

LIV Олимпиада Эстонии по математике

10 февраля 2007 г.

Региональный тур

7 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Сколько цифр в числе $10^{2007} - 2007$?

.....

2. Какую цифру следует добавить в конец числа 3107, чтобы полученное пятизначное число делилось на 9?

.....

3. Обвести кружком все верные неравенства:

$$\frac{2}{312} < \frac{2}{315}$$

$$\frac{11}{175} < \frac{19}{175}$$

$$5 \leq 0$$

$$\frac{1}{3} < \frac{150}{450}$$

$$\frac{17}{23} > \frac{71}{231}$$

.....

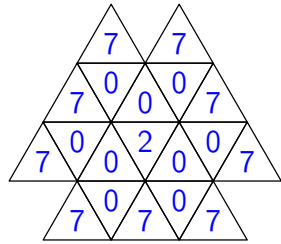
4. Остап, Кирилл и Виктор — музыканты. Один из них певец, второй — пианист, а третий — скрипач. Известно, что Кирилл и певец — соседи, пианист и Остап — братья, а лучший друг Остапа — певец. Какова профессия Кирилла?

.....

5. Вычислить:

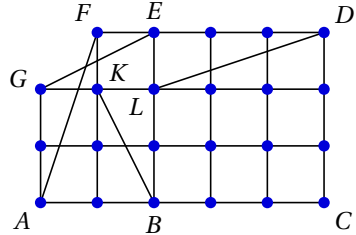
$$1 + \frac{4}{2 + \frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$$

6. Сколькими разными способами можно образовать число 2007, если в фигуре, изображённой на рисунке, начать с треугольника с цифрой 2 и перемещаться каждым шагом из одного треугольника в другой через их общую сторону?



.....

7. Сеть, сплетённая паучиной, образует упорядоченное клетчатое поле, пары узлов B и K , F и A , G и E , L и D которой соединяют прямые нити. Записать в каждый пропуск верное соотношение „длиннее чем“, „короче чем“ или „такой же длины как“.

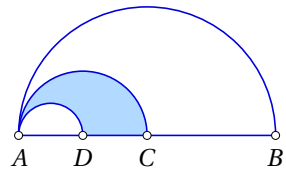


маршрут $BKFA$ маршрут $GELD$
 маршрут $GELD$ маршрут $FKBC$
 маршрут $FKBC$ маршрут $BKFA$

8. Лучи, проведенные из вершины прямоугольника, делят угол прямоугольника на шесть углов, из которых три имеют величину α , а другие три — величину β . Найти $\alpha + \beta$.

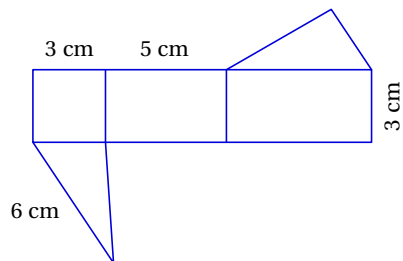
.....

9. Точка C — центр отрезка AB , а точка D — центр отрезка AC . На отрезки AB , AC и AD опираются три полуокруга. Найти в квадратных сантиметрах точную площадь фигуры, закрашенной на рисунке тёмным цветом, если $|AB| = 16$ см.

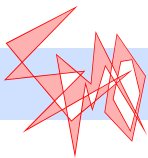


.....

10. На рисунке приведена развёртка прямой треугольной призмы, на которой указаны длины некоторых отрезков. Вычислить сумму длин всех рёбер этой призмы.



.....



LIV Олимпиада Эстонии по математике

10 февраля 2007 г.

Региональный тур

8 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти последнюю цифру в сумме $2007^2 + 2007^0 + 2007^0 + 2007^7$.

.....

2. Найти наибольшее пятизначное число, делящееся на 15, при стирании первой и последней цифры которого остаётся число 107.

.....

3. Даны десять первых членов последовательности, образованной по некоторой закономерности:

$$1, \quad 2, \quad \frac{3}{4}, \quad 5, \quad 6, \quad \frac{7}{8}, \quad 9, \quad 10, \quad \frac{11}{12}, \quad 13, \quad \dots$$

Обвести кружком все числа, которые встречаются в этой последовательности:

$$\frac{2005}{2006} \qquad 2006 \qquad 2007 \qquad \frac{2007}{2008} \qquad 2010$$

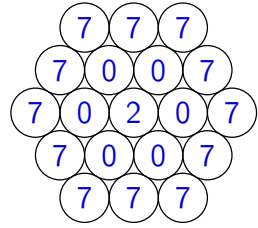
4. У двух экскаваторов уходит на выкапывание трёх одинаковых ям полтора часа. Сколько нужно экскаваторов, чтобы выкопать четыре таких же ямы за один час?

.....

5. Противоположное число обратного числа корня x уравнения $ax - 4 = 0$ равняется $\frac{1}{6}$. Найти коэффициент a .

.....

6. Сколькими разными способами можно образовать число 2007, если в фигуре, изображённой на рисунке, начать с круга с цифрой 2 и перемещаться каждым шагом из одного круга в другой, касающийся его круг?

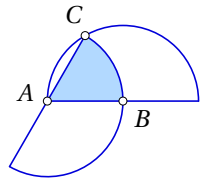


.....

7. Радиусы круга делят его на шесть секторов так, что углы трёх секторов имеют величину α , а остальных трёх секторов — величину β . Найти $\alpha + \beta$.

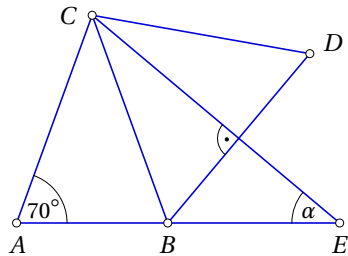
.....

8. Два равных полукруга с центрами A и B и радиусом 1 см частично перекрываются, так что конец диаметра одного полукруга лежит на линии, ограничивающей другой полукруг (точки A и B принадлежат граничным линиям обоих полукругов). Найти в квадратных сантиметрах точную площадь фигуры, закрашенной на рисунке тёмным цветом.



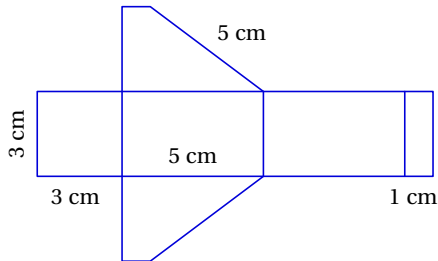
.....

9. Найти α , если точки A , B и E лежат на одной прямой, отрезок CE перпендикулярен отрезку BD и $|AC| = |BC| = |DB| = |DC|$.

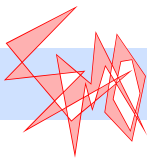


.....

10. Основаниями прямой призмы являются прямоугольные трапеции. На развёртке этой призмы указаны длины некоторых отрезков. Вычислить площадь полной поверхности этой призмы.



.....



LIV Олимпиада Эстонии по математике

10 февраля 2007 г.

Региональный тур

9 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

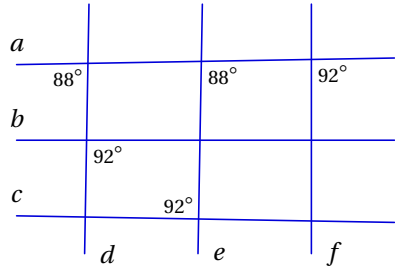
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Вычислить: $(2007^2 - 2007) - (2006^2 - 2006) =$
2. В записи $7*32*$ звёздочки заменяют подходящими цифрами и получают число, которое при делении на 15 даёт остаток 2. Найти наибольшее из таких чисел.
.....
3. На каком месте находится число $\frac{59}{60}$ в последовательности чисел $1, 2, \frac{3}{4}, 5, 6, \frac{7}{8}, 9, 10, \dots$?
.....
4. У четырёх экскаваторов уходит на выкапывание четырёх одинаковых ям четыре часа. Сколько уйдёт времени у шести экскаваторов на выкапывание двенадцати таких же ям?
.....
5. Найти расстояние от вершины графика функции $y = x^2 + 6x + 9$ до оси y .
.....
6. Сколькими разными способами можно образовать число 2007, начиная с квадрата с цифрой 2 и перемещаясь каждым шагом в другой квадрат, имеющий с прежним квадратом общую сторону или общую вершину?

7	7	7
0	0	7
2	0	7

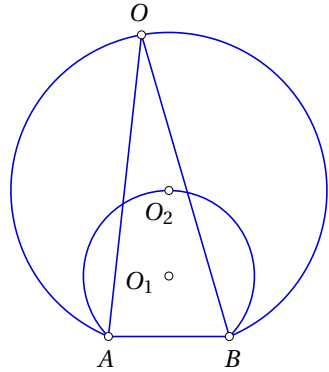
.....

7. На рисунке маленькими буквами обозначены 6 прямых, а также отмечены величины некоторых углов. Найти все пары параллельных прямых.



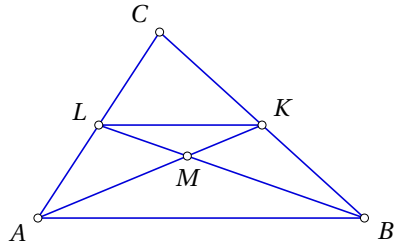
.....

8. Дан отрезок AB и три точки O_1 , O_2 и O так, что точки A , B и O_2 расположены на окружности с центром O_1 , а точки A , B и O расположены на окружности с центром O_2 . Найти величину угла AOB , если угол AO_1B прямой.



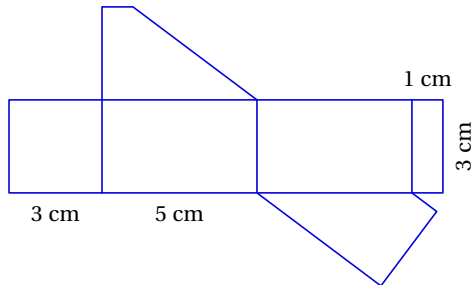
.....

9. В треугольнике ABC медианы AK и BL пересекаются в точке M . Найти площадь треугольника ABM , если площадь треугольника MKL равна $1,6 \text{ см}^2$.

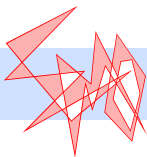


.....

10. Основаниями прямой призмы являются прямоугольные трапеции. На развёртке этой призмы указаны длины некоторых отрезков. Вычислить объём призмы.



.....



LIV Олимпиада Эстонии по математике

10 февраля 2007 г.

Региональный тур

7 класс

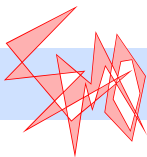
II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Для семьи Дубовых нынешний год в некотором смысле особенный: к концу года возраст каждого члена семьи — двузначное целое число, которое ровно в 7 раз больше суммы своих цифр. Найти годы рождения всех членов семьи, если возрастам членов семьи являются как раз все числа с данным свойством.
2. Из вершины C треугольника ABC проводится биссектриса, которая пересекает биссектрису, проведённую из вершины B , в точке O , а сторону треугольника AB — в точке D . Известно, что $\angle DOB = 54^\circ$ и $\angle ADO = 95^\circ$. Какая из сторон треугольника ABC самая короткая?
3. У Коли и Юры были одинаковые прямоугольные почтовые открытки, длина меньшей стороны которых составляла 12 см. Оба мальчика разрезали свою открытку на два прямоугольника равной площади, одну из половинок выбросили, а вторую оставили себе. После этого Коля свой оставшийся прямоугольник снова разрезал на два прямоугольника равной площади и оставил только один из них. Выяснилось, что оставшиеся у Коли и Юры прямоугольники имеют одинаковый периметр. Найти все возможности, чему могла равняться длина большей стороны первоначальной открытки, и обосновать, почему других возможностей нет.



LIV Олимпиада Эстонии по математике

10 февраля 2007 г.

Региональный тур

8 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

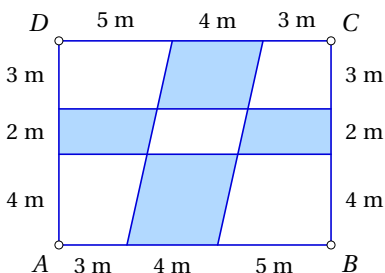
Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

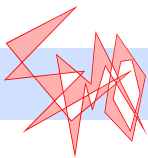
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Вова написал на доске натуральное число. Он умножил его на 9 и стёр последнюю цифру произведения. Полученное число он умножил на 5 и снова стёр последнюю цифру произведения. В результате он получил число 23. Найти все натуральные числа, которые мог написать Вова.

2. Каждая сторона четырёхугольника $ABCD$ разделена на три части, на рисунке указаны длины этих частей в метрах. Найти общую площадь фигур, закрашенных на рисунке тёмным цветом.



3. На столе три кучки с орехами. В одной кучке 22, во второй 14 и в третьей 12 орехов. За один раз можно из одной кучки переложить в другую ровно столько орехов, сколько в другой кучке уже есть. Каково наименьшее число перекладываний, за которое можно сделать количество орехов во всех трёх кучках равным?



LIV Олимпиада Эстонии по математике

10 февраля 2007 г.

Региональный тур

9 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 4 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. У Бабы-Яги в подвале стояла большая бочка с зельем, которая состояла из 60% настойки лягушачьих лапок, 30% вытяжки из лосиных рогов и 10% чая из болотного мха. Однажды утром принесла она наполненную литровую бутылку зелья в комнату и намазала половиной жидкости свои болящие суставы. После этого она долила в бутылку чая из болотного мха, пока бутылка снова не стала полной, и помазала пятой частью полученной смеси свои натёртые пальцы ног. В конце Баба-Яга принесла из бочки в подвале ещё пятую часть литра зелья первоначальной концентрации, добавила в бутылку и получила таким образом действенное лекарство от простуды. В каком соотношении были настойка из лягушачьих лапок, вытяжка из лосиных рогов и чай из болотного мха в лекарстве Бабы-Яги от простуды?
2. В равнобедренном треугольнике средняя линия, соединяющая боковые стороны, касается вписанной окружности треугольника. В каком отношении делит боковую сторону треугольника точка касания с вписанной окружностью?
3. Винни-Пух, Пятачок и Ру хотят перейти в тёмном лесу через узкий мост. У них есть только один фонарь, но для того, чтобы никто не упал в воду, у каждой группы, пересекающей реку, фонарь должен быть с собой. В то же время Пух может переходить мост лишь в одиночку. Найти наименьшее время, за которое вся компания может перебраться через мост, если у каждого на переход через мост уходит 1 минута.
4. Найти все неотрицательные целые числа n , при которых число $200\dots 07$, в котором встречается ровно n нулей, делится на 27.