Lp hindaja!

Käesolevas esitame kõigepealt hindamise üldised põhimõtted ning seejärel järjekorras konkreetsed hindamisjuhised iga ülesande kohta eraldi.

1. Õpilase lahenduseks tuleb esmajoones lugeda see, mida õpilane on ülesande kohta vormistanud puhtandina (sh mustandipaberile selgesti arusaadavalt kirja pandud mõttekäigud, kui need on ametlikult puhtandipaberilt viidatud). Töö mustandi arvestamine või mittearvestamine ülesande lahenduse hulka on hindaja otsustada (või piirkonna hindamiskomisjoni ühine otsus kõigi ülesannete suhtes), kuid see peab toimuma kõigis töödes ühtmoodi.

2. Alljärgnevas on 7.–9. klassi olümpiaadi I osa (testi) ning kõikide ülejäänud ülesannete hindamisjuhised esitatud erinevalt.

   Testi iga küsimuse jaoks on eraldi loetletud või kirjeldatud vastused, mille eest tuleks anda vastavalt kaks punkti või üks punkt (st vastavaid punkte ühe küsimuse piires *ei tule* liita). Testiülesannete lahendusi õpilased ei pea esitama, vaid kirjutavad ülesannete lehel vastavale punktiirile või ülesande tekstis viidatud kohta ainult vastuse.

   Seevastu kõigi teiste ülesannete kohta tuleb esitada täielikud lahendused, ainult vastustest ei piisa. Nende ülesannete lahendused on hindamisjuhistes jaotatud võimalust mööda osadeks (etappideks) ning näidatud lahenduse iga osa eest antav punktide arv (st ühe ülesande eest antava punktisumma saamiseks *tuleb* lahenduse erinevate osade eest antud punktid liita).

3. Žürii lahendustes ja käesolevates hindamisjuhistes on ülesannete arvulised vastused esitatud enamasti ainult ühel, lihtsaimal või kõige tõenäolisemalt esineval kujul. Hindamisel (sh testid!) tuleb võrdselt õigeks lugeda ka sama vastuse teised mõistlikud esitusviisid – sh taandatud hariliku murruna, segaarvuna, kümnendmurruna, sõnadega välja kirjutatuna –, seejuures ka osana pikemalt (nt täislausega, koos sobiva liigisõnaga või koos selgitustega) antud vastusest. Juhud, kus ülesande sisu tingib erandeid sellest üldreeglist, on eraldi mainitud vastava ülesande hindamisjuhises.

Ühik arvu järel on vastuses vajalik juhul, kui ülesandes on küsitud suurust, mis teatud ühikutes avaldub. Näiteks küsimusele „Kui suur pindala …?“ saab õige vastus olla „120 cm^2“, kuid mitte „120“ (kui ülesande tekstis pole kasutatud ühikuta pikkusi/pindalasid). Seejuures on vastused „120 cm^2“ ja „1,2 dm^2“ samaväärsed. Ühik vastuses ei ole nõutav, kui ülesandes on küsitud kindlate ühikute arvu. Näiteks küsimusele „Mitu ruutsentimeetrit …?“ antud vastused „120“ ja „120 cm^2“ tuleb võrdväärseks lugeda samal alusel nagu küsimusele „Mitu karu …?“ antud vastused „3“ ja „3 karu“ (vastus koos liigisõnaga). Niisuguse küsimuse vastuseks on arv ning ühikul või liigisõnal on vaid puhtkeeleline roll. Küsimusele „Mitu ruutsentimeetrit …?“ antud vastused „120 cm^2“ ja „1,2 dm^2“ ei ole samaväärsed.

4. Mõnede ülesannete kohta, mida saab lahendada mitmel oluliselt erineval viisil, anname eraldi hindamisskeemid erinevate lahendusviiside jaoks. Rõhutame, et iga konkreetset mittetäielikku lahendust tuleb hinnata ainult *ühe* sellise skeemi järgi (selle järgi, mille kohaselt ta saaks kõige rohkem punkte).

5. Enamiku ülesannete korral (v.a testid ja tõestusülesanded) on hindamisjuhiste lõpus eraldi näidatud, mitu punkti anda ainult õige vastuse eest. See hinne on mõeldud juhuks, kui puhtandis on antud ainult ülesande vastus ning mustand selle ülesande kohta puudub või on selle ülesande hindaja otsustanud mustandit mitte arvestada.

6. Kahtlemata esineb õpilaste töödes ka mõttekäike, mis ei mahu meie poolt pakutud skeemidesse. Selliste lahenduste hindamisel tuleb lähtuda sellest, *kui suur osa* antud ülesandest on õpilasel lahendatud, kasutades lahenduse üksikute osade kaalu määramisel võimaluse korral võrdluseks punktide jaotust meie pakutud hindamisskeemides.

7. *Mis tahes* täieliku ja matemaatiliselt korrektse lahenduse eest tuleb igal juhul anda maksimumpunktid, sõltumata selle lahenduse pikkusest või otstarbekusest võrreldes teiste lahendusviisidega.

Eesti LV matemaatikaolümpiaad

2. veebruar 2008 Piirkonnavoor **7. klass**

I osa hindamisjuhised

1.
- Lahtritesse on kirjutatud õiged arvud 17, 20 ja 5 sellises järjekorras: 2 p
- Kahte lahtrisse on kirjutatud õiged arvud: 1 p

2.
- Antud õige vastus 3016: 2 p

3.
- Antud õige vastus 199: 2 p

4.
- Antud õige vastus 36: 2 p

5.
- Antud õige vastus 87,5 (protsendimärgiga või ilma): 2 p
- Antud vastuseks $\frac{7}{8}$: 1 p

6.
- Antud õige vastus 19:59: 2 p
- Antud vastuseks numbrite summa 24: 1 p

7.
- Antud vastuseks õiged punktid $(-2;-3)$, $(2;-3)$, $(2;3)$: 2 p
- Antud vastuseks õiged punktid ja lisaks ka ülesandes mainitud punkt $(-2;3)$: 2 p
- Antud vastuseks kaks õiget punkti ja mitte ühtegi valet või kolm õiget punkti ja üks vale punkt (mõlemal juhul ülesande punkti $(-2;3)$ arvestamata): 1 p
- Antud vastuseks vähem kui kaks õiget punkti või rohkem kui üks vale punkt (punkti $(-2;3)$ arvestamata): 0 p

8.
- Antud õige vastus 75°: 2 p
- Antud vastuseks arv 75 ilma kraadimärgita: 1 p

9.
- Antud õige vastus $\frac{3\pi}{8}$ cm^2: 2 p
- Antud vastuseks $\frac{3\pi}{8}$ ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p
- Antud vastuseks 1,18 cm^2, 1,18 või täpsem ligikaudne väärtus õige ühikuga või ilma ühikuta: 1 p

10.
- Märgitud õiged arvud 1, 2, 3, 4: 2 p
- Märgitud ainult kolm õiget arvu: 1 p
- Märgitud kolm või kõik neli õiget arvu ja lisaks üks vale arv: 1 p

I osa hindamisjuhised

1.
- Lahtritesse on kirjutatud õiged arvud $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{3}$ ja $\frac{2}{3}$ sellises järjekorras: 2 p
- Kahte lahtrisse on kirjutatud õiged arvud: 1 p

2.
- Antud õige vastus 3018: 2 p

3.
- Antud õige vastus 23: 2 p

4.
- Antud õige vastus 34: 2 p

5.
- Antud õige vastus 7: 2 p

6.
- Antud õige vastus 5 mm (või 0,5 cm või sama väärtus mingites teistes ühikutes): 2 p
- Antud vastuseks 5 cm või 0,5 mm või sarnane (õigest 10 korda suurem või väiksem) väärtus mingites teistes ühikutes: 1 p
- Antud vastuseks arv ilma ühikuta: 0 p

7.
- Antud vastuseks õige punkt $(1;0)$: 2 p

8.
- Antud õige vastus $22{,}5^\circ$: 2 p
- Antud vastuseks arv 22,5 ilma kraadimärgita: 1 p

9.
- Antud õige vastus $\frac{2}{5}$ või 40%: 2 p

10.
- Märgitud õiged arvud 1, 2, 3: 2 p
- Märgitud ainult kaks õiget arvu: 1 p
- Märgitud kaks või kõik kolm õiget arvu ja lisaks üks vale arv: 1 p

Eesti LV matemaatikaolümpiaad

2. veebruar 2008 Piirkonnavoor **9. klass**

I osa hindamisjuhised

1.	◦ Antud õige vastus 2:	2 p
	◦ Antud vastuseks ainult õiged tegurid 1 ja 101:	1 p
	◦ Antud avaldise väärtus 101:	0 p
2.	◦ Antud õige vastus 8:	2 p
	◦ Antud vastuseks ainult arv $1250\ldots0$ või selle numbrite loetelu:	1 p
3.	◦ Antud õige vastus -4008:	2 p
4.	◦ Antud õige vastus 2:	2 p
5.	◦ Antud õige vastus 9:	2 p
6.	◦ Antud õige vastus 4π cm:	2 p
	◦ Antud vastuseks 4π ilma ühikuta või vale ühikuga:	1 p
	◦ Antud vastuseks 12,56 cm, 12,56 või täpsem ligikaudne väärtus õige ühikuga või ilma ühikuta:	1 p
7.	◦ Antud õige vastus 40°:	2 p
	◦ Antud vastuseks arv 40 ilma kraadimärgita:	1 p
8.	◦ Antud õige vastus 3:	2 p
9.	◦ Antud õige vastus 35 cm^2:	2 p
	◦ Antud vastuseks arv 35 ilma ühikuta või vale ühikuga:	1 p
10.	◦ Märgitud õiged arvud 1, 2, 3, 4, 5:	2 p
	◦ Märgitud ainult neli õiget arvu:	1 p
	◦ Märgitud neli või kõik viis õiget arvu ja lisaks üks vale arv:	1 p

II osa hindamisjuhised

1.
- Avaldatud eri liiki asjade esialgsed kaalud ühe muutuja kaudu: 1 p
- Avaldatud spordiasjade uus kaal sama muutuja kaudu: 2 p
- Leitud kogu koolikoti sisu uus kaal: 2 p
- Leitud kogu koolikoti sisu vana ja uue kaalu vahe: 1 p
- Leitud õige lõppvastus: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

2.
- Tähele pandud, et arvu viimane number peab olema paaris: 1 p
- Tähele pandud, et arvu esimene number peab olema paaris: 1 p
- Leitud iga esimese ja viimase numbri paari jaoks võimalik teine number, nii et arv jaguks 9-ga: 2 p
- Eraldatud juhud, kus arv jagub ka 4-ga: 2 p
- Kirja pandud õige lõppvastus: 1 p

Ainult täieliku õige vastuse eest (kõik 6 õiget arvu) ilma selgitusteta anda 3 punkti. Kui vastuseks on antud 5 õiget arvu või sellised 4 õiget arvu, mis ei ole saadavad üksteisest ümberpööramisel, anda 2 punkti. Kui vastuseks on 2 või 3 õiget arvu, mis ei ole saadavad üksteisest ümberpööramisel, anda 1 punkt.

3.
- Valitud sobiv nurk, mille kaudu teisi avaldada: 1 p
- Ära kasutatud kolmnurga ABC võrdhaarsus: 1 p
- Ära kasutatud kolmnurga BDE võrdhaarsus: 2 p
- Jõutud ühe muutujaga lineaarvõrrandini, millest saab leida ühe otsitava nurga: 2 p
- Leitud õige lõppvastus: 1 p

Kui lahenduses on jõutud *kahe muutujaga lineaarvõrrandisüsteemini*, mille lahend annaks vähemalt ühe otsitava nurga, kuid seda süsteemi ei ole lahendatud, anda kokku 4 punkti.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

II osa hindamisjuhised

1.
- Tehtud tähelepanek, et kokku sõidab sportlane 5 km tõusu ja 5 km langust: 2 p
- Leitud jalgrattasõiduks kokku kulunud aeg: 2 p
- Leitud jooksu kogupikkus: 2 p
- Leitud õige lõppvastus (jooksuringide arv): 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

2.
- Esitatud kõik arvud ühe täisarvu kaudu: 1 p
- Tehtud vajalikud järeldused selle täisarvu jaguvuse kohta: 3 p
- Põhjendatud, et sobib vähim sellise omadusega positiivne arv: 2 p
- Antud õige arvuviisik: 1 p

Lahenduses võib olla arvud esitatud ühe arvu kaudu teistel viisidel kui žürii lahenduses, nt suurima arvu kaudu, keskmise arvu kaudu jne.

Ainult täieliku õige vastuse eest (viis õiget arvu) ilma selgitusteta anda 2 punkti.

Kui töös on ainult vastus ning selle viiest arvust mõned on valed, kuid arv, mille kaudu teised arvud esitati, on õige, siis anda 1 punkt.

3.
- Tähe pindala jaotatud ruudu diagonaalidega 4 võrdseks osaks: 1 p
- Järeldatud, et ühe tähest väljapoole jääva kolmnurga pindala on pool suurem a kolmnurga pindalast ehk $\frac{1}{8}$ ruudu pindalast: 2 p
- Järeldatud, et ringi raadius on $\frac{1}{4}$ ruudu küljepikkusest: 2 p
- Leitud õige lõppvastus (ringi ja ruudu pindalade suhe): 2 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

II osa hindamisjuhised

1.
- Pandud kirja sobiv(ad) võrrand(id), millest saab leida kõneminuti ja sõnumi hinna suhte: 2 p
- Leitud kõneminuti ja sõnumi hinna suhe (avaldatud üks neist teise kaudu): 1 p
- Kõnekaardil olev rahasumma avaldatud ühe muutuja (kõneminuti või sõnumi hinna) kaudu: 2 p
- 24 kõneminuti ja 24 sõnumi kogumaksumus avaldatud sama muutuja kaudu: 1 p
- Tehtud õige lõppjäreldus: 1 p

Ainult õige vastuse „ei“ eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.

2. Vastavalt žürii lahendustele 1 ja 2 anname kaks hindamisskeemi.

Lahendus rööpkülikute abil.

- Näidatud, et $AEFG$ ja $BDEF$ on rööpkülikud: 3 p
- Näidatud, et need rööpkülikud on samade küljepikkustega: 2 p
- Järeldatud sellest ülesandes mainitud lõikude pikkuste võrdsus: 2 p

Kui on näidatud, et ainult üks nelinurkadest $AEFG$ ja $BDEF$ on rööpkülik, siis anda skeemi esimese rea eest 2 punkti.

Lahendus sarnaste kolmnurkade abil.

- Näidatud, et kolmnurgad ADE ja GBF on sarnased: 3 p
- Näidatud sobivate lõikude pikkuste võrdsus, millest tuleneb, et kolmnurgad ADE ja GBF on võrdsed: 2 p
- Järeldatud sellest ülesandes mainitud lõikude pikkuste võrdsus: 2 p

3.
- Esitatud idee värvida musti ruute järjest valgeks, liikudes paremalt vasakule ja alt üles: 2 p
- Esitatud sobiva protseduuri täpne kirjeldus koos piisavate põhjendustega, miks see toimib: 5 p

Ainult õige vastuse „jah“ eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.

4. Järgnevatest hindamisskeemidest esimene vastab žürii lahendustele, järgmised aga õpilaste töödes eeldatavasti sagedamini esinevatele lahenduskäikudele.

Lahendus 11*-ga jaguvuse abil (žürii lahendus).*

- Esitatud ilus arv kujul (nt $11(a+b)$), millest on võimalik järeldada jaguvust 11^2-ga juhul, kui ilus arv on täisruut: 2 p
- Põhjendatud, et ilus arv, mis on täisruut, peab jaguma 11^2-ga: 3 p
- Põhjendatud, et ainus selline ilus arv on 121: 2 p

Lahendus täisruutude eraldamisega.

- Pandud tähele, et ilus arv kui kahe kahekohalise arvu summa ei ole väiksem kui 20 ega suurem kui 198: 1 p
- Leitud selles piirkonnas asuvad täisruudud (arvude 5 kuni 14 ruudud): 1 p
- Näidatud, et nende seas on 121 ilus arv: 2 p
- Põhjendatud, et ülejäänud vaadeldavad täisruudud ei ole ilusad: 3 p

Lahendus täieliku läbivaatamisega.

- Esitatud skeem, mis kirjeldab kõik ilusad arvud 22-st 198-ni: 5 p
- Leitud nende hulgast täisruudud: 2 p

Nimetatud skeem võib olla vormistatud näiteks 9×9 tabeli kujul, kus read vastavad arvu kümneliste numbrile ja veerud üheliste numbrile, või ka mõnede tähelepanekute abil lihtsamalt, näiteks kasutatud avaldise $\overline{ab} + \overline{ba}$ sümmeetrilisust.

Ainult õige vastuse 121 eest ilma selgitusteta anda 1 punkt. Kui lisaks on kontrollitud, et 121 on ilus arv, siis anda 2 punkti.

Hindamisjuhised

1. Seda ülesannet saab ilmselt lahendada paljudel eri viisidel. Esitame esmalt üldise hindamisskeemi ja seejärel selle täpsustused žürii lahenduste 1, 2 ja 3 jaoks.

   Üldine hindamisskeem.

   - Koostatud valguse osakaalu esitav avaldis, mis ei sisalda muutujaid või kust need lihtsustamisel välja taanduvad, või selline ühe muutujaga lineaarvõrrand, mille lahendiks on otsitav valguse osakaal: 5 p
   - Lihtsustatud see avaldis (või lahendatud võrrand) ja leitud õige lõppvastus: 2 p

   Lahendus lähtudes valguse ja pimeduse absoluuthulkadest.

   - Koostatud võrrand, mis seob valguse ja pimeduse absoluuthulki: 2 p
   - Avaldatud üks neist absoluuthulkadest teise kaudu: 1 p
   - Koostatud avaldis, mis esitab valguse osakaalu: 2 p
   - Lihtsustatud see avaldis ja leitud õige lõppvastus: 2 p

   Lahendus lähtudes valguse ja pimeduse tegelikest osakaaludest.

   - Võetud kasutusele valguse ja pimeduse osakaalud avaldatuna ühe muutuja kaudu (nt x ja $1-x$): 1 p
   - Leitud valguse ja pimeduse koguhulkade avaldised juhul, kui valgust oleks 40% rohkem ja pimedust 30% rohkem: 2 p
   - Koostatud võrrand, kust saab leida kasutatava muutuja väärtuse: 2 p
   - Lahendatud see võrrand ja leitud õige lõppvastus: 2 p

   Lahendus lähtudes valguse ja pimeduse osakaaludest juhul, kui valgust oleks 40% rohkem ja pimedust 30% rohkem.

   - Esitatud avaldised valguse ja pimeduse hulkade jaoks juhul, kui valgust oleks 40% rohkem ja pimedust 30% rohkem, avaldatuna ühe muutuja kaudu (nt $\frac{2a}{3}$ ja $\frac{a}{3}$, või $2a$ ja a): 1 p
   - Leitud avaldised valguse ja pimeduse tegelike hulkade jaoks: 2 p
   - Koostatud avaldis, mis esitab valguse osakaalu: 2 p

- Lihtsustatud see avaldis ja leitud õige lõppvastus: 2 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

2. Vastavalt žürii lahendustele 1 ja 2 anname kaks hindamisskeemi.

Lahendus võrrandite kordajaid siduva võrde abil.

- Koostatud võrre, mis seob antud võrrandite kordajaid: 2 p
- Selgitatud, miks selles võrdes nimetajad on nullist erinevad: 1 p
- Teisendatud saadud võrre ruutvõrrandiks a suhtes: 2 p
- Lahendatud see ruutvõrrand ja antud õige lõppvastus: 2 p

Lahendus võrrandite kombineerimise abil.

- Võrrandite kombineerimisel saadud lineaarvõrrand, kus x kordaja ei sisalda parameetrit a: 2 p
- Selle abil saadud ruutvõrrand a suhtes: 3 p
- Lahendatud see ruutvõrrand ja antud õige lõppvastus: 2 p

Ainult täieliku õige vastuse eest (mõlemad a väärtused) ilma selgitusteta anda 1 punkt, ühe õige a väärtuse eest anda 0 punkti.

3.
- Teisendatud võrrand võrde kujule, selle liidetavaid sobivalt ümber paigutades ja ühele nimetajale viies: 2 p
- Teisendatud saadud võrre ruutvõrrandiks x suhtes: 3 p
- Lahendatud see ruutvõrrand ja antud õige lõppvastus: 2 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

4. Tipust A tõmmatud kõrguse, millest lähtub alljärgnev skeem, asemel võidakse ülesannet analoogiliselt lahendada ka tipust B tõmmatud kõrguse abil.

- Avaldatud $\tan \angle ACB$ sobivate lõikude pikkuste suhtena: 2 p
- Näidatud, et kolmnurgad ADB ja CDH on sarnased: 3 p
- Järeldatud sellest ülesandes nõutud võrdus: 2 p

5.
- Põhjendatud, et algarv 11 ei esitu kordarvude summana: 2 p
- Tõestatud, et iga 11-st suurem algarv p esitub kujul $p = 9 + 2k$, kus k on täisarv: 3 p
- Mainitud, et $k \geqslant 2$: 1 p
- Järeldatud, et esituses $p = 9 + 2k$ on mõlemad liidetavad kordarvud: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

6.
- Leitud sobiv strateegia Joosepi jaoks: 2 p
- Põhjendatud, miks see strateegia alati toimib: 5 p

Hindamisjuhised

1.
- Teisendatud võrrand murruta kujule: 1 p
- Teisendatud võrrand edasi ruutvõrrandiks $\sqrt{x}$ suhtes: 2 p
- Leitud selle ruutvõrrandi lahendid: 1 p
- Põhjendatud, miks üks lahenditest ei sobi: 2 p
- Teise lahendi abil leitud õige lõppvastus: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt. Kui vastus sisaldab ka võõrlahendist leitud x väärtust ja lahenduskäik puudub, siis anda 0 punkti.

2.
- Ülesande a) osa lahenduse eest: 3 p
- Ülesande b) osa lahenduse eest: 4 p

  Sealhulgas:
  - Leitud ümberringjoone keskpunkti koordinaadid: *2 p*
  - Leitud ümberringjoone raadius: *1 p*
  - Koostatud nende alusel ümberringjoone võrrand: *1 p*

Ainult täieliku õige vastuse eest (mõlema kaateti võrrandid ja ümberringjoone võrrand) ilma selgitusteta anda 1 punkt, mittetäieliku või osaliselt vale võrrandite komplekti eest ilma selgitusteta anda 0 punkti. Kui lisaks vastusele on tehtud joonis, kus on õigesti kujutatud kolmnurga ja ümberringjoone paiknemine, kuid puuduvad arvutused, siis anda 2 punkti.

3.
- Leitud ühe võrreldava pindala avaldis sobivalt valitud suuruse (nt ringi raadiuse) kaudu: 2 p
- Leitud teise võrreldava pindala avaldis sama suuruse kaudu: 2 p
- Tehtud võrdlus ja antud õige lõppvastus: 3 p

Võrreldavad pindalad võib siin valida mitmel viisil: ringi sisse ja sellest väljapoole jääv kolmnurga pindala, või emb-kumb neist ja kolmnurga kogupindala (nagu on tehtud žürii lahenduses).

Ainult õige vastuse eest (ringi sisse jääv pindala on suurem) ilma selgitusteta anda 0 punkti.

4.
- Vaadeldud suurimat Tambeti tegurit (žürii lahenduses s): 1 p
- Selgesti väljendatud, et $T \leqslant s$: 1 p

- Järeldatud, et $T(T+1) \leqslant s(s+1)$: 1 p
- Mainitud, et s ja $s+1$ on mõlemad n tegurid: 1 p
- Järeldatud, et $s(s+1)$ on n tegur: 2 p
- Kokkuvõttena saadud lõpptulemus $T(T+1) \leqslant n$: 1 p

5. Seda ülesannet saab lahendada paljudel eri viisidel. Esitame siin ainult väga üldise hindamisskeemi, mis peaks olema rakendatav kõigi lahenduste korral.

- Sobivalt ära kasutatud tingimus $a+b+c=0$: 2 p
- Tehtud ülejäänud vajalikud teisendused ja leitud õige lõppvastus: 5 p

Tingimuse $a+b+c=0$ ärakasutamine võib siin esineda otsesel kujul (nagu žürii lahenduses 2) või asenduste $c=-a-b$ vms. kaudu (nagu žürii lahendustes 1 ja 3). Samuti võib see toimuda lahenduse lõpus (nagu žürii lahendustes 1 ja 2) või alguses (nagu žürii lahenduses 3).

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

6.
- Leitud sobiv värvimisstrateegia juhul, kui n on paaris ja musti ruute on algul paarisarv: 2 p
- Leitud sobiv värvimisstrateegia juhul, kui n on paaris ja musti ruute on algul paaritu arv: 2 p
- Näidatud, et paaritu n korral leidub alati algseis, mille korral kõigi ruutude valgeks värvimine ei ole võimalik: 3 p

Ainult õige vastuse (kõik paarisarvulised n) eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

Eesti LV matemaatikaolümpiaad

2. veebruar 2008 | Piirkonnavoor | **12. klass**

Hindamisjuhised

1.
- Leitud aritmeetilise jada neljas liige: 3 p
- Leitud geomeetrilise jada neljanda liikme võimalikud väärtused: 4 p

Kui geomeetrilise jada neljanda liikme kahest võimalikust väärtusest on leitud ainult üks, anda selle osa eest 2 punkti.

Ainult täieliku õige vastuse eest (aritmeetilise jada neljas liige ja geomeetrilise jada neljanda liikme mõlemad võimalikud väärtused) ilma selgitusteta anda 1 punkt, kahe õige väärtuse eest või mõne vale väärtuse esinemisel anda 0 punkti.

2. Vastavalt žürii lahendustele 1, 2 ja 3 anname kolm hindamisskeemi.

Lahendus tuletise nullkoha leidmise abil.
- Näidatud, et $c = 1$: 1 p
- Leitud tuletise $f'(x)$ nullkoht $-\frac{d}{2}$: 2 p
- Saadud õige ruutvõrrand d suhtes: 2 p
- Lahendatud see ruutvõrrand ja antud õige lõppvastus: 2 p

Lahendus võrrandite kombineerimise abil.
- Näidatud, et $c = 1$: 1 p
- Kirja pandud õige võrrandisüsteem d leidmiseks: 2 p
- Võrrandite kombineerimisel saadud võrrand $dx + 2d = 0$ (kus x on f ja f' ühine nullkoht) või sellega samaväärne: 2 p
- Lahendatud see võrrand ja antud õige lõppvastus: 2 p

Lahendus ruutfunktsiooni graafiku omaduste abil.
- Näidatud, et $c = 1$: 1 p
- Ruutfunktsiooni graafiku omadustest lähtudes näidatud, et $f(x) = (x - a)^2$, kus a on f ja f' ühine nullkoht: 2 p
- Jõutud võrranditeni $-2a = d$ ja $a^2 = d$: 2 p
- Süsteem lahendatud ja antud õige lõppvastus: 2 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

3.
- Vaadeldud suurimat 2 astet, mis esineb tahvlile kirjutatavate arvude 1 kuni n hulgas: 1 p

- Leitud tahvlile jäävate arvude summa avaldis, kasutades seost $1 + \ldots + 2^k = 2^{k+1} - 1$: 2 p
- Avaldatud tahvlile jäävate arvude aritmeetiline keskmine: 1 p
- Tõestatud, et see aritmeetiline keskmine on väiksem kui 3: 3 p

Kui leitud aritmeetilise keskmise avaldist on sobivalt grupeeritud, (nt nii nagu žürii lahenduses näidatud), siis anda tõestuse osa eest (skeemi viimases reas) vähemalt 1 punkt.

Kui lisaks on näidatud, et $\dfrac{2^{k+1}}{n} \leqslant 2$, siis anda tõestuse osa eest vähemalt 2 punkti.

4.
- Tehtud sobiv kolmnurkade värvimine, mille alusel saab näidata, et rööpkülikute arv ei ületa $\left\lfloor \dfrac{n(n-1)}{4} \right\rfloor$: 2 p
- Leitud rööpkülikute arvu ülempiir $\left\lfloor \dfrac{n(n-1)}{4} \right\rfloor$: 2 p
- Näidatud, et $\left\lfloor \dfrac{n(n-1)}{4} \right\rfloor$ rööpkülikut saab alati paigutada: 3 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

5. Vastavalt žürii lahendustele 1, 2 ja 3 anname siin kolm hindamisskeemi.

Lahendus mediaanide abil.
- Näidatud, et diagonaali jaotuspunktid S ja T on kolmnurkade ABC ja ADC mediaanide lõikepunktid: 5 p
- Järeldatud sellest tõestatav väide: 2 p

Lahendus kolmnurkade kesklõikude abil.
- Näidatud, et $ASCT$ on rööpkülik (kus S ja T on diagonaali jaotuspunktid): 2 p
- Näidatud, et ES on kolmnurga BCT kesklõik (kus E on kiire AS lõikepunkt küljega BC), või analoogiline väide kolmnurga DCS jaoks: 3 p
- Järeldatud sellest tõestatav väide: 2 p

Lahendus näidates, et külgede BC ja CD keskpunktid paiknevad vaadeldavatel kiirtel.
- Näidatud, et kolmnurgad ADS ja EBS on sarnased (kus E on külje BC keskpunkt ja S on tipule B lähem diagonaali jaotuspunkt), või analoogiline väide külje DC suhtes: 5 p
- Järeldatud sellest tõestatav väide: 2 p

Viimast tüüpi lahenduse juures tuleb eriti hoolikalt jälgida, et kolmnurkade sarnasuse näitamisel varjatult ei kasutataks tõestatavat väidet (tipu A, diagonaali kolmeks jaotava punkti ja rööpküliku vastaskülje keskpunkti paiknemist ühel sirgel). Kui seda on tehtud, siis sellise mittekehtivale eeldusele tugineva arutluse osa eest punkte mitte anda.

6. Vastavalt žürii lahendustele 1, 2 ja 3 anname ka siin kolm hindamisskeemi.

Lahendus jääkide tabeli abil.

- Pandud tähele, et ab peab 8-ga jagamisel andma jäägi 7 (või -1, kui vaadatakse ka negatiivseid jääke): 1 p
- Näidatud, et a ja b peavad olema mõlemad paaritud: 2 p
- Koostatud õige jääkide tabel: 2 p
- Näidatud sellele tabelile tuginedes, et mis tahes sobiva jääkide paari summa on 8 (või 0 või -8, kui vaadatakse ka negatiivseid jääke): 2 p

Kui a ja b paarsust ei ole uuritud ning selle asemel on vaadeldud tervet 8×8 jääkide tabelit, siis anda tabeli koostamise osa eest 4 punkti.

Lahendus korrutiste $(a+1)(b+1)$ ja $(a-1)(b-1)$ abil.

- Näidatud, et a ja b peavad olema mõlemad paaritud: 2 p
- Vaadeldud korrutisi $(a+1)(b+1)$ ja $(a-1)(b-1)$: 2 p
- Näidatud, et üks arvudest $(a+1)(b+1)$ ja $(a-1)(b-1)$ peab jaguma 8-ga: 2 p
- Järeldatud sellest tõestatav väide: 1 p

Lahendus kongruentside abil.

- Tähele pandud, et $a^2 \equiv 1 \pmod 8$ mis tahes paaritu a korral: 2 p
- Tõestatud võrrandi $ax \equiv -1 \pmod 8$ lahendi ühesusele tuginedes, et peab olema $b \equiv -a \pmod 8$: 4 p
- Järeldatud sellest tõestatav väide: 1 p