Kokkuvõtteks

Paistab, et piirkonnavooruga võib üldjoontes rahule jääda, ühegi klassi komplekt polnud ülearu raske ega kerge. Ka paljude viimaste aastate kannataja 11. klass sai seekord raskuselt päris mõistlik.

Nagu eelmistel aastatel, ei vaadanud žürii ka tänavu enamikus klassides läbi kõiki ülesandeid kõikides piirkondadest saadetud töödes, vaid ainult niipalju, kui oli vaja huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õiglaseks määramiseks. See tähendab, et kõikide huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õpilaste töödes vaadati läbi kõik ülesanded ning ükski õpilane, kelle töös mõned ülesanded jäid läbi vaatamata, ei tõuseks kutsutavate hulka ka siis, kui talle kõikide nende ülesannete eest antaks maksimaalsed punktid.

Läbi vaatamata jäänud ülesanded on tabelites eristatud halli (veebiversioonis oranži) taustavärviga. 8., 9. ja 11. klassi tööde kontrollijad vaatasid läbi kõikides töödes kõik ülesanded.

Kontrollijate kommentaarid (Elts Abel, Mart Abel)

Üldised märkused

Täname korraldajaid võistluse läbiviimise eest!

Mõningad tähelepanekud koodilehtede kohta: 1) Eestimaal võiksid need siiski eestikeelsed olla.

2) Kui kasutame koodi tähenduses sõna "*š*iffer", siis kirjutame ikka kaks f-tähte.

3) Kood või *š*iffer 9321 ei ole kindlasti number, vaid arv, mis tuleks kirjutada igale töö lehele. (Ühes piirkonnas nimetatakse seda aga koodilehel numbriks).

Vaadati läbi kõikides töödes test ja ülesanded 1 ja 2. Arvestades kolmanda ülesande eest kõikidele esialgu mõtteliselt 7 punkti, tehti paremusjärjestus ja vaadati parima 25 töö väljaselgitamiseks 38 töös ka kolmas ülesanne.

Lahenduste vaatajail on järgmised tähelepanekud:

1) Osutus, et väiksemast täisarvust suurema lahutamine tekitab palju probleeme ja eksimusi. On arusaam, et kahe arvu vahe on alati kujul "esimene miinus teine", ei mõelda, et see võib olla ka "teine miinus esimene".

2) Arvatakse, et kui ülesandes on otsitavateks a ja b, siis peavad need tingimata olema omavahel erinevad.

3) Teksti ei loeta piisava tähelepanuga.

4) Lahenduste kirjapaneku oskustes on väga suuri erinevusi. Teise osa ülesannete korral ongi olulised kirja pandud põhjendused ja selgitused, mida just hinnataksegi.

Test

Ül. 4. Tüüpiline vale vastus oli 0.

Ül. 6. Žürii otsustas anda vastuse 10 cm·10 cm eest 1 punkti.

Ül. 9. Tüüpiline vale vastus oli 20.

Ülesanne 1

Proovimise teel ei olnud raske leida õiget vastust (2p). Kui nii tehakse, siis peaks ikka kontrollima ka kõikide ülesande tingimuste täidetust (1p). Kui võetakse kasutusele mingi muutuja (näiteks x), siis kindlasti tuleks öelda, mida see tähistab. Tuleb ka selgitada, kuidas antud tähistuse kaudu tekivad kirja pandud seosed ja võrrandid ülesande tingimustestlähtuvalt. Põhiline eksimus: arvati, et ka oletatavate arvete korral peab nende summa olema 550 krooni, mida ülesande tekstis ei olnud öeldud ja mis nii ka ei olnud.

Ülesanne 2

Üsna sageli oli lahendatud proovimise teel. Kui üks lahend oli käes, ei vaevutud kontrollima, kas ka teisi sobivaid variante võiks leiduda. Sageli eeldati, et a, b ja c peavad olema paarikaupa erinevad ning samuti erinema ülesande tekstis kasutatud numbritest $4, 0, 3$ ja 1. Hämmastavalt palju esines põhimõttelisi vigu lahutamisel (näiteks $674 - 703 = -171$ või $703 - 732 = -129$). Sellest hoolimata olid piirkondlikud hindajad andnud sellise lahenduse eest 7 punkti!

Ülesanne 3

Ülesanne oli üsna traditsiooniline ja lahenduv ühe kindla algoritmiga, tuli vaid teksti täpselt lugeda. Lahenduste vormistamisega võib üldiselt rahule jääda. Kindlasti edaspidi arvestada, et matemaatika olümpiaadil arvu π me ülesandes ei asenda ei arvuga 3,14 ega ka ühegi teise selle arvu lähendiga, kui just pole teisiti öeldud. Põhilised segadused: mis on ringi diameeter, mis raadius ja kumb neist pindala valemis on; kas tuli leida ringi või poolringi pindala; milliste suuruste protsentuaalset suhet ikka tuli leida.

Kontrollijate kommentaarid (Raili Vilt, Maksim Ivanov)

Üldised märkused

Test

Testi raskeimaks osutusid ülesanded 10, 3 ja 9. Kõige paremini lahendati ülesandeid 1, 6 ja 8.

Ülesanne 1

Ülesanne osutus väga lihtsaks ja oli lahendatud väga hästi. Kõik õpilased jõudsid õige vastuseni. Vaatamata sellele mõned õpilased ei saanud maksimumpunkte. Selleks on tegelikult kaks põhjust.

Esiteks, ka nii lihtsate ülesannete puhul ei piisa ainult vastusest. Iga tehtud samm peaks olema piisavalt põhjendatud. Teiseks, mõned õpilased selle loogika ülesande lahendamisel kasutasid nn. vastavuste tabelit. Tahaks pöörata tähelepanu sellele, et ka tabeli koostamist peaks kommenteerima ning selle põhjal tehtud järeldused peavad olema korrektsed.

Selle ülesande hindamisjuhendis oli kirjas, et õige lõppvastus annab ühe punkti. Sellele toetudes mõned parandajad võtsid ühe punkti maha, kui lahenduse lõpus ei olnud sõna „vastus”. Õpilased aga „vastuse” asemel kasutasid teisi konstruktsioone nagu „see tähendab, et. . . ”, „sellega on kindlaks tehtud, et. . . ” jne. Need konstruktsioonid lugesime sõnaga „vastus” samaväärseteks.

Ülesanne 2

See arvuteooria ülesanne oli 8. klassi komplektis kõige raskem. Kõigepealt oli vaja aru saada, et ülesande lahendamiseks ei piisa vajalikkude summade leidmisest, peaks veel näitama, et saadud summad on ainukesed võimalikud.

Enamus õpilasi on piirdunud vaid summade leidmisega, mille eest oli võimalik kokku saada 2 kuni 3 punkti.

Ülesanne 3

Geomeetria ülesanne oli suhteliselt lihtne. Siin pööraks tähelepanu sellele, et seekord said üsna rangelt punktidega karistatud need õpilased, kes kasutasid arvu π lähisväärtust ning seetõttu said ligikaudseid vastuseid.

Põhivigade seas oli ringi pindala valemi $S = 2\pi r^2$ kasutamine ning väited nagu

$$S = \pi r^2 = \pi 8^2 = 64\pi = 64\pi : 2 = 32\pi \qquad \text{või} \qquad 64 = \sqrt{64} = 8.$$

Kontrollijate kommentaarid (Indrek Zolk, Kalle Kaarli)

Test

Test on seekord parandatud erakordselt täpselt: parandamise ühtlustamisel ei tulnud teha *ühtki* punktimuudatust. Test ise oli õpilastele küllalt raske: maksimumilähedasi punkte on vähe. Ülesandele 10 pakuti paljusid erinevaid vastuseid, nende seas õiget vastust küllalt harva.

Ülesanne 1

Ülesannet oli päris ilusti lahendatud ja üldiselt ka õiglaselt hinnatud. Õpilased tundsid üldiselt hästi jaguvustunnuseid ja neid kasutades sõelusid õige vastuse kenasti välja. Sagedamini esinenud vigadest tooksin esile järgmise: 7-ga jaguvuse üle otsustati selle järgi kas lisatava kolmekohaline arv jagub 7-ga, ilma et oleks uuritud, kas 2009 jagub 7-ga. Üksikud lahendajad arvasid, et 8-ga jaguvus on samaväärne 2 ja 4-ga jaguvusega. Tallinna Reaalkooli õpilased tundsid 7-ga jaguvuse tunnust, mida ka kasutasid. Üsna mitu lahendajat tugines vähima ühiskordsena. Leiti, et 840 on antud arvude VÜK ja veenduti, et nõutud vahemikus on täpselt üks 840-ga jaguv arv. Sagedane viga, mida seejuures tehti, oli, et ei selgitatud, mida tegelikult tehakse. Leiti näiteks arv 840, aga ei nimetatud, et see on antud arvude VÜK.

Ülesanne 2

Ülesanne osutus õpilaste jaoks suhteliselt lihtsaks.

Mitmed lahendajad olid fikseerinud korterite arvu ja/või väikese korteri pindala kindla arvuna. Hindamisskeem sellise kitsenduse eest antavat trahvi ei kirjelda. Hindamise ühtlustamisel võeti korterite arvu fikseerimisel maha 2 punkti, välja arvatud kui korterite arvuks valiti 3 (siis võeti maha 1 punkt). Seda põhjendab asjaolu, et igasuguse ülesande tingimustele vastava maja võib jaotada kolmest korterist koosnevateks võrdpindseteks gruppideks (igas grupis üks suur ja kaks väikest korterit) ning lahendada ülesanne ühes taolises grupis. Korteri pindala fikseerimise eest võeti maha 2 punkti.

Ülesanne 3

Ülesannet oli päris ilusti lahendatud ja üldiselt ka õiglaselt hinnatud. Üks sagedamini esinenud viga oli järgmine. Mingil hetkel kasutati fakti, et diagonaal poolitab ühe sisenurkadest ja ei olnud võimalik aru saada, kust see (iseenesest õige fakt) on võetud.

Ülesanne 4

Ülesandel oli massiliselt esinev „otsetee”: lugeda arvude $0, 1, 2, \ldots, 2009$ seas paiknevad paarisarvud valesti kokku, saades tulemuseks 1004, ning siis asuda kohe Dirichlet’ printsiipi rakendama. Sellistele lahendustele saab skeemi põhjal anda punkte vaid lahenduse lõpuleviimise eest (3 p.), kuna ülejäänud etapid on läbi viimata.

Mõni õpilane otsustas, et leitud 1005 varianti tehingupartnerite arvudeks võivad kõik realiseeruda ning asus Dirichlet’ printsiipi rakendama, rõhutades, et $2009 < 2 \cdot 1005$. Siin aga pole Dirichlet’ printsiibiga midagi teha, kuna pesade arvu $n = 1005$ ja objektide arvu $m = 2009$ jaoks ei kehti seos $m \geqslant 2n + 1$. Niisiis siit otse ülesande väidet saada ei õnnestu.

Arvestades, et õpilaste jaoks põhineb selle ülesande lahendamine ainult „tervel mõistusel” (koolis Dirichlet’ printsiipi ei käsitleta), leidus rõõmustavalt palju täislahendusi.

Kontrollijate kommentaarid (Uve Nummert, Reimo Palm)

Ülesanne 1

Lahendusi, kus võrrandisüsteemist $a + b = 1 + \frac{\pi}{4}$, $ab = \frac{\pi}{4}$ olid kohe välja kirjutatud lahendid 1 ja $\frac{\pi}{4}$ ilma selgituseta, miks need on ainsad, oli piirkonnas hinnatud 5 punktiga ja see jäi muutmata.

Lahendused, kus oli läbi jagatud teguriga $a-1$ või $b-1$ ilma vaatlemata juhtu, kus see tegur võiks olla 0 (mis annab sama küljepikkuste paari teistpidi), said ühtlustamisel 6 punkti.

Ülesanne 2

Lahendused, kus oli kontrolli tegematajätmise tõttu sisse jäetud ka võõrlahendid, said ühtlustamisel 5 punkti.

Lahendusi, kus kahest lahendist oli leitud ainult üks (tüüpiliselt seetõttu, et võrrandi $(x-y)^2 = 1$ kahest lahendist $x - y = 1$ ja $x - y = -1$ vaadeldi vaid üht) oli piirkondades hinnatud 4 punktiga ja see jäi muutmata.

Ülesanne 3

Peamiselt olid selles ülesandes ühtlustamised paari punkti ulatuses.

Üldiselt anti lahenduse eest üks punkt juhul, kui töös oli analüüsitud matemaatiku saadud korrutise paarsust, sest paarsuste uurimine viib tõepoolest lahendusele lähemale.

Tartus olid mitmed lahendajad ilmselt õppinud Eukleidese teoreemi algarvude hulga lõpmatusest. Ülesande olukord on selles teoreemis vaadeldavaga analoogiline, seda panid ka paljud õpilased tähele, aga kahjuks pole näha, kuidas selle teoreemi tõestuskäiku siin ära kasutada saaks. Seepärast anti kõigile niisugust ideed väljendanud töödele 0 punkti.

Ülesanne 4

Tüüpiline viga oli ebamäärased väited („liiga suur“, „kindlasti piisav“) ilma põhjendusteta.

Muus osas õiged tööd, kus aga järeldumise loogika oli ilmutatult valepidi (nt tähistatud järeldumisnooltega), said 5–6 punkti.

Ülesanne 5

Ülesanne oli päris hästi lahendatud ja ka punktimuutusi oli vähe.

Lahendused, kus vaadeldi vale olukorda (juba esialgne joonis vale), said ühtlaselt 0 punkti.

Ülesanne 6

Lisaks žürii lahendustega sarnastele arutlustele olid paljud lahendajad siin vaadelnud mingil viisil esitatud võimaluste puud, püüdes näidata, et selle igas harus jõuame otsitava arvude kolmikuni. Seda tüüpi lahendusi oli piirkondades üsna ebaühtlaselt hinnatud: leidus täispunktidega hinnatud töid, kus olid sisuliselt käsitletud vaid mõned erijuhud, ent samas ka madalalt hinnatud töid, kus kommentaarid olid väga lakoonilised, ent juhtude läbivaatus oli samas täielik või vaid mõni väike alamharu vaatamata jäänud.

Paljudes lahendustes apelleeriti sellele, et kuna mingi fikseeritud pikkusega arvujärjendite värvimiseks kahe värviga on lõplik arv võimalusi, aga arvsirge on lõpmatu, siis hakkavad sarnased järjendid korduma. Sellest aga otseselt ülesande väide ei järeldu, sest see kordumine ei tarvitse olla perioodiline (võrdluseks: ka numbreid on lõplik arv, ent sellegipoolest saab neist koostada lõpmatuid mitteperioodilisi kümnendmurde).

Mitmes töös leiti õigesti, et kui ei ole kolme võrdsete vahedega üht värvi arvu, siis saab kahe järjestikuse ühevärvilise arvu vahel olla ülimalt kaks teist värvi arvu ning üht värvi arvud ei või ka paikneda korrapäraselt „üle ühe“ ega „üle kahe“. Edasi aga tehti sellest ebaõige järeldus, et üht vaadeldavat värvi arvude vahel peab olema *vaheldumisi* üks ja kaks teist värvi arvu.

Kontrollijate kommentaarid (Härmel Nestra, Heiki Niglas)

Üldised märkused

Seekord sai siis 11. klassi kord ka kergem komplekt. Lõppvooru pääsemise piir tuli mõistlik, erinevalt üsna mitmest eelnevast aastast.

Negatiivse poole pealt tuleb märkida, et mõnes ülesandes jäi õpilastele arusaamatuks, mida neilt lahendusena oodatakse, ja seetõttu kaotasid paljud rohkemgi punkte kui nende tase eeldanuks. Nii oli 5. ja mõnel määral ka 6. ülesandes: väiteid, mille põhjendust žürii ootas, peeti ilmseks ja põhjendama ei hakatud.

Analoogiline oli talvise lahtise võistluse noorema rühma ülesanne 1, mis kahjuks otsustas ka auhindade jaotuse.

Ehkki sellised ülesanded pole iseenesest võistlusele kõige sobilikumad, sest nende järgi tekkiv pingerida ei pruugi kajastada õpilaste tegelikku edasijõudmust ülesande lahendamisel (edukamad on need, kes viitsivad rohkem kirja panna, mitte eelkõige tegelikud äralahendajad), pole nende mõistliku doseerimise puhul (kui neid pole palju ja kui nad ei selekteeri tippu) ehk vaja kurta. Nad distsiplineerivad noori matemaatikuid ja tuletavad meelde, et matemaatika lahutamatu osa on ka oskus oma väiteid põhjendada.

Ülesanne 1

Tegu oli küllatki tavalise kooliülesandega ja enamik õpilasi tuli sellega hästi toime. Punkte sai muudetud peamiselt seetõttu, et osades piirkondades oli trigonomeetrilisel kujul vastuste eest võetud 1–3 punkti maha.

Ülesanne 2

Kuigi ülesanne oli kavandatud kooliülesandena, paistab, et koolis selliseid siiski hästi lahendada ei osata. Päris palju oli poolikuid ja vigaseid lahendusi. Mis tõeliselt üllatas, oli see, et õpilased massiliselt arvavad, et $\cos 180^\circ = \sin 270^\circ = 1$, mistõttu võõrlahendite kontrollist polnud asja – lahendite mittesobivust sellega lihtsalt ei tuvastatud!

Üks tüüpviga, mida žürii hindamisjuhiste koostamisel ette ei näinud, oli see, et jäeti piirkond $180^\circ \leqslant \alpha < 360^\circ$ üldse vaatluse alt välja, mistõttu võõrlahendite $\alpha = 180^\circ$ ja $\alpha = 270^\circ$ kontrolli küsimus ei tulnud üldse ette. See juhtus, kui õpilane oli jõudnud võrrandini 2α suhtes ning seadis ekslikult 2α-le samad piirid mis ülesanne seadis α-le. Kuna kontrolli puudumise eest oli ette nähtud 2 miinuspunkti, siis võtsime 2 punkti maha ka sellistel töödel.

Veel üks tüüpviga esines lahenduses (mida ka žürii ette ei näinud), kus kahekordse nurga valemite abil mindi üle seostele $\frac{\alpha}{2}$ suhtes ja saadi võrrand $2\sin\frac{\alpha}{2}\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\right) = 0$. Uurides varianti $\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2} = 0$, jagati suurusega $\cos\frac{\alpha}{2}$ läbi, kuid ei pööratud tähelepanu juhtudele, kus see võrdub nulliga. Ka selle eest võtsime 2 punkti maha.

Üksjagu õpilasi lahendas võrrandit nii, et proovis lihtsalt läbi üksikuid nurki, mille trigonomeetriliste funktsioonide väärtused on tuntud. Sellistele andsime üldse 2 punkti.

Ülesanne 3

Selles ülesandes sai punkte muudetud paljudes töödes ja küllaltki suures ulatuses. Peaaegu kõik õpilased olid tulnud idee peale, et vaadelda summade paarsust. Kuid selgitused olid enamasti puudulikud. Paljudes töödes oli küll mainitud, et 2 on algarv, kuid samas edasises lahenduskäigus eirati seda fakti. Samuti nii mõneski töös vaadeldi ainult juhtu, kus arvud a, b, c ja d on mittenegatiivsed. Sellised lahendused said enamasti ülimalt 3 punkti.

Ülesanne 4

Selles ülesandes suutsid peaaegu kõik õpilased leida õige vastuse. Kuid enamasti kaasnes sellega ka võõrlahendite tekkimine ja kontroll puudus paljudes töödes. Leidus ka selliseid töid, kus oli kontroll läbi viidud, kuid sellega ei suudetud võõrlahendeid kõrvaldada. Seda enamasti sellepärast, et pandi vasak ja parem pool võrduma ja siis hakati pooli ruutu tõstma ning teisendama, nagu seda tehti lahendeid otsides. Punkte tuligi muuta peamiselt seetõttu, et kontroll puudus osaliselt või täielikult.

Ülesanne 5

See ülesanne on väga lihtne, kuid punktide saamisel mängis väga olulist rolli põhjenduste selgus ja konkreetsus. Enamik õpilasi lugesid ilmseteks üksikuid samme, millele meie ootasime siiski põhjendust.

Tüüpiline väide, mida ei põhjendatud ja seetõttu punkte kaotati, oli see, et erineva vahekaugusega paralleelsete sirgete paaride lõikamisel samasihiliste sirgetega tekivad mainitud sirgepaaride vahel erineva pikkusega lõigud. Kui seda väidet võib eeldada, on sellega ülesanne peaaegu lahendatud (jääb vaid põhjendada, et rohkem võimalikke pilte pole, ja selle eest lubas skeem vaid 1 punkti). Seejuures on seda väidet võimalik väga lihtsalt kooliteadmistega põhjendada: nurkade arvutust ja trigonomeetriat pole vaja; kui need lõigud oleks võrdse pikkusega, siis samasihilisuse tõttu määraksid nad võrdsed vektorid, kuid siis oleks ka nende vektorite koordinaadid vastavalt võrdsed (vektori koordinaadid on üheselt määratud!), mistõttu kui üks koordinaattelg võtta paralleelsete sirgete paaridega risti, siis vektorite see koordinaat oleks võrdne sirgepaaride vahekaugusega ja tekiks kohe vastuolu nende kauguste erinevusega.

Seetõttu oli vahetegemine sellel, kas lahendus on olemas või on kirjas vaid realiseerimata idee, suhteliselt raske ja tulemus kippus nii või teisiti kunstlik tunduma.

Tuleb tunnistada, et tõsisematel võistlustel raskemate ülesannete puhul selliste väidete põhjendamist ei nõuta, sellised loetaksegi tuntuks või ilmseks. Täiesti saame aru Tallinna parandajast, kes peaaegu kõigile pani 7 punkti. Osa õpilasi võivad seetõttu nüüd end petetuna tunda, mis teeb sellise ülesande suht ebasobivaks võistlusele üldse. Žürii aga alati ei jõua kõiki võimalikke lahenduskäike ja seetõttu ülesande sellist iseloomu ette näha.

Poleks aidanud ka skeemi ümbertegemine, nii et võimalike piltide analüüsile oleks rohkem punkte eraldatud, sest seda oli töödes veel vähem tehtud (tüüpiliselt joonistatigi üksainuke pilt ilma selgitusteta, kuidas see on saadud).

Ülesanne 6

Selle ülesande lahendusi läbis tüüpviga, mida võiski arvata, sest see alati esineb sedasorti kombineerimisülesannetes. Nimelt 6. veeru arvude summa 735 maksimaalsuse põhjenduseks näidati järkjärguline konstruktsioon, kus igal sammul valiti hetkel parim võimalik 6. veeru arv. Selline mõttekäik on üldjuhul põhimõtteliselt vale: lõpptulemuse kui terviku ekstremaalse väärtuse saavutamiseks ei pruugi olla alati õige mingi järkjärgulise konstruktsiooni igal sammul valida selles kontekstis (juba eelnevaid valikuid arvestades) ekstremaalne jätk. Antud ülesande puhul tekib küsimus, kas ei võiks maksimaalne summa tekkida nii, et alguses valime 6. veergu võimalikust natuke väiksemad arvud, mille tulemusena tekib võimalus valida protsessi lõpuosas suuremad arvud, mis kokkuvõttes ületavad alguse mahajäämuse.

Selliseid mõttekäike oli piirkondades väga erinevalt hinnatud, oli antud nii täispunkte kui ka mitte midagi. Tartus ja mõnedes väiksemates piirkondades viljeldud teine variant on sümpaatne, kuid otsisime kuldset keskteed, võttes arvesse ka seda, kui kerge oleks õpilase kirjapandut ümber teha korrektseks mõttekäiguks. Seekord võivad õpilased kergendatult hingata, sest siin ülesandes tõepoolest on võimalik sellises mõttekäigus uue arvu valik peaaegu samamoodi põhjendada seejuures eelnevaid valikuid mitte arvestades. Nimelt hinnates suuruselt n-ndat 6. veeru arvu, me teame, et selles reas on 4 temast suuremat arvu ja — et tegu on suuruselt n-nda 6. veeru arvuga — on 6. veerus veel $n-1$ temast suuremat arvu (olgu siis optimaalsed või mitte), millest igas reas omakorda on 4 veel suuremat arvu. Nii tulebki, et iga järgmise 6. veeru arvu puhul on neid arve, mis peavad temast suuremad olema, parajasti 5 võrra rohkem.

Paljud õpilased kaotasid väärtuslikke punkte hoopis konstruktsiooni puudumise pärast või oli see poolik, 1.–5. veeru täitmine jäi tähelepanuta. Võidi mõelda, et see pole oluline, kuna jutt oli ainult 6. veerust, kuid ülesande loogiliselt täielikuks lahenduseks tuleb siiski veenduda, et leitud arvude paigutus 6. veergu, mis pretendeerib maksimaalsusele, on ikka ühe ülesande tingimusi rahuldava tabeli täitmise osa.

Veel üks põhjus, miks real töödel punkte muutsime, oli erinev tõlgendus sellest, millisesse etappi skeemis kuulub summa 735 väljaarvutamine. Seda võis lugeda nii konstruktsiooni etappi kui ka maksimaalsuse tõestuse juurde kuuluvaks. Et teine etapp maksis rohkem, valisime teise — nii said konstruktsioon (ilma 6. veeru arve summeerimata) ja maksimaalsuse tõestus (jällegi ilma summeerimata) ühesuurustena hinnatavaks.

Tagajärjena olid vaid mõned üksikud tööd, kus selles ülesandes piirkonnas pandud punktide arv jäi muutmata.

Kontrollijate kommentaarid (Hendrik Nigul, Aleksei Lissitsin)

Ülesanne 1

Mitmed õpilased vaatlesid ka juhtu, kui antud oli kolmurga alus, mis andis neile lisavastuseid. Selle eest said nad ühe võrra vähem punkte.

Ülesanne 2

Mitmed õpilased arvasid, et *sirge nurk x-teljega* on sama, mis *sirge tõusunurk*. Seetõttu jäi neil üks lahend leidmata. Ühtlustamisel anti nendele õpilastele ülimalt 5 punkti.

Ülesanne 3

See on üks lihtsamatest ülesannetest komplektis. Kuigi selles ülesandes on vaja läbi viia tõestust kahes suunas, tegelikult vastuse 648 leidmine reeglina annab korraga nii seda, et arv 648 on nõutava omadusega, kui ka seda, et ta on vähim võimalik sobiv arv.

Ülesanne 4

See ülesanne on samuti „kas 0 või 7” tüüpi ülesanne. Kui osaleja märkab seost geomeetrilise jadaga ja paneb selle jada summat korrektselt, siis reeglina teeb ta ülesande ka lõpuni. Muid punkte kui 0 või 7 said need, kes tegid kas mingi vea vastuse arvutamisel või ei jõudnud õigesti kirjapandud esialgselt seoselt geomeetrilise jada summani.

Ülesanne 5

Lahendustes esinev tüüpviga oli seosest $\sin 2\alpha = 1/2$ juhu $\alpha = 75^\circ$ vaatamata jätmine. Selle eest karistati 1 punktiga.

Mõned õpilased üritasid lahendada nö. *pöördülesannet* ning veendusid, et kui täisnurkse kolmnurga teravnurgad on $15^\circ, 75^\circ$, siis on hüpotenuus 4 korda pikem temale tõmmatud kõrgusest. Paraku ei ole sellise tõestuse puhul kõik sammud tagasi pööratavad, mistõttu ei lahenda see kuidagi esialgset (ehk lahendamist vajavat) ülesannet. Sellised lahendused said enamasti 1 punkti.

Ülesanne 6

See ülesanne koosnes kahest osast. Kuna kummagi osa vastused on erinevad, siis peaksid ka tõestused olema hoopis erineva ülesehitusega.

A) osas piisas leida 1 sobiv täisarvude paigutus tasandile, et iga arv oleks oma naabrite aritmeetiline keskmine. Üsna sageli piirduti 5×5 tabeli tegemisega. Seejuures jäeti enamasti näitamata, kuidas tuleks täita ülejäänud tasandi punkte. Mõnikord ei veendutud jällegi, kas iga arv ikka on oma naabrite keskmine.

Mõned õpilased üritasid näidata, et A) osas on lahendeid rohkem, kui üks. Ent seejuures võis kahtluse alla sattuta, kas leitud üldvalem ikka sobib tasandi täitmiseks arvudega.

B) osas eksiti massiliselt ülesande tingimuse *tasandi kõik arvud ei ole võrdsed* tõlgendamisega. Arvati, et *ei leidu arvu, mis oleks võrdne oma kõigi naabritega*. Paraku ei saa 5 arvu mittevõrdsust järeldada kõigi arvude mittevõrdsusest. Veelgi enam: tasandit saab täita täisarvudega nii, et seal leidub arv, mis on võrdne oma kõigi 4 naabriga (ning rahuldaks muid A) osa tingimusi), mingit vastuolu ei teki. Korrektne oleks järeldada, et *leidub arv, mis ei ole võrdne oma kõigi naabritega* ning rajada oma arutlus sellele arvule.

Mõnes venekeelses töös aeti segamini aritmeetilise keskmise ja aritmeetilise jada mõiste. Arvati, et tasandi iga rida (või veerg) peab moodustama aritmeetilise jada.