональный тур

8 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

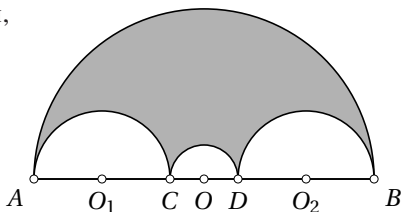
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Во время решения можно использовать письменные и чертёжные принадлежности, а также дополнительную бумагу, выданную организаторами соревнования.

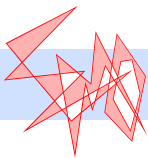
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. У Марко, Ове и Кристьяна ровно одна из компьютерных игр *Need for Speed*, *FIFA Soccer* и *Counter-Strike*. У каждого из мальчиков разная компьютерная игра. Один из мальчиков учится в 7-ом классе, один в 8-ом классе и один в 9-ом классе. Установить, из какого класса Ове и какая компьютерная игра у него есть, если следующие утверждения правдивы.
 - а) Марко не учится в 7-ом классе.
 - б) У мальчика из восьмого класса есть игра *Need for Speed*.
 - в) У мальчика из седьмого класса нет игры *Counter-Strike*.
 - г) У Кристьяна нет игры *FIFA Soccer*.
2. Пусть a , b , c , d , e и f различные числа из списка 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Известно, что $a \cdot b = c \cdot d \cdot e \cdot f$. Найти возможные значения суммы $a + b + c + d + e + f$.

3. На диаметр AB , длина которого 20 см, полукруга опираются два равных полукруга с диаметрами AC и DB , центрами которых являются соответственно точки O_1 и O_2 , а также третий полукруг с диаметром CD , центром которого является точка O (см рисунок). Отрезок CO в 4 раза короче отрезка AC .



- а) Найти точную площадь закрашенной в тёмный цвет части.
- б) Чему равен радиус такого полукруга, площадь которого равна площади закрашенной в тёмный цвет части?



LVI Олимпиада Эстонии по математике

31 января 2009 г.

Региональный тур

9 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 4 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Во время решения можно использовать письменные и чертёжные принадлежности, а также дополнительную бумагу, выданную организаторами соревнования.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все трёхзначные натуральные числа, при добавлении которых в конец числа 2009 получится 7-значное число, которое делится на числа 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8.
2. В квартирном доме два вида квартир: площадь первого вида квартир в два раза больше площади второго вида квартир, зато первого вида квартир в два раза меньше, чем второго вида квартир. Если стоимость ремонта дома поделить между квартирами в равных долях, хозяева каждой квартиры заплатили бы 1000 крон. Сколько заплатили бы за ремонт хозяева меньших квартир, если стоимость ремонта поделить пропорционально площади квартир?
3. Диагональ равнобокой трапеции той же длины, что и большее основание, а боковая сторона трапеции той же длины, что и меньшее основание. Найти величины углов трапеции.
4. В стране Банании 2009 дельцов, которые совершают сделки только между собой (с самим собой сделку совершить невозможно). В завершающемся месяце у каждого дельца Банании было чётное число партнёров по сделке (их может быть и 0). Доказать, что в Банании найдётся три дельца, у которых в завершающемся месяце одно и то же число партнёров по сделке.