

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г.

Региональный тур

7 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения
можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.*

1. Вычислить: $\frac{2006 \cdot 2007 - 2005 \cdot 2006}{1003} = \dots\dots\dots$

2. Расположить в порядке убывания противоположные числа чисел 0,2; -0,02 и $\frac{1}{4}$.

$\dots\dots\dots > \dots\dots\dots > \dots\dots\dots$

3. Все цифры трёхзначного числа различны, при этом цифра единиц является суммой цифр десятков и сотен. Найти наибольшее такое число.

$\dots\dots\dots$

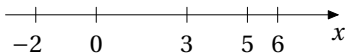
4. Какую часть среди первых десяти положительных целых чисел образуют числа, которые не являются простыми?

$\dots\dots\dots$

5. За один день интернет-страницу просмотрели всего 110 раз. При этом 7 посетителей просмотрели её три раза, 10 посетителей два раза, а все остальные посетители один раз. Сколько разных посетителей просмотрело интернет-страницу за этот день?

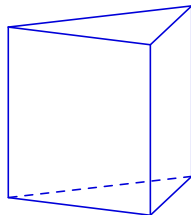
$\dots\dots\dots$

6. Отрезки сколько различных длин можно провести между точками, отмеченными на рисунке?



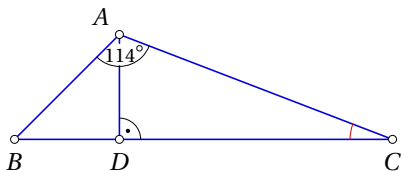
.....

7. Высота прямой треугольной призмы 6 см, а площадь её боковой поверхности 72 см^2 . Найти длину третьей стороны основания призмы, если длины двух других сторон основания 3 см и 5 см.



.....

8. Из вершины A треугольника ABC провели высоту AD . Известно, что $|AD| = |DB|$ и $\angle CAB = 114^\circ$. Найти величину угла ACB .

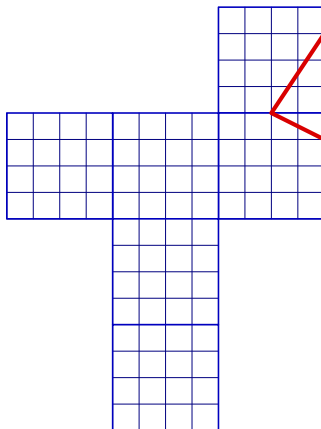
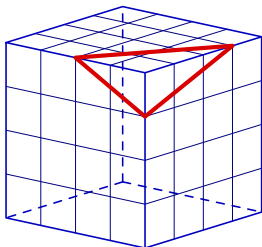


.....

9. Периметр квадрата равен 4 см. Радиус круга в 1,2 раз больше длины стороны квадрата. Найти периметр окружности.

.....

10. Рома хотел разделить куб на две части и провёл на гранях куба линии разреза, как показано слева. Справа изображена развёртка этого куба, на которой сохранилась лишь часть линий. Нарисовать на развёртке все недостающие линии разреза.



LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г.

Региональный тур

8 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения
можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.*

1. В ряд записывают все чётные числа от 2 до 50 и между ними чередуясь расставляют знаки $-$ и $+$:

$$2 - 4 + 6 - 8 + 10 - \dots + 50.$$

Найти значение выражения.

.....

2. Какую часть среди первых двадцати положительных целых чисел образуют числа, которые не являются простыми?

.....

3. Сколько различных цифр можно поставить в числе $5x8$ вместо буквы x , чтобы получившееся трёхзначное число делилось на 6?

.....

4. За один день интернет-страницу просмотрели всего 149 раз. При этом 3 посетителя просмотрели её четыре раза, 7 посетителей просмотрели её три раза, 10 посетителей два раза, а все остальные посетители один раз. Сколько разных посетителей просмотрело интернет-страницу за этот день?

.....

5. Цена мороженого составляет $\frac{17}{20}$ его прежней цены. На сколько процентов упала цена мороженого?

.....

6. Прямые $y = 3x - 2$ и $y = 5x + 3$ пересекают ось y соответственно в точках A и B . Найти длину отрезка AB .

.....

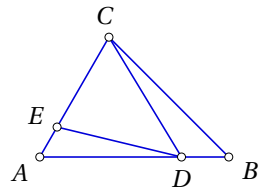
7. Диаметр круга составляет 120% от длины стороны квадрата. Найти отношение площадей круга и квадрата.

.....

8. Длины сторон треугольника KLM связаны равенствами $|KL| + |LM| = 12$ см, $|LM| + |MK| = 15$ см и $|MK| + |KL| = 13$ см. Какой буквой обозначена вершина, угол при которой самый большой в треугольнике?

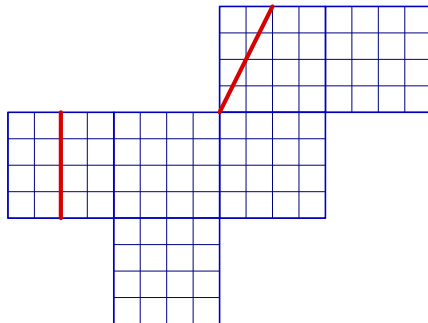
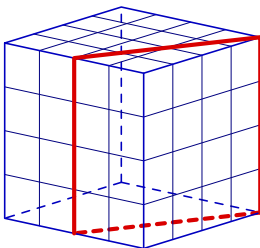
.....

9. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка D так, что отрезок AD в три раза длиннее отрезка DB , кроме того на стороне AC отмечена точка E так, что отрезок AE в три раза короче отрезка EC . Площадь треугольника ADE равна 3 см^2 . Найти площадь треугольника ABC .



.....

10. Миша хотел разделить куб на две части и провёл на гранях куба линии разреза, как показано слева. Справа изображена развёртка этого куба, на которой сохранилась лишь часть линий. Нарисовать на развёртке все недостающие линии разреза.



ЛIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г.

Региональный тур

9 класс

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*

На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.

Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все целые числа a , при которых выполняется неравенство $a^2 - 4a + 4 < 1$.

.....

2. Найти значение выражения

$$1 + \frac{100}{2006} - \frac{101}{2006} + \frac{102}{2006} - \frac{103}{2006} + \dots,$$

если выражение содержит 1003 знака $+$ и 1003 знака $-$.

.....

3. Найти число, которое меньше числа $\frac{7}{16}$ на то же число, на которое число $1\frac{1}{4}$ больше числа $1\frac{1}{8}$.

.....

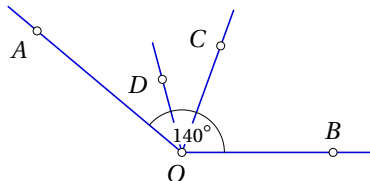
4. Найти среди дробей, меньших единицы, наибольшую такую, у которой числитель и знаменатель — положительные целые числа, дающие в сумме 99.

.....

5. График квадратной функции $y = 2x^2 + x - 15$ пересекает ось x в точках A и B . Найти длину отрезка AB .

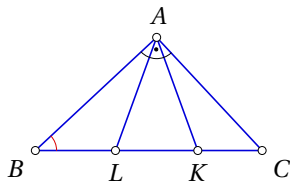
.....

6. Величина угла AOB равна 140° . Точка C находится на равном расстоянии от сторон угла AOB , а точка D находится на равном расстоянии от сторон угла AOC . Чему равен угол COD ?



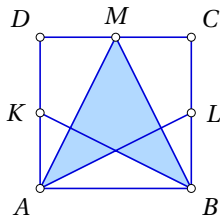
.....

7. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC отмечены точки K и L так, что $|AB| = |BK|$, $|AC| = |CL|$ и $|AK| = |AL|$. Найти величину угла CBA .



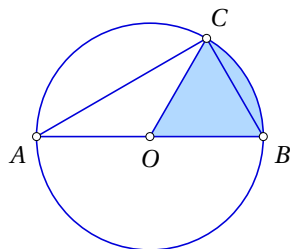
.....

8. Длина стороны квадрата $ABCD$ равна 4 см. Точки K , L и M — середины сторон. Найти площадь фигуры, закрашенной тёмным цветом.



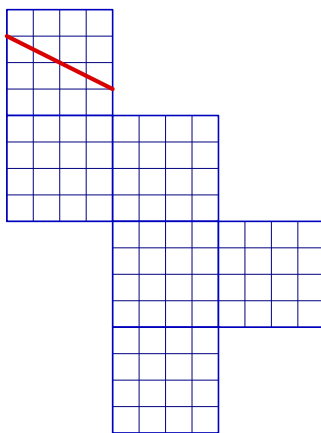
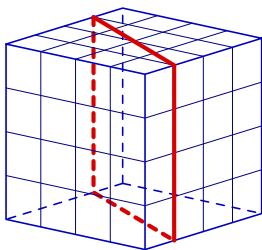
.....

9. На окружности с центром O и диаметром AB берут точку C так, что величина угла BAC равна $\frac{1}{3}$ величины угла ACB . Найти площадь части, закрашенной на рисунке тёмным цветом, если радиус окружности 1 см.



.....

10. Коля хотел разделить куб на две части и провёл на гранях куба линии разреза, как показано слева. Справа изображена развёртка этого куба, на которой сохранилась лишь часть линий. Нарисовать на развёртке все недостающие линии разреза.



ЛIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г.

Региональный тур

7 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Юра поймал за день 20 рыб, из которых 70% были окуни, а остальные щуки. Из пойманных рыб 40% были слишком маленькими, их Юра отпустил назад в озеро. Из всех пойманных щук норме соответствовала половина, их Юра положил в сумку. Сколько маленьких окуней Юра отпустил обратно в озеро?
2. На координатной плоскости нарисован план участка земли, который образует замкнутую ломаную $ABCDEF A$ с координатами вершин $A(-3; -2)$, $B(-3; 0)$, $C(-1; 2)$, $D(1; 0)$, $E(3; 0)$ и $F(3; -2)$. Владельцу сделали предложение заменить содержащую вершину A часть участка, которая попадает под предполагаемое строительство дороги и отделяется прямой от остального участка, другим точно таким же по размерам и форме куском земли, граничащим с участком. При этом новый участок оказался бы квадратной формы.
 - а) Нарисовать план первоначального участка и вычислить его площадь.
 - б) Провести прямую, разделяющую участок, и нарисовать на том же чертеже план нового участка.
3. Для составления пароля Катя взяла две последние цифры своего года рождения 1992 и добавила к ним в начало в качестве первой цифры номер дня своего рождения, а в конец в качестве последней цифры номер месяца своего рождения. Полученное четырёхзначное число делилось на возраст её обоих братьев, но не делилось на возраст сестры. Одному брату Кати 2 года, другому 9 лет, а сестре 7 лет. Найти все возможности, какой может быть дата рождения Кати.

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г.

Региональный тур

8 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Килограмм грецких орехов стоит 80 крон, а килограмм миндаля 25 крон. Цена килограмма смеси грецких орехов и миндаля составляет 58 крон. Сколько процентов миндаля в смеси?
2. На координатной плоскости нарисован план участка земли, который образует замкнутую ломаную $ABCDEFGHA$ с координатами вершин $A(-6; -4)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; 0)$, $D(-1; 2)$, $E(2; 2)$, $F(0; -2)$, $G(-3; -2)$ и $H(-3; -4)$. Владельцу сделали предложение заменить содержащую вершину A часть участка, которая попадает под предполагаемое строительство дороги и отделяется прямой от остального участка, другим точно таким же по размерам и форме куском земли, граничащим с участком. При этом новый участок оказался бы квадратной формы.
 - а) Нарисовать план первоначального участка и вычислить его площадь.
 - б) Провести прямую, разделяющую участок, и нарисовать на том же чертеже план нового участка.
3. Пароль, выбранный Любой, состоит из четырёх различных цифр, сумма любых трёх из которых является простым числом. Из каких цифр состоит пароль Любы?

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г.

Региональный тур

9 класс

II часть. *Время, отводимое для решения: 4 часа.*

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Миша побывал в магазине, в котором среди прочих вещей купил и одно мороженое. Количество денег, уплаченных за мороженое, составило 4% от суммы денег, уплаченной за все покупки. Во сколько раз это мороженое должно было быть дороже, чтобы количество денег, уплаченных за него, составило 5% от суммы денег, уплаченной за все покупки?
2. Найти все трёхзначные числа, последняя цифра которых 1 и которые делятся на каждую свою цифру.
3. Диагонали выпуклого четырёхугольника делят четырёхугольник на четыре треугольника, три из которых имеют равную площадь S . Доказать, что площадь четвёртого треугольника также равна S .
4. Каждый житель Страны Чудес всегда говорит правду или всегда лжёт. Однажды всех жителей Страны Чудес разделили на пары и каждый житель сказал про своего соседа по паре, лжец он или говорит правду. Могло ли случиться, что оба утверждения прозвучали одинаковое количество раз, если жителей в Стране Чудес
 - а) 2004;
 - б) 2006?