

## Eesti LIV matemaatikaolümpiaad

10. veebruar 2007

Piirkonnavoore

7. klass

**I osa.** Lahendamisaega on 40 minutit.

Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.

Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Mitu numbrit on arvus  $10^{2007} - 2007$  ?

.....

2. Milline number tuleks lisada arvu 3107 lõppu, et saadud viiekohaline arv jaguks 9-ga?

.....

3. Tõmba ring ümber kõikidele õigetele võrratustele:

$$\frac{2}{312} < \frac{2}{315}$$

$$\frac{11}{175} < \frac{19}{175}$$

$$5 \leq 0$$

$$\frac{1}{3} < \frac{150}{450}$$

$$\frac{17}{23} > \frac{71}{231}$$

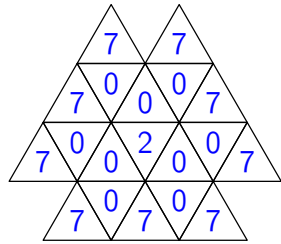
4. Oskar, Kalle ja Viktor on muusikud. Üks neist on laulja, teine pianist ja kolmas viiuldaja. On teada, et Kalle ja laulja on naabrid, pianist ja Oskar on vennad ning laulja on Oskari parim sõber. Milline on Kalle amet?

.....

5. Arvuta:

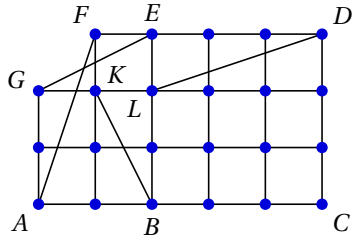
$$1 + \frac{4}{2 + \frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$$

6. Mitmel erineval viisil on võimalik moodustada arv 2007, alustades joonisel olevas kujundis kolmnurgast numbriga 2 ja liikudes igal sammul ühest kolmnurgast teise kolmnurka üle ühise külje?



.....

7. Ämblikuemanda kootud võrk moodustab korrapärase ruudustiku, mille sõlmede paare  $B$  ja  $K$ ,  $F$  ja  $A$ ,  $G$  ja  $E$  ning  $L$  ja  $D$  ühendavad sirged niidid. Kirjuta igasse lünka õige seos „pikem kui“, „lühem kui“ või „niisama pikk kui“.



teekond  $BKFA$  on ..... teekond  $GELD$

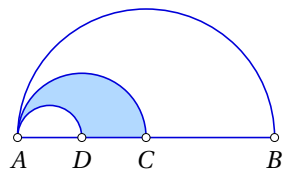
teekond  $GELD$  on ..... teekond  $FKBC$

teekond  $FKBC$  on ..... teekond  $BKFA$

8. Ristküliku tipust tõmmatud kiired jaotavad ristküliku nurga kuueks nurgaks, millest kolm on suurusega  $\alpha$  ja kolm ülejäänut suurusega  $\beta$ . Leia  $\alpha + \beta$ .

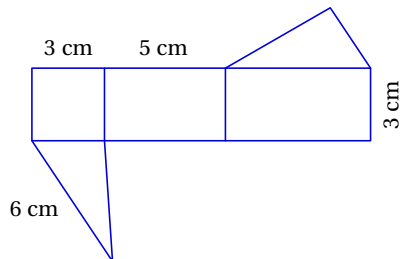
.....

9. Punkt  $C$  on lõigu  $AB$  keskpunkt ning punkt  $D$  on lõigule  $AC$  keskpunkt. Lõikudele  $AB$ ,  $AC$  ja  $AD$  toetub kolm poolringi. Leia joonisel tumedaks värvitud kujundi täpne pindala ruutsentimeetrites, kui  $|AB| = 16$  cm.

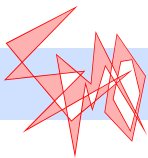


.....

10. Joonisel on antud kolmnurkse püstprisma pinnalaotus, millele on lisatud mõnede lõikude pikkused. Arvuta selle prisma kõigi servade pikkuste summa.



.....



## Eesti LIV matemaatikaolümpiaad

10. veebruar 2007

Piirkonnavor

8. klass

**I osa.** Lahendamisaega on 40 minutit.

Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.

Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia summa  $2007^2 + 2007^0 + 2007^0 + 2007^7$  viimane number.

.....

2. Leia suurim 15-ga jaguv viiekojaline arv, mille esimese ja viimase numברי kustutamisel jääb järele arv 107.

.....

3. On antud kümme esimest liiget sama seaduspärasuse järgi jätkuvast arvude jadast:

$$1, 2, \frac{3}{4}, 5, 6, \frac{7}{8}, 9, 10, \frac{11}{12}, 13, \dots$$

Tõmba ring ümber arvudest

$$\frac{2005}{2006} \quad 2006 \quad 2007 \quad \frac{2007}{2008} \quad 2010$$

kõigile neile, mis esinevad ülaltoodud jadas.

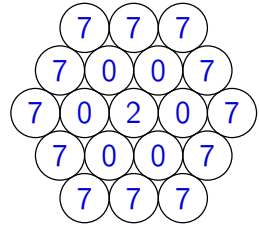
4. Kahel kopal kulub kolme ühesuguse süvendi kaevamiseks poolteist tundi. Mitu koppa on vaja, et kaevata neli samasugust süvendit ühe tunniga?

.....

5. Võrrandi  $ax - 4 = 0$  lahendi  $x$  pöördarvu vastandarv on  $\frac{1}{6}$ . Leia kordaja  $a$ .

.....

6. Mitmel erineval viisil on võimalik moodustada arv 2007, alustades joonisel olevas kujundis ringist numbriga 2 ja liikudes igal sammul ühest ringist teise, teda puutuvasse ringi?

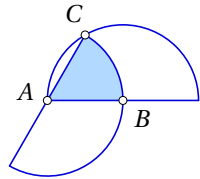


.....

7. Ring on raadiustega jaotatud kuueks sektoriks nii, et kolme sektori nurgad on suurusega  $\alpha$  ja kolme ülejäänud sektori nurgad suurusega  $\beta$ . Leia  $\alpha + \beta$ .

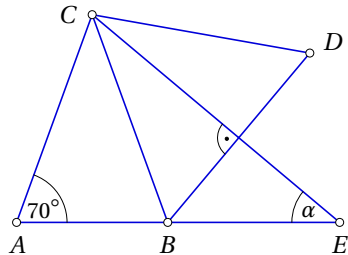
.....

8. Kaks võrdset poolringi keskpunktidega  $A$  ja  $B$  ning raadiusega 1 cm kattuvad osaliselt nii, et ühe poolringi diameetri otspunkt asub teist poolringi piiraval joonel (punktid  $A$  ja  $B$  kuuluvad mõlema poolringi piirjoontele). Leia joonisel tumedaks värvitud kujundi täpne pindala ruutsentimeetrites.



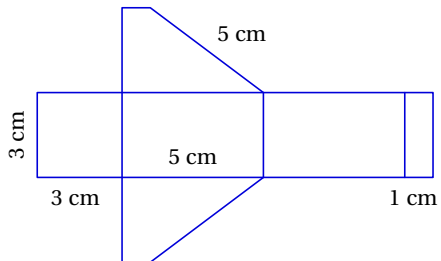
.....

9. Leia  $\alpha$ , kui punktid  $A$ ,  $B$  ja  $E$  asuvad ühel sirgel, lõik  $CE$  on risti lõiguga  $BD$  ning  $|AC| = |BC| = |DB| = |DC|$ .

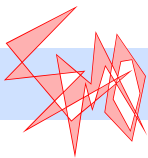


.....

10. Püstprisma põhjadeks on täisnurksed trapetsid. Selle prisma pinnalaotusele on lisatud mõnede lõikude pikkused. Arvuta selle prisma täispindala.



.....



## Eesti LIV matemaatikaolümpiaad

10. veebruar 2007

Piirkonnavor

9. klass

**I osa.** Lahendamisaega on 40 minutit.

Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.

Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Arvuta:  $(2007^2 - 2007) - (2006^2 - 2006) = \dots\dots\dots$

2. Kirjutises  $7*32*$  asendatakse tärnid sobivate numbritega ja saadakse arv, mis annab jagamisel 15-ga jäägi 2. Leia selliste arvude seast suurim.

.....

3. Mitmendal kohal paikneb arv  $\frac{59}{60}$  arvude jadas 1, 2,  $\frac{3}{4}$ , 5, 6,  $\frac{7}{8}$ , 9, 10, ...?

.....

4. Neljal kopal kulub neli tundi nelja ühesuguse süvendi kaevamiseks. Kui palju aega kulub kuuel kopal kaheteistkümne samasuguse süvendi kaevamiseks?

.....

5. Leia funktsiooni  $y = x^2 + 6x + 9$  graafiku haripunkti kaugus  $y$ -teljest.

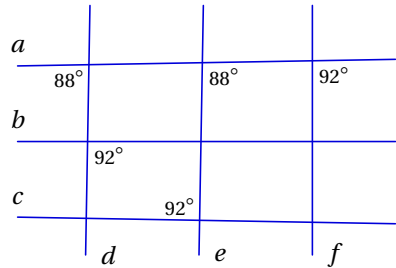
.....

6. Mitmel erineval viisil on võimalik moodustada arv 2007, alustades ruudust numbriga 2 ja liikudes igal sammul teise ruutu, millel on senise ruuduga ühine külg või ühine tipp?

7	7	7
0	0	7
2	0	7

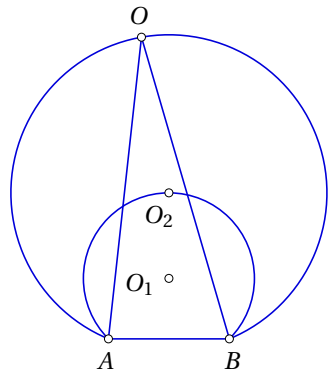
.....

7. Joonisel on 6 sirget tähistatud väiketähtedega ja märgitud mõnede nurkade suurused. Leia kõik paralleelsete sirgete paarid.



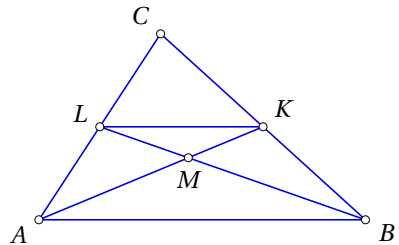
.....

8. Antud on lõik  $AB$  ja kolm punkti  $O_1$ ,  $O_2$  ja  $O$  nii, et punktid  $A$ ,  $B$  ja  $O_2$  asuvad ringjoonel keskpunktiga  $O_1$  ning punktid  $A$ ,  $B$  ja  $O$  asuvad ringjoonel keskpunktiga  $O_2$ . Leia nurga  $AOB$  suurus, kui nurk  $AO_1B$  on täisnurk.



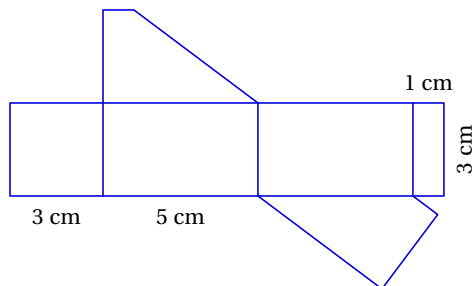
.....

9. Kolmnurga  $ABC$  mediaanide  $AK$  ja  $BL$  lõikepunkt on  $M$ . Leia kolmnurga  $ABM$  pindala, kui kolmnurga  $MKL$  pindala on  $1,6 \text{ cm}^2$ .

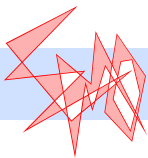


.....

10. Püstprisma põhjadeks on täisnurksed trapsid. Selle prisma pinnalaotusele on lisatud mõnede lõikude pikkused. Arvuta prisma ruumala.



.....



## Eesti LIV matemaatikaolümpiaad

10. veebruar 2007

Piirkonnavoord

7. klass

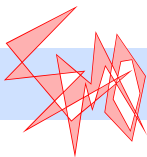
**II osa.** Lahendamisaega on 2 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Perekond Tammel on tänavune aasta mõnes mõttes erakordne: aasta lõpuks on iga pereliikme vanus kahekohaline täisarv, mis on täpselt 7 korda suurem oma numbrite summast. Leia kõigi pereliikmete sünniaastad, kui pereliikmete vanused on parajasti kõik niisuguse omadusega arvud.
2. Kolmnurga  $ABC$  tipust  $C$  tõmmatakse nurgapoolitaja, mis lõikab tipust  $B$  tõmmatud nurgapoolitajat punktis  $O$  ja kolmnurga külge  $AB$  punktis  $D$ . On teada, et  $\angle DOB = 54^\circ$  ja  $\angle ADO = 95^\circ$ . Milline kolmnurga  $ABC$  külgedest on kõige lühem?
3. Kaaril ja Joonasel olid ühesugused ristkülikukujulised postkaardid, mille lühema külje pikkus oli 12 cm. Mõlemad poisid lõikasid oma kaardi kaheks pindalalt võrdseks ristkülikuks, viskasid ühe poole ära ja jätsid teise alles. Seejärel lõikas Kaarel oma järelejäänud ristküliku veelkord kaheks pindalalt võrdseks ristkülikuks ja jättis ühe neist alles. Nüüd selgus, et Kaarli ja Joonase allesjäänud ristkülikud olid võrdse ümbermõõduga. Leia kõik võimalused, milline võis olla esialgse postkaardi pikema külje pikkus, ja põhjenda, miks muid võimalusi ei ole.



# Eesti LIV matemaatikaolümpiaad

10. veebruar 2007

Piirkonnavor

8. klass

**II osa.** Lahendamisaega on 2 tundi.

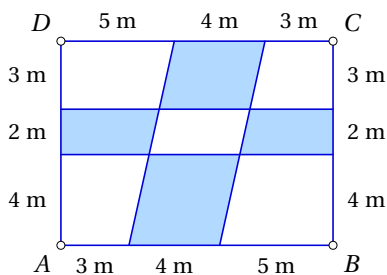
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

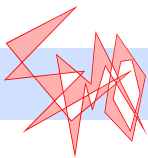
1. Volli kirjutas tahvlile naturaalarvu. Ta korrutas selle 9-ga ja kustutas korrutise viimase numbriga. Saadud arvu korrutas ta 5-ga ja kustutas jällegi korrutise viimase numbriga. Nii sai ta tulemuseks arvu 23. Leia kõik naturaalarvud, mis sobivad Volli kirjutatud arvuks.

2. Nelinurga  $ABCD$  iga külge on jaotatud kolmeks osaks, joonisel on antud nende osade pikkused meetrites. Leia joonisel tumedaks värvitud kujundite kogupindala.



3. Laual on kolm pähklike kuhja. Ühes kuhjas on 22, teises 14 ja kolmandas 12 pähkli. Ühekorruga võib ühest kuhjast teise ümber tõsta täpselt nii palju pähkli, kui palju teises kuhjas juba on. Milline on vähim arv ümbertõstmisi, millega saab pähklike arvu kõigis kolmes kuhjas muuta võrdseks?





## Eesti LIV matemaatikaolümpiaad

10. veebruar 2007

Piirkonnavoore

9. klass

**II osa.** Lahendamisaega on 4 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Nõia-Ellal seisis keldris suur vaat nõiarohtu, mis koosnes 60% konnakoivaleotisest, 30% põdrasamblatõmmisest ja 10% kukejuureteest. Ühel hommikul tõi ta liitrise pudeli täie rohtu tuppa ja määris poole sellest oma valutavatele kontidele. Seejärel kallask ta pudelisse kukejuureteed, kuni pudel sai jälle täis, ning võidis viiendikuga saadud segust oma hõõrdunud varbaid. Lõpuks tõi Nõia-Ella keldrivaadist veel viiendiku liitrit esialgse kontsentratsiooniga rohtu juurde, lisas pudelisse ja sai sellega hästimõjuva külmarohu sissevõtmiseks. Millises vahekorras olid konnakoivaleotis, põdrasamblatõmmis ja kukejuuretee Nõia-Ella külmarohus?
2. Võrdhaarse kolmnurga haarasid ühendav kesklõik puutub kolmnurga siseringjoont. Millises suhtes jaotab haara ja siseringjoone puutepunkt kolmnurga haara?
3. Karupoeg Puhh, Notsu ja Ruu tahavad pimedas metsas minna üle kitsa silla. Neil on ainult üks latern, kuid selleks, et keegi vette ei kukuks, peab igal silda ületaval rühmal olema latern kaasas. Samas võib Puhh üle silla minna ainult üksinda. Leia lühim aeg, millega kogu seltskond üle silla saab, kui igaühel võtab silla ületamine aega 1 minuti.
4. Leia kõik mittenegatiivsed täisarvud  $n$ , mille korral arv  $200 \dots 07$ , kus esineb täpselt  $n$  nulli, jagub 27-ga.