

LV Олимпиада Эстонии по математике

2 февраля 2008 г.

Региональный тур

7 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Записать числа в свободные клетки так, чтобы после выполнения последнего действия получили ответ 0.

$$\boxed{} \xrightarrow{-(-3)} \boxed{} \xrightarrow{:4} \boxed{} \xrightarrow{+(-5)} \boxed{0}$$

2. Числу 2008 соответствует число 1000, числу 2009 соответствует число 1001 и т.д., как показано на рисунке. Какому числу соответствует число 2008?

2008	2009	2010	...	$x - 1$	x
↓	↓	↓	...	↓	↓
1000	1001	1002	...	2007	2008

.....

3. Катя загадала одно натуральное число между 150 и 270. Произведение цифр этого числа оказалось 81. Какое число загадала Катя?

.....

4. Сколько найдется таких натуральных чисел между числами 100 и 200, в записи которых содержится цифра 3 или цифра 7?

.....

5. На протяжении двух последних лет 3 месяца оказались холоднее нормы, а все остальные месяцы оказались теплее нормы. Сколько процентов месяцев оказалось за этот период теплее нормы?

.....

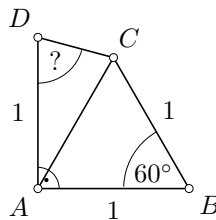
6. Цифровые часы в 24-часовом режиме показывают часы и минуты (например 21:25). В какое время сумма цифр на табло наибольшая?

.....

7. В координатной системе дана точка $A(-2; 3)$. Найди все такие отличные от неё точки, которые отстоят как от оси x , так и от оси y на том же расстоянии, что и A .

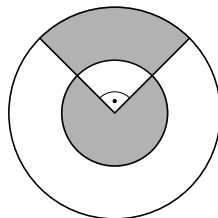
.....

8. В четырёхугольнике $ABCD$ длина сторон AB , BC и AD равна 1. Угол BAD — прямой, а $\angle ABC = 60^\circ$. Найди величину угла ADC .



.....

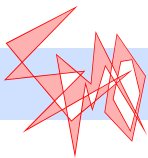
9. Найти точную площадь закрашенной зоны, если диаметр внешнего круга равен 2 см, а внутреннего круга — 1 см.



.....

10. Сколько рёбер различной длины может быть у прямой треугольной призмы? Обвести кружком подходящие числа.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



LV Олимпиада Эстонии по математике

2 февраля 2008 г.

Региональный тур

8 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.
 На этом листке написать только ответы, для решения
 можно использовать дополнительную бумагу.
 Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.
 Пользоваться калькулятором не разрешается.*

1. Записать числа в свободные клетки так, чтобы после выполнения последнего действия получили ответ 1.

$$\boxed{} \xrightarrow{\cdot \frac{3}{4}} \boxed{} \xrightarrow{: 0,5} \boxed{} \xrightarrow{+ \frac{1}{3}} \boxed{1}$$

2. Числу 2008 соответствует число 999, числу 2010 соответствует число 1001 и т.д., как показано на рисунке. Какому числу соответствует число 2009?

2008	2010	2012	...	$x - 2$	x
↓	↓	↓	...	↓	↓
999	1001	1003	...	2007	2009

.....

3. Найти наименьшее положительное целое число, которое при делении на 5 даёт в остатке 3, а при делении на 7 даёт в остатке 2.

.....

4. Сколько найдётся таких двузначных положительных чисел, в записи которых есть цифра 1 или цифра 5?

.....

5. Сколько найдётся способов выбрать из 5 учеников команду в 3 человека, если двое из них, Петя и Митя, отказываются находиться вместе в одной команде?

.....

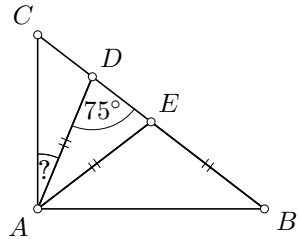
6. 200-литровая ванна воды была разлита равномерным слоем на полу квартиры в 40 квадратных метров. Найти толщину образовавшегося слоя воды.

.....

7. Окружность проходит через точки $A(-3; -3)$, $B(5; -3)$, $C(5; 3)$ и $D(-3; 3)$. Найти координаты центра этой окружности.

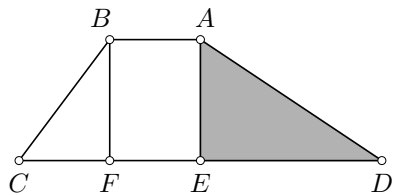
.....

8. Треугольник ABC — прямоугольный, с прямым углом у вершины A . Отрезки AD , AE и EB имеют равную длину, а $\angle ADE = 75^\circ$. Найти величину угла CAD .



.....

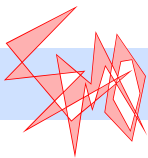
9. Основаниями трапеции $ABCD$ являются AB и CD . Отрезки AE и BF перпендикулярны основанию. Известно, что $|DE| = 3$ см, $|EF| = 1,5$ см и $|FC| = 1,5$ см. Какую часть от площади трапеции составляет площадь треугольника AED ?



.....

10. Сколько рёбер различной длины может быть у прямого параллелепипеда? Обвести кружком подходящие числа.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



LV Олимпиада Эстонии по математике

2 февраля 2008 г.

Региональный тур

9 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. На сколько различных положительных целых чисел делится число $\frac{2008^2 - 1907^2}{3915}$?

.....

2. Найти сумму цифр произведения $2^{2008} \cdot 5^{2011}$.

.....

3. Числу 1000 соответствует число 2008, числу 999 соответствует число 2006 и т.д., как показано на рисунке. Какое число соответствует числу -2008 ?

1000	999	998	...	-2007	-2008
↓	↓	↓	...	↓	↓
2008	2006	2004	...	$x + 2$	x

.....

4. Произведение $5 \cdot 6$ делится на N положительных целых чисел, произведение $5 \cdot 6 \cdot 7$ делится на M положительных целых чисел. Найти $\frac{M}{N}$.

.....

5. Найти $x + 2y$, если известно, что $3x + 2y = 14$ и $x + 6y = 22$.

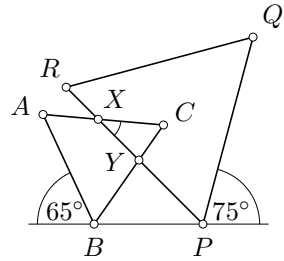
.....

6. Даны круг с площадью 4π см² и треугольник с такой же площадью, длина одной стороны которого равна радиусу круга. Какова длина высоты, проведённой к этой стороне треугольника?

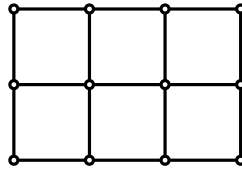
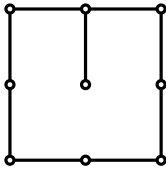
.....

7. Треугольники ABC и PQR — равносторонние. Найти величину угла CXY .

.....

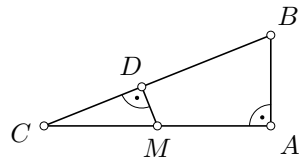


8. У Жени есть штампель, оттиск которого показан слева. Каково наименьшее количество нажатий штампеля, необходимое для того, чтобы образовать показанное на рисунке изображение?



.....

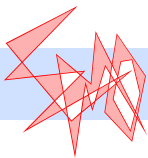
9. На катете AC прямоугольного треугольника ABC отмечена точка M так, что она делит этот катет на две равные части. На гипотенузе BC отмечена точка D так, что отрезок MD перпендикулярен гипотенузе. Найти площадь треугольника ABC , если $|MD| = 3,5$ см и $|BC| = 10$ см.



.....

10. Сколько рёбер различной длины может быть у прямой четырёхугольной призмы? Обвести кружком подходящие числа.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



LV Олимпиада Эстонии по математике

2 февраля 2008 г.

Региональный тур

7 класс

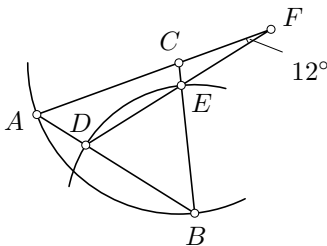
II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

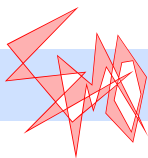
Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. От веса школьного портфеля Васи 30% составляли спортивные принадлежности, 40% — учебные материалы, а оставшиеся 30% — прочие вещи. Вася пошёл на другую тренировку, поэтому вес спортивных принадлежностей увеличился на 20% по сравнению с их изначальным весом. Теперь портфель настолько наполнился спортивными принадлежностями и прочими вещами, что для учебных материалов не осталось места. На сколько, вследствие этого, уменьшился вес портфеля?
2. Найти все такие числа, при которых как само число, так и число, полученное изменением его порядка цифр на противоположный, являются трёхзначными и делятся как на 4, так и на 9.
3. Точки A и B находятся на окружности, центр которой в точке C . Окружность с центром B пересекает стороны BA и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E . Прямые AC и DE пересекаются в точке F , причем $\angle AFD = 12^\circ$. Найти величины углов треугольника ABC .





LV Олимпиада Эстонии по математике

2 февраля 2008 г.

Региональный тур

8 класс

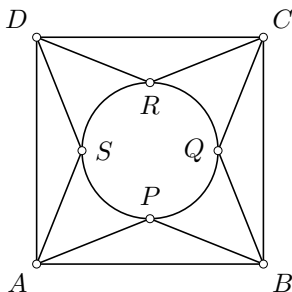
II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

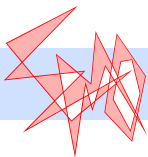
Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Спортсмен-любитель едет на велосипеде на тренировку по бегу до стадиона, расположенного на расстоянии 5 км от дома, а потом возвращается обратно по той же дороге. Дорога состоит лишь из подъёмов и спусков. Средняя скорость спортсмена на велосипеде равна 15 км/ч во время подъёма и 25 км/ч во время спуска. На бег по стадиону он затрачивает на 4 минуты больше, чем на езду туда и обратно на велосипеде. Сколько кругов стадиона длиной 400 м пробегает спортсмен, если его скорость бега равна 10 км/ч?
2. Петя записал на бумаге 5 положительных целых чисел, все из которых были меньше 150. Оказалось, что каждое число было в полтора раза больше предыдущего. Какие числа Петя записал на бумаге?
3. Треугольники APB , BQC , CRD и DSA на рисунке — равные и равнобедренные. Площадь звезды $APBQCRDS$ составляет половину площади квадрата $ABCD$. Найти отношение площадей круга и квадрата.





LV Олимпиада Эстонии по математике

2 февраля 2008 г.

Региональный тур

9 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 4 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. На разговорной карточке денег ровно столько, чтобы по ней можно было разговаривать 30 минут и отослать 15 сообщений, либо чтобы разговаривать 15 минут и отослать 35 сообщений. Можно ли по этой карточке разговаривать 24 минуты и отослать 24 сообщения?
2. На стороне AB треугольника ABC выбрана точка D . Прямая, проходящая через точку D и параллельная стороне BC , пересекает сторону AC в точке E , прямая, проходящая через точку E и параллельная стороне AB , пересекает сторону BC в точке F , а прямая, проходящая через точку F и параллельная стороне AC , пересекает сторону AB в точке G . Доказать, что $|AD| = |BG|$.
3. На клетчатом поле размером 8×8 часть клеток закрашена чёрным, а остальные — белым. На каждом шагу выбирают одну клетку, и в прямоугольнике, левый верхний угол которого является углом всего поля, а правая нижняя угловая клетка — выбранной клеткой, изменим цвет всех клеток на противоположный. Возможно ли с помощью описанных шагов, исходя из любой изначальной раскраски поля, достичь положения, где все клетки белые?
4. Назовём натуральное число *красивым*, если оно представимо в виде суммы какого-либо двузначного числа и числа, полученного из этого двузначного числа изменением порядка цифр. Например, число $110 = 37 + 73$ красиво. Найти все такие красивые числа, которые являются квадратами целых чисел.