Piirkonnavoor 2006

Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 | Piirkonnavoor | **7. klass**

I osa. *Lahendamisaega on 40 minutit.*
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Arvuta: $\dfrac{2006 \cdot 2007 - 2005 \cdot 2006}{1003} =$ . . . .

2. Järjesta kahanevas järjekorras arvude 0,2; −0,02 ja $\frac{1}{4}$ vastandarvud.

. . . . > . . . . > . . . .

3. Kolmekohalise arvu kõik numbrid on erinevad ning üheliste number võrdub kümneliste ja sajaliste numbrite summaga. Leia suurim selline arv.

. . . .

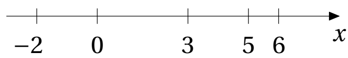
4. Kui suure osa moodustavad esimese kümne positiivse täisarvu seas arvud, mis ei ole algarvud?

. . . .

5. Ühel päeval vaadati veebilehte 110 korda. Seejuures 7 külastajat vaatas seda kolm korda, 10 külastajat kaks korda ja kõik ülejäänud ühe korra. Mitu erinevat külastajat vaatas veebilehte sel päeval?

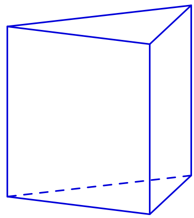
. . . .

6. Mitme erineva pikkusega lõike saab tõmmata joonisel märgitud punktide vahele?



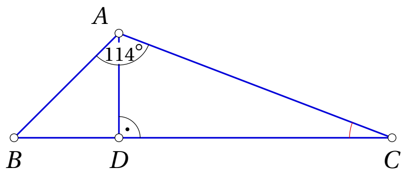
. . . .

7. Kolmnurkse püstprisma kõrgus on 6 cm ja külgpindala 72 cm^2. Leia prisma kolmanda põhiserva pikkus, kui kahe põhiserva pikkused on 3 cm ja 5 cm.



. . . .

8. Kolmnurga ABC tipust A tõmmati kõrgus AD. On teada, et $|AD| = |DB|$ ja $\angle CAB = 114°$. Leia nurga ACB suurus.

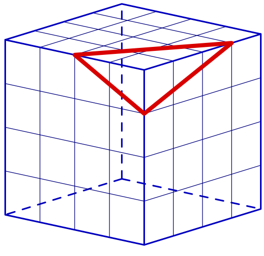


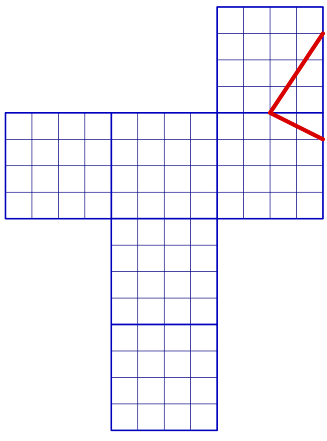
. . . .

9. Ruudu ümbermõõt on 4 cm. Ringi raadius on 1,2 korda suurem ruudu küljepikkusest. Leia ringi ümbermõõt.

. . . .

10. Raiko soovis tükeldada kuubi kaheks osaks ja tõmbas kuubi tahkudele lõikejooned, nagu näidatud vasakul. Paremal on kujutatud selle kuubi pinnalaotus, millel on säilinud ainult osa joontest. Joonista pinnalaotusele kõik puuduvad lõikejooned.





Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006   Piirkonnavoor   **8. klass**

I osa. *Lahendamisaega on 40 minutit.*
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Ritta kirjutatakse paarisarvud 2-st 50-ni ning nende vahele asetatakse vaheldumisi märgid $-$ ja $+$:

$$2-4+6-8+10-\ldots+50\,.$$

Leia avaldise väärtus.

. . . .

2. Kui suure osa moodustavad esimese kahekümne positiivse täisarvu seas arvud, mis ei ole algarvud?

. . . .

3. Mitu erinevat numbrit võib panna arvus $5x8$ tähe x asemele, et saadud kolmekohaline arv jaguks 6-ga?

. . . .

4. Ühel päeval vaadati veebilehte 149 korda. Seejuures 3 külastajat vaatas seda neli korda, 7 külastajat kolm korda, 10 külastajat kaks korda ja kõik ülejäänud ühe korra. Mitu erinevat külastajat vaatas veebilehte sel päeval?

. . . .

5. Jäätise hind moodustab $\dfrac{17}{20}$ tema endisest hinnast. Mitme protsendi võrra jäätise hind langes?

. . . .

6. Sirged $y = 3x - 2$ ja $y = 5x + 3$ lõikavad y-telge vastavalt punktides A ja B. Leia lõigu AB pikkus.

. . . .

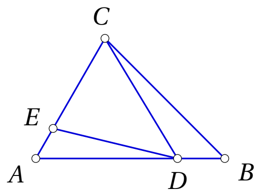
7. Ringi diameeter moodustab 120% ruudu küljepikkusest. Leia ringi ja ruudu pindalade suhe.

. . . .

8. Kolmnurga KLM külgede pikkused on seotud võrdustega $|KL| + |LM| = 12$ cm, $|LM| + |MK| = 15$ cm ja $|MK| + |KL| = 13$ cm. Millise tähega tähistatud tipu juures asub kolmnurga suurim nurk?

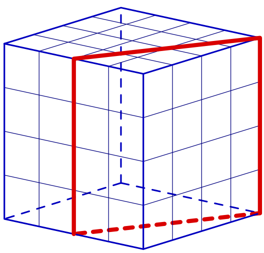
. . . .

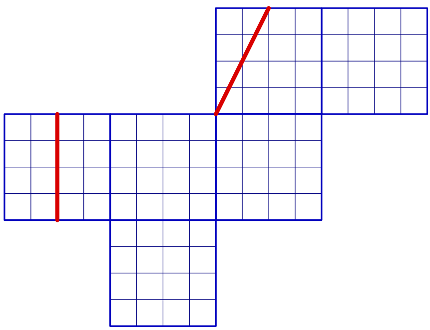
9. Kolmnurga ABC küljel AB on märgitud punkt D nii, et lõik AD on kolm korda pikem lõigust DB, lisaks on küljel AC märgitud punkt E nii, et lõik AE on kolm korda lühem lõigust EC. Kolmnurga ADE pindala on 3 cm^2. Leia kolmnurga ABC pindala.



. . . .

10. Mihkel soovis tükeldada kuubi kaheks osaks ja tõmbas kuubi tahkudele lõikejooned, nagu näidatud vasakul. Paremal on kujutatud selle kuubi pinnalaotus, millel on säilinud ainult osa joontest. Joonista pinnalaotusele kõik puuduvad lõikejooned.





Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 | Piirkonnavoor | **9. klass**

I osa. *Lahendamisaega on 40 minutit.*
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia kõik täisarvud a, mille korral kehtib võrratus $a^2 - 4a + 4 < 1$.

. . . .

2. Leia avaldise

$$1 + \frac{100}{2006} - \frac{101}{2006} + \frac{102}{2006} - \frac{103}{2006} + \ldots$$

väärtus, kui avaldis sisaldab 1003 plussmärki ja 1003 miinusmärki.

. . . .

3. Leia arv, mis on arvust $\frac{7}{16}$ väiksem sama arvu võrra, mille võrra arv $1\frac{1}{4}$ on suurem arvust $1\frac{1}{8}$.

. . . .

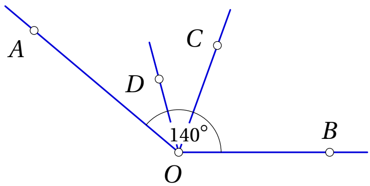
4. Leia arvust 1 väiksemate murdude seast suurim selline, mille lugeja ja nimetaja on positiivsed täisarvud ning lugeja ja nimetaja summa on 99.

. . . .

5. Ruutfunktsiooni $y = 2x^2 + x - 15$ graafik lõikab x-telge punktides A ja B. Leia lõigu AB pikkus.

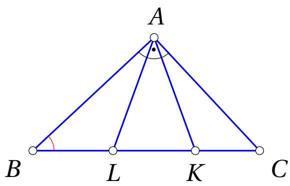
. . . .

6. Nurga AOB suurus on 140°. Punkt C asub nurga AOB haaradest võrdsel kaugusel ning punkt D asub nurga AOC haaradest võrdsel kaugusel. Kui suur on nurk COD?



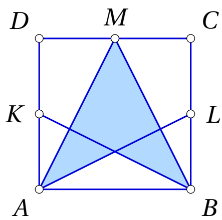
. . . .

7. Täisnurkse kolmnurga ABC hüpotenuusil BC on märgitud punktid K ja L nii, et $|AB| = |BK|$, $|AC| = |CL|$ ning $|AK| = |AL|$. Leia nurga CBA suurus.



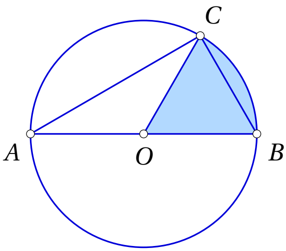
. . . .

8. Ruudu $ABCD$ küljepikkus on 4 cm. Punktid K, L ja M on külgede keskpunktid. Leia tumedaks värvitud kujundi pindala.



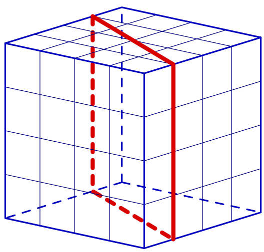
. . . .

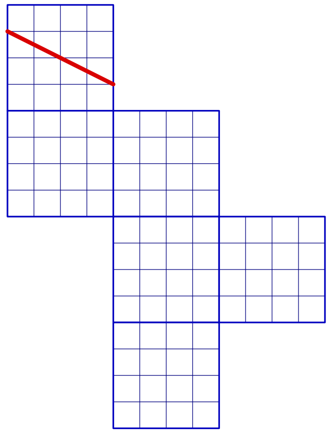
9. Ringjoonel keskpunktiga O ja diameetriga AB valitakse punkt C nii, et nurga BAC suurus on $\frac{1}{3}$ nurga ACB suurusest. Leia joonisel tumedaks värvitud osa pindala, kui ringjoone raadius on 1 cm.



. . . .

10. Kelli soovis tükeldada kuubi kaheks osaks ja tõmbas kuubi tahkudele lõikejooned, nagu näidatud vasakul. Paremal on kujutatud selle kuubi pinnalaotus, millel on säilinud ainult osa joontest. Joonista pinnalaotusele kõik puuduvad lõikejooned.





Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 | Piirkonnavoor | **7. klass**

II osa. *Lahendamisaega on 2 tundi.*
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.
Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Juhan püüdis päeva jooksul 20 kala, kellest 70% olid ahvenad ja ülejäänud haugid. Saadud kaladest 40% olid alamõõdulised, need laskis Juhan tagasi järve. Kõigist püütud haugidest vastasid normidele pooled, need pani Juhan kotti. Mitu alamõõdulist ahvenat laskis Juhan järve tagasi?

2. Koordinaattasandile on joonestatud krundi plaan, mis moodustab kinnise murdjoone $ABCDEFA$ tippude koordinaatidega $A(-3;-2)$, $B(-3;0)$, $C(-1;2)$, $D(1;0)$, $E(3;0)$ ja $F(3;-2)$. Omanikule tehti ettepanek asendada krundist sirgega eraldatav tippu A sisaldav osa, mis jääb kavandatava teeehituse alla, teise sama suure ja sama kujuga ning krundiga piirneva maatükiga. Seejuures oleks uus krunt ruudukujuline.

a) Tee esialgse krundi plaan ja arvuta selle pindala.

b) Tõmba joonisele krunti jaotav sirge ja joonesta samale joonisele uue krundi plaan.

3. Salasõna koostamiseks võttis Keit oma sünniaasta 1992 kaks viimast numbrit ning lisas nende ette esimeseks numbriks oma sünnikuupäevast võetud päeva numbri ja lõppu viimaseks numbriks oma sünnikuu numbri. Saadud neljakohaline arv jagus tema mõlema venna vanusega, aga ei jagunud õe vanusega. Keiti üks vend on 2-aastane, teine 9-aastane ja õde 7-aastane. Leia kõik võimalused, milline võis olla Keiti sünniaeg.

Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 Piirkonnavoor **8. klass**

II osa. *Lahendamisaega on 2 tundi.*
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.
Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Kilogramm kreeka pähkleid maksab 80 krooni ja kilogramm mandleid 25 krooni. Pähklite ja mandlite segu kilogrammihind on 58 krooni. Mitu protsenti on segus mandleid?

2. Koordinaattasandile on joonestatud krundi plaan, mis moodustab kinnise murdjoone $ABCDEFGHA$ tippude koordinaatidega $A(-6;-4)$, $B(-4;0)$, $C(-1;0)$, $D(-1;2)$, $E(2;2)$, $F(0;-2)$, $G(-3;-2)$ ja $H(-3;-4)$. Omanikule tehti ettepanek asendada krundist sirgega eraldatav tippu A sisaldav osa, mis jääb kavandatava tee-ehituse alla, teise sama suure ja sama kujuga ning krundiga piirneva maatükiga. Seejuures oleks uus krunt ruudukujuline.

a) Tee esialgse krundi plaan ja arvuta selle pindala.

b) Tõmba joonisele krunti jaotav sirge ja joonesta samale joonisele uue krundi plaan.

3. Liia valitud salasõna koosneb neljast erinevast numbrist, millest iga kolme numbri summa on algarv. Millistest numbritest koosneb Liia salasõna?

Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 | Piirkonnavoor | **9. klass**

II osa. *Lahendamisaega on 4 tundi.*
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.
Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Mikk käis poes, kus muude asjade seas ostis ka ühe jäätise. Jäätise eest makstud raha moodustas 4% kõikide kaupade eest makstud rahast. Mitu korda oleks see jäätis pidanud olema kallim, et tema eest makstud raha oleks moodustanud kõikide kaupade eest makstud rahast 5%?

2. Leia kõik kolmekohalised arvud, mille viimane number on 1 ja mis jaguvad iga oma numbriga.

3. Kumera nelinurga diagonaalid jaotavad nelinurga neljaks kolmnurgaks, millest kolm on võrdse pindalaga S. Tõesta, et ka neljanda kolmnurga pindala on S.

4. Imedemaa iga elanik räägib alati tõtt või alati valetab. Kord jagati kõik Imedemaa elanikud paarideks ning iga elanik ütles, kas tema paariline räägib tõtt või valetab. Kas võis juhtuda, et mõlemat liiki vastuseid kõlas võrdne arv, kui Imedemaal on elanikke

a) 2004;

b) 2006?

Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 Piirkonnavoor **10. klass**

Lahendamisaega on 5 tundi.
Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia võrrandi

$$\frac{1-(x^2+3x+1)^2}{1-(x+2)^2}=0$$

kõik reaalarvulised lahendid.

2. Imedemaal on praegu tulumaksumäär 10% ja tulumaksuvaba miinimum 1000 denaari (see tähendab, tulumaksu suurus on 10% kuusissetuleku sellest osast, mis ületab 1000 denaari). Helge Tuleviku Partei lubab kehtestada tulumaksumääraks 20% ja tulumaksuvabaks miinimumiks 2000 denaari. Millise kuusissetuleku puhul tuleks uue korra järgi maksta tulumaksu täpselt sama palju kui praegu?

3. Numbritest $1, 2, \ldots, 9$ moodustatakse arvud nii, et iga number kuulub täpselt ühe arvu koosseisu. Kas saadud arvude summa võib olla

a) 999;

b) 1000?

4. Firma sai oma käsutusse suure ruumi, millel on ristkülikukujuline põrand pindalaga 160 m^2. Ühe sirge vaheseinaga eraldati ruumist kõigepealt ruudukujulise põrandaga kabinet. Teise, eelmisega ristuva sirge vaheseinaga eraldati ülejäänud osast ristkülik külgede suhtega $2:1$, mille lühem külg jäi vastu kabinetti. Kolmanda vaheseinaga jaotati see ristkülik kaheks ruudukujulise põrandaga vastuvõturuumiks. Kui suur on kabineti põrandat täielikult katva vaiba ümbermõõt, kui see on 8 m võrra suurem vastuvõturuumi põrandat täielikult katva vaiba ümbermõõdust? (Vaheseinte paksus lugeda nulliks.)

5. Täisnurkse kolmnurga ABC hüpotenuusil BC võetakse punktid D ja E nii, et $|AB|=|BE|$ ja $|AC|=|CD|$. Leia nurga DAE suurus.

6. Antud on ruudustik mõõtmetega $n \times n$. Ruudustiku igasse ruutu kirjutatakse üks täisarv nii, et igas 2×2 plokis ja igas 3×3 plokis asuvate arvude summa on paarisarv. Kas kõigi ruudustikku kirjutatud arvude summa saab olla paaritu arv, kui

a) $n = 2005$;

b) $n = 2006$?

Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 | Piirkonnavoor | **11. klass**

Lahendamisaega on 5 tundi.
Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Lahenda võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{y}{x} \\ x^2 y = y^2 x + 2. \end{cases}$$

2. Maastikumängus tuleb võistkonnal liikuda stardist kõigepealt 100 meetrit põhja poole, siis pöörata senisest suunast 60 kraadi paremale ja liikuda edasi 200 meetrit, seejärel pöörata veelkord 60 kraadi paremale ja liikuda edasi 400 meetrit. Lõpuks tuleb võistkonnal pöörata paremale nii palju, et ollakse näoga stardi suunas, ning liikuda otse starti tagasi. Millise nurga võrra peab võistkond viimasel korral pöörama ja milline vahemaa tuleb tal seejärel starti tagasi jõudmiseks läbida?

3. Mitmel erineval viisil saab ruudustikus mõõtmetega 10×10 värvida korraga mustaks kaks ühikruutu, millel on vähemalt üks ühine tipp?

4. Turuplatsil on ühesugused müügiboksid paigutatud tabelikujuliselt ristkülikuna, kusjuures bokside arv ühe külje sihis ja bokside arv ristuva külje sihis erinevad rohkem kui 100 võrra. Esimene politseipatrull kontrollis läbi kõik boksid ühes risküliku pikema küljega paralleelses reas, teine politseipatrull aga kõik boksid seitsmes lühema küljega paralleelses reas. Kokkuvõtete tegemisel selgus, et teine patrull kontrollis rohkem bokse kui esimene. Leia vähim võimalik müügibokside arv turuplatsil.

5. Kumera kuusnurga pikad diagonaalid lõikuvad ühes punktis ning jaotavad kuusnurga kuueks kolmnurgaks, millest viis on võrdse pindalaga S. Tõesta, et ka kuuenda kolmnurga pindala on S.

6. Iga mittenegatiivse täisarvu x korral tähistagu $s(x)$ arvu x numbrite summat ja $k(x)$ arvu x numbrite korrutist. Olgu

$$a = 88888888777777666665555444455555666666777777788888888.$$

a) Kas leidub arv n, mille korral $s(n) = k(n) = s(a)$?

b) Kas leidub arv n, mille korral $s(n) = k(n) = k(a)$?

Eesti koolinoorte LIII matemaatikaolümpiaad

28. jaanuar 2006 | Piirkonnavoor | **12. klass**

Lahendamisaega on 5 tundi.
Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Imedemaal võetakse aasta alguses tööle uusi riigiametnikke. Tööleasujal lubatakse valida kahe võimaliku palgaskeemi vahel. Esimesel kuul makstav palk on mõlemal juhul 1000 denaari. Esimese skeemi kohaselt kasvab palk igal järgmisel kuul 100 denaari võrra, teise skeemi järgi aga on palk aasta piires püsiv, kuid igal järgmisel aastal kahekordistub võrreldes eelmise aastaga. Mitu täisaastat tuleb ametnikul vähemalt töötada, et ta saaks teise skeemi järgi kokku rohkem palka kui esimese skeemi järgi?

2. Kolmnurga kõigi nurkade suurused rahuldavad võrrandit
$$4\cos^2 2x = 1.$$
Leia kõik võimalused, millised saavad olla selle kolmnurga kolm nurka.

3. Juku arvutas taskuarvutiga avaldise $5\log 2 + 7\log 3 - \log 7$ väärtuse. Taskuarvuti piiratud täpsuse tõttu sai ta vastuseks 4. Kas see tulemus on avaldise tegelikust väärtusest suurem või väiksem? (Logaritmid on võetud alusel 10.)

4. Tahvlile kirjutatakse ükshaaval 2006 arvu järgmise eeskirja kohaselt. Esimene arv on 1, teiseks arvuks valitakse suvaline täisarv ning iga järgneva arvu leidmiseks liidetakse viimase tahvlil oleva arvu kolmekordne ja eelviimase arvu kahekordne.
   a) Tõesta, et saadud 2006 arvu hulgas ei saa olla rohkem kui 1003 kolmega jaguvat arvu.
   b) Too näide teisena valitud arvust, mille korral saadud 2006 arvu hulgas leidub täpselt 1003 kolmega jaguvat arvu.

5. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel BC võetakse punktid E ja F, kusjuures E asub tipule B lähemal kui F. Kolmnurga haaradel AB ja AC võetakse vastavalt punktid D ja G nii, et $|BD| = |CE|$ ja $|CG| = |BF|$. Olgu O sirgete EG ja FD lõikepunkt. Leia nurga DOG suurus, kui $\angle BAC = 70^\circ$.

6. Ruudustikus mõõtmetega $n \times n$ värviti mõned ruudud siniseks. On teada, et värvitud ruutude arv on igas reas erinev ja samuti igas veerus erinev. Leia kõik võimalused, milline saab olla värvitud ruutude koguarv.

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **7 класс**

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Вычислить: $\dfrac{2006 \cdot 2007 - 2005 \cdot 2006}{1003} =$ . . . .

2. Расположить в порядке убывания противоположные числа чисел 0,2; $-0{,}02$ и $\dfrac{1}{4}$.

. . . . > . . . . > . . . .

3. Все цифры трёхзначного числа различны, при этом цифра единиц является суммой цифр десятков и сотен. Найти наибольшее такое число.

. . . .

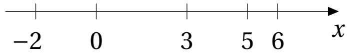
4. Какую часть среди первых десяти положительных целых чисел образуют числа, которые не являются простыми?

. . . .

5. За один день интернет-страницу просмотрели всего 110 раз. При этом 7 посетителей просмотрели её три раза, 10 посетителей два раза, а все остальные посетители один раз. Сколько разных посетителей просмотрело интернет-страницу за этот день?

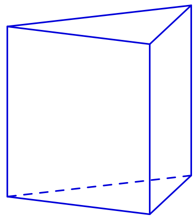
. . . .

6. Отрезки скольких различных длин можно провести между точками, отмеченными на рисунке?



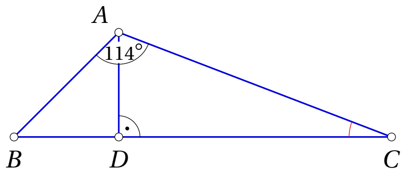
. . . .

7. Высота прямой треугольной призмы 6 см, а площадь её боковой поверхности 72 см^2. Найти длину третьей стороны основания призмы, если длины двух других сторон основания 3 см и 5 см.



. . . .

8. Из вершины A треугольника ABC провели высоту AD. Известно, что $|AD| = |DB|$ и $\angle CAB = 114^\circ$. Найти величину угла ACB.

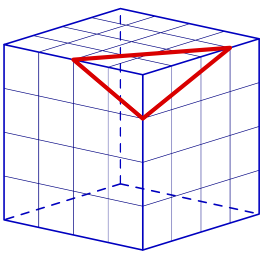


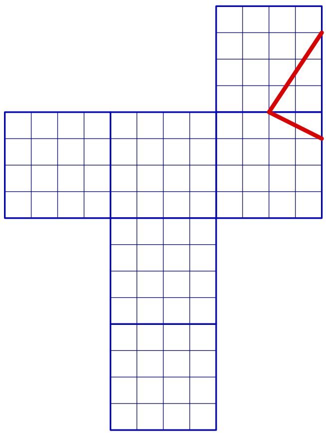
. . . .

9. Периметр квадрата равен 4 см. Радиус круга в 1,2 раз больше длины стороны квадрата. Найти периметр окружности.

. . . .

10. Рома хотел разделить куб на две части и провёл на гранях куба линии разреза, как показано слева. Справа изображена развёртка этого куба, на которой сохранилась лишь часть линий. Нарисовать на развёртке все недостающие линии разреза.





LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **8 класс**

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В ряд записывают все чётные числа от 2 до 50 и между ними чередуясь расставляют знаки − и + :

$$2 - 4 + 6 - 8 + 10 - \ldots + 50\,.$$

Найти значение выражения.

. . . .

2. Какую часть среди первых двадцати положительных целых чисел образуют числа, которые не являются простыми?

. . . .

3. Сколько различных цифр можно поставить в числе $5x8$ вместо буквы x, чтобы получившееся трёхзначное число делилось на 6?

. . . .

4. За один день интернет-страницу просмотрели всего 149 раз. При этом 3 посетителя просмотрели её четыре раза, 7 посетителей просмотрели её три раза, 10 посетителей два раза, а все остальные посетители один раз. Сколько разных посетителей просмотрело интернет-страницу за этот день?

. . . .

5. Цена мороженого составляет $\dfrac{17}{20}$ его прежней цены. На сколько процентов упала цена мороженого?

. . . .

6. Прямые $y = 3x - 2$ и $y = 5x + 3$ пересекают ось y соответственно в точках A и B. Найти длину отрезка AB.

. . . .

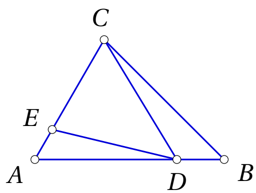
7. Диаметр круга составляет 120% от длины стороны квадрата. Найти отношение площадей круга и квадрата.

. . . .

8. Длины сторон треугольника KLM связаны равенствами $|KL| + |LM| = 12$ см, $|LM| + |MK| = 15$ см и $|MK| + |KL| = 13$ см. Какой буквой обозначена вершина, угол при которой самый большой в треугольнике?

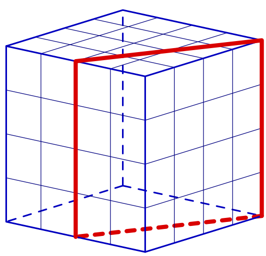
. . . .

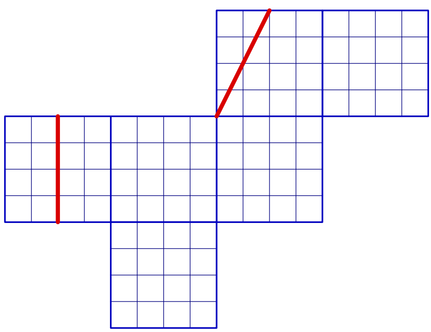
9. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка D так, что отрезок AD в три раза длиннее отрезка DB, кроме того на стороне AC отмечена точка E так, что отрезок AE в три раза короче отрезка EC. Площадь треугольника ADE равна 3 см^2. Найти площадь треугольника ABC.



. . . .

10. Миша хотел разделить куб на две части и провёл на гранях куба линии разреза, как показано слева. Справа изображена развёртка этого куба, на которой сохранилась лишь часть линий. Нарисовать на развёртке все недостающие линии разреза.





LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **9 класс**

I часть. *Время, отводимое для решения: 40 минут.*
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи даёт 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все целые числа a, при которых выполняется неравенство $a^2 - 4a + 4 < 1$.

. . . .

2. Найти значение выражения

$$1 + \frac{100}{2006} - \frac{101}{2006} + \frac{102}{2006} - \frac{103}{2006} + \ldots,$$

если выражение содержит 1003 знака $+$ и 1003 знака $-$.

. . . .

3. Найти число, которое меньше числа $\frac{7}{16}$ на то же число, на которое число $1\frac{1}{4}$ больше числа $1\frac{1}{8}$.

. . . .

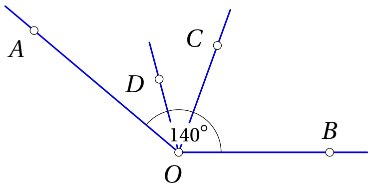
4. Найти среди дробей, меньших единицы, наибольшую такую, у которой числитель и знаменатель — положительные целые числа, дающие в сумме 99.

. . . .

5. График квадратной функции $y = 2x^2 + x - 15$ пересекает ось x в точках A и B. Найти длину отрезка AB.

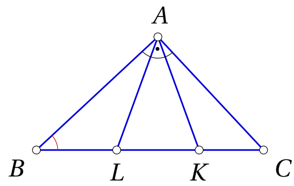
. . . .

6. Величина угла AOB равна 140°. Точка C находится на равном расстоянии от сторон угла AOB, а точка D находится на равном расстоянии от сторон угла AOC. Чему равен угол COD?



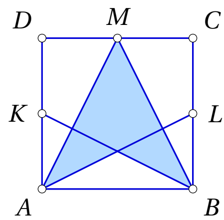
. . . .

7. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC отмечены точки K и L так, что $|AB| = |BK|$, $|AC| = |CL|$ и $|AK| = |AL|$. Найти величину угла CBA.



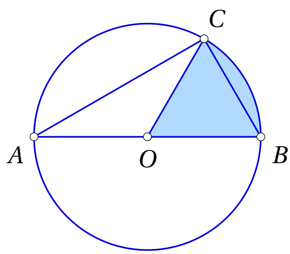
. . . .

8. Длина стороны квадрата $ABCD$ равна 4 см. Точки K, L и M — середины сторон. Найти площадь фигуры, закрашенной тёмным цветом.



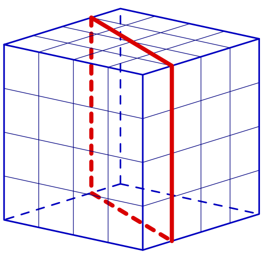
. . . .

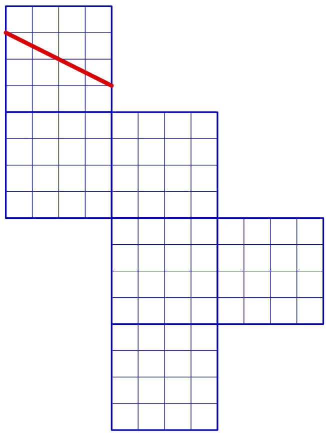
9. На окружности с центром O и диаметром AB берут точку C так, что величина угла BAC равна $\frac{1}{3}$ величины угла ACB. Найти площадь части, закрашенной на рисунке тёмным цветом, если радиус окружности 1 см.



. . . .

10. Коля хотел разделить куб на две части и провёл на гранях куба линии разреза, как показано слева. Справа изображена развёртка этого куба, на которой сохранилась лишь часть линий. Нарисовать на развёртке все недостающие линии разреза.





LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **7 класс**

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Юра поймал за день 20 рыб, из которых 70% были окуни, а остальные щуки. Из пойманных рыб 40% были слишком маленькими, их Юра отпустил назад в озеро. Из всех пойманных щук норме соответствовала половина, их Юра положил в сумку. Сколько маленьких окуней Юра отпустил обратно в озеро?

2. На координатной плоскости нарисован план участка земли, который образует замкнутую ломаную $ABCDEFA$ с координатами вершин $A(-3;-2)$, $B(-3;0)$, $C(-1;2)$, $D(1;0)$, $E(3;0)$ и $F(3;-2)$. Владельцу сделали предложение заменить содержащую вершину A часть участка, которая попадает под предполагаемое строительство дороги и отделяется прямой от остального участка, другим точно таким же по размерам и форме куском земли, граничащим с участком. При этом новый участок оказался бы квадратной формы.

а) Нарисовать план первоначального участка и вычислить его площадь.

б) Провести прямую, разделяющую участок, и нарисовать на том же чертеже план нового участка.

3. Для составления пароля Катя взяла две последние цифры своего года рождения 1992 и добавила к ним в начало в качестве первой цифры номер дня своего рождения, а в конец в качестве последней цифры номер месяца своего рождения. Полученное четырёхзначное число делилось на возраст её обоих братьев, но не делилось на возраст сестры. Одному брату Кати 2 года, другому 9 лет, а сестре 7 лет. Найти все возможности, какой может быть дата рождения Кати.

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. | Региональный тур | **8 класс**

II часть. *Время, отводимое для решения: 2 часа.*
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Килограмм грецких орехов стоит 80 крон, а килограмм миндаля 25 крон. Цена килограмма смеси грецких орехов и миндаля составляет 58 крон. Сколько процентов миндаля в смеси?

2. На координатной плоскости нарисован план участка земли, который образует замкнутую ломаную $ABCDEFGHA$ с координатами вершин $A(-6;-4)$, $B(-4;0)$, $C(-1;0)$, $D(-1;2)$, $E(2;2)$, $F(0;-2)$, $G(-3;-2)$ и $H(-3;-4)$. Владельцу сделали предложение заменить содержащую вершину A часть участка, которая попадает под предполагаемое строительство дороги и отделяется прямой от остального участка, другим точно таким же по размерам и форме куском земли, граничащим с участком. При этом новый участок оказался бы квадратной формы.

а) Нарисовать план первоначального участка и вычислить его площадь.

б) Провести прямую, разделяющую участок, и нарисовать на том же чертеже план нового участка.

3. Пароль, выбранный Любой, состоит из четырёх различных цифр, сумма любых трёх из которых является простым числом. Из каких цифр состоит пароль Любы?

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **9 класс**

II часть. *Время, отводимое для решения: 4 часа.*
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Миша побывал в магазине, в котором среди прочих вещей купил и одно мороженое. Количество денег, уплаченных за мороженое, составило 4% от суммы денег, уплаченной за все покупки. Во сколько раз это мороженое должно было быть дороже, чтобы количество денег, уплаченных за него, составило 5% от суммы денег, уплаченной за все покупки?

2. Найти все трёхзначные числа, последняя цифра которых 1 и которые делятся на каждую свою цифру.

3. Диагонали выпуклого четырёхугольника делят четырёхугольник на четыре треугольника, три из которых имеют равную площадь S. Доказать, что площадь четвёртого треугольника также равна S.

4. Каждый житель Страны Чудес всегда говорит правду или всегда лжёт. Однажды всех жителей Страны Чудес разделили на пары и каждый житель сказал про своего соседа по паре, лжец он или говорит правду. Могло ли случиться, что оба утверждения прозвучали одинаковое количество раз, если жителей в Стране Чудес

а) 2004;

б) 2006?

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **10 класс**

Время, отводимое для решения: 5 часов.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все действительные решения уравнения

$$\frac{1-(x^2+3x+1)^2}{1-(x+2)^2}=0.$$

2. В Стране Чудес ставка подоходного налога равна 10%, а необлагаемый налогом минимум 1000 денаров (это значит, что подоходный налог составляет 10% части месячного дохода, которая превышает 1000 денаров). Партия Светлого Будущего обещает установить ставку подоходного налога 20% и необлагаемый налогом минимум 2000 денаров. При каком месячном доходе пришлось бы по новому порядку платить ровно столько же подоходного налога, сколько и сейчас?

3. Из цифр $1, 2, \ldots, 9$ составляют числа так, что каждая цифра входит в состав ровно одного числа. Может ли сумма получившихся чисел быть

а) 999;

б) 1000?

4. Фирма получила в своё пользование большое помещение, у которого прямоугольный пол площадью 160 м^2. Одной прямой перегородкой отделили от помещения кабинет с квадратным полом. Второй прямой перегородкой, перпендиклярной первой, отделили от оставшейся части прямоугольник с отношением длин сторон $2:1$, причём меньшая сторона упирается в кабинет. Третьей перегородкой разделили этот прямоугольник на две приёмные комнаты с квадратным полом. Чему равен периметр ковра, полностью покрывающего пол кабинета, если он на 8 м больше периметра ковра, полностью покрывающего пол приёмной комнаты? (Толщину перегородок принять равной нулю.)

5. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC берут точки D и E так, что $|AB|=|BE|$ и $|AC|=|CD|$. Найти величину угла DAE.

6. Дано клетчатое поле размерами $n\times n$. В каждую клетку записывают одно целое число так, что сумма чисел в каждом блоке 2×2 и в каждом блоке 3×3 является чётным числом. Может ли сумма всех чисел клетчатого поля быть нечётным числом, если

а) $n=2005$;

б) $n=2006$?

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. Региональный тур **11 класс**

Время, отводимое для решения: 5 часов.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{y}{x} \\ x^2 y = y^2 x + 2. \end{cases}$$

2. В командной игре на местности команде надо со старта прежде всего передвинуться на 100 метров на север, затем повернуть на 60 градусов от прежнего направления направо и продвинуться прямо на 200 метров, после этого повернуть ещё на 60 градусов направо и продвинуться прямо на 400 метров. В конце команде надо повернуть направо ровно на столько, чтобы быть лицом в направлении старта, и двигаться прямо обратно к старту. На какой угол команда должна повернуть последний раз, и какое расстояние ей придётся после этого преодолеть, чтобы вернуться назад к старту?

3. Сколькими разными способами можно на клетчатом поле размерами 10×10 закрасить одновременно чёрными два единичных квадрата, у которых по крайней мере одна общая вершина?

4. Торговые боксы на рынке расположены прямоугольником в виде таблицы, причём количество боксов вдоль одной стороны и количество боксов вдоль перпендикулярной стороны различаются больше, чем на 100. Первый полицейский патруль проверил все боксы в одном ряду, расположенном вдоль длинной стороны прямоугольника, а второй патруль проверил все боксы в семи рядах, параллельных короткой стороне. При подведении итогов выяснилось, что второй патруль проверил больше боксов, чем первый. Найти наименьшее возможное количество торговых боксов на рынке.

5. Длинные диагонали выпуклого шестиугольника пересекаются в одной точке и делят шестиугольник на шесть треугольников, пять из которых имеют равную площадь S. Доказать, что площадь шестого треугольника также равна S.

6. Пусть $s(x)$ для каждого неотрицательного целого числа x обозначает сумму цифр числа x, а $k(x)$ — произведение цифр числа x. Пусть

$$a = 888888887777777666666555554444555556666667777777888888888\,.$$

а) Найдётся ли число n, для которого $s(n) = k(n) = s(a)$?
б) Найдётся ли число n, для которого $s(n) = k(n) = k(a)$?

LIII Олимпиада по математике учащихся Эстонии

28 января 2006 г. | Региональный тур | **12 класс**

Время, отводимое для решения: 5 часов.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В Стране Чудес в начале года на работу принимаются новые госслужащие. Поступающему на работу предлагают выбрать между двумя различными схемами зарплаты. Зарплата, выплачиваемая в первый месяц, составляет в обоих вариантах 1000 денаров. Согласно первой схеме, каждый следующий месяц зарплата будет увеличиваться на 100 денаров, согласно же второй схеме, на протяжении года зарплата постоянна, но каждый следующий год она удваивается по сравнению с предыдущим. Сколько полных лет надо проработать служащему, чтобы он согласно второй схеме заработал в сумме больше денег, чем согласно первой?

2. Величины всех углов треугольника удовлетворяют уравнению

$$4\cos^2 2x = 1.$$

Найти все возможности, какими могут быть три угла треугольника.

3. Вова посчитал на калькуляторе значение выражения $5\log 2 + 7\log 3 - \log 7$. Из-за ограниченной точности калькулятора он получил ответ 4. Этот результат больше или меньше реального значения? (Логарифмы берутся по основанию 10).

4. На доске по одному записывают 2006 чисел согласно следующему правилу. Первое число 1, вторым числом выбирают произвольное целое число, а для нахождения каждого последующего числа складывают утроенное последнее записанное на доске число и удвоенное предпоследнее.

а) Доказать, что среди полученных 2006 чисел не может быть более 1003 чисел, делящихся на три.

б) Привести пример выбранного вторым числа, при котором среди 2006 чисел ровно 1003 делятся на 3.

5. На основании BC равнобедренного треугольника ABC берут точки E и F, причём E находится к вершине B ближе, чем F. На боковых сторонах треугольника AB и AC берут соответственно точки D и G так, что $|BD| = |CE|$ и $|CG| = |BF|$. Пусть O — точка пересечения прямых EG и FD. Найти величину угла DOG, если $\angle BAC = 70^\circ$.

6. Некоторые клетки клетчатого поля размерами $n \times n$ закрасили в синий цвет. Известно, что количество закрашенных клеток в каждой строке различно, а также и в каждом столбце различно. Найти все возможности, чему может равняться общее количество закрашенных клеток.

7. klass, I osa

1. 4

2. $0{,}02 > -0{,}2 > -\frac{1}{4}$

3. 819

4. $\frac{3}{5}$

5. 86

6. 7

7. 4 cm

8. 21°

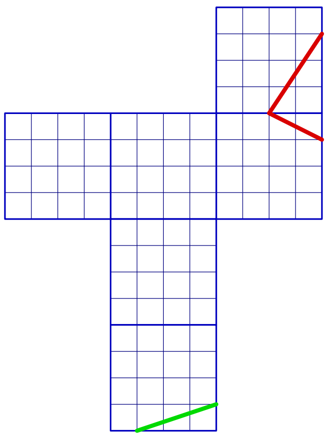
9. $2{,}4\pi$ cm

10. Vt joonist 1.

Lahendused

1. $$\frac{2006 \cdot 2007 - 2005 \cdot 2006}{1003} = \frac{2006 \cdot (2007 - 2005)}{1003} = 2 \cdot 2 = 4.$$

2. Nende arvude vastandarvud on $-0{,}2$; $0{,}02$ ja $-\frac{1}{4} = -0{,}25$ ehk kahanevas järjekorras $0{,}02$; $-0{,}2$; $-0{,}25$.



Joonis 1

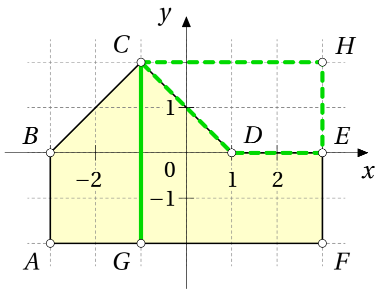
3. Kui sajaliste number on 9, siis on üheliste number samuti 9, sest ta ei saa olla 9-st suurem. Sel juhul sisaldaks arv võrdseid numbreid. Kui sajaliste number on 8, siis saab kümneliste number olla maksimaalselt 1. Üheliste number on sel juhul 9, see ei ühti eelnevate numbritega. Arv on 819.
4. Algarvud esimese kümne positiivse arvu seas on 2, 3, 5 ja 7. Arve, mis pole algarvud, on seega $10 - 4 = 6$, nende osakaal on $\frac{6}{10}$ ehk $\frac{3}{5}$.
5. 7 kolmekordset külastajat annavad kokku $7 \cdot 3 = 21$ vaatamist ning 10 kahekordset külastajat $10 \cdot 2 = 20$ vaatamist. Järele jääb $110 - 21 - 20 = 69$ ühekordset külastajat. Erinevate külastajate koguarv on $7 + 10 + 69 = 86$.
6. Lõikude pikkused on täisarvud, vähim on 1 (lõik $[5;6]$), suurim 8 (lõik $[-2;6]$). Esindatud on kõik pikkused, välja arvatud 4. Joonisel leidub järelikult 7 erineva pikkusega lõike.
7. Külgpindala võrdub põhja ümbermõõdu ja kõrguse korrutisega. Järelikult põhja ümbermõõt on $72 : 6 = 12$ cm. Kolmanda põhiserva pikkuseks saame $12 - 3 - 5 = 4$ cm.
8. Kolmnurk ADB on täisnurkne ja võrdhaarne, seetõttu $\angle ABC = 45^\circ$. Seega $\angle ACB = 180^\circ - 114^\circ - 45^\circ = 21^\circ$.
9. Ruudu küljepikkus on 1 cm ning ringi raadius 1,2 cm. Ringi ümbermõõt on $2\pi \cdot 1{,}2 = 2{,}4\pi$ cm.
10. Leida tuleb tahk, mis pärast kuubi kokkuvoltimist satub kahe parempoolse tahu naabriks. Nende kolme tahu ühine tipp on parajasti alumise ruudu alumine parempoolne tipp. Lõikejoone üks otspunkt asub sellest ühe ja teine otspunkt kolme ühiku kaugusel (vastavalt üleval ja vasakul).

7. klass, II osa

1. *Vastus:* 5.

   Ahvenaid oli kalade seas $20 \cdot 0{,}7 = 14$ ja hauge $20 - 14 = 6$. Viimastest pooled ehk 3 vastasid normidele, ülejäänud 3 haugi olid seega alamõõdulised. Alamõõdulisi kalu oli üldse $20 \cdot 0{,}4 = 8$. Järelikult alamõõdulisi ahvenaid oli $8 - 3 = 5$.
2. a) Krundi plaan on kujutatud joonisel 2. Pindala saame leida kolmnurga BCD pindala ja ristküliku $ABEF$ pindala summana. Kolmnurga BCD pindala on $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$, ristküliku $ABEF$ pindala aga $2 \cdot 6 = 12$. Krundi pindala on seega $4 + 12 = 16$.

   b) Nõutav lõige on punkti C läbiv y-teljega paralleelne sirge. Uue krundi tipud on C, $G(-1;-2)$, F ja $H(3;2)$. Uus krunt on ruudukujuline, sest tema vastasküljed on paralleelsed, kõik küljed on ühepikkused ja diagonaalid samuti ühepikkused.



Joonis 2

3. *Vastus:* 3. aprill 1992, 1. juuni 1992 või 8. august 1992.
Olgu x Keiti sünnikuupäeva päeva number ja y tema sünnikuu number. Vaadeldav neljakohaline arv on siis $x92y$. See arv peab jaguma 2-ga, järelikult peab y olema kas 0, 2, 4, 6 või 8. Et y tähistab kuu numbrit, siis y-i väärtuseks ei saa olla 0. Edasi, arv jagub 9-ga parajasti siis, kui tema ristsumma jagub 9-ga.
   - Kui $y = 2$, siis peab arv $x922$ jaguma 9-ga, siit $x = 5$.
   - Kui $y = 4$, siis peab arv $x924$ jaguma 9-ga, siit $x = 3$.
   - Kui $y = 6$, siis peab arv $x926$ jaguma 9-ga, siit $x = 1$.
   - Kui $y = 8$, siis peab arv $x928$ jaguma 9-ga, siit $x = 8$.

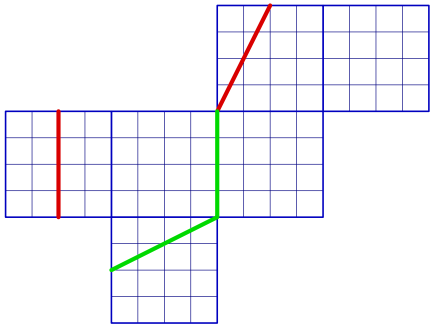
   Saadud arvudest 5922, 3924, 1926 ja 8928 jagub esimene arv 7-ga; ülejäänud kolm ei jagu 7-ga ja vastavad seega ülesande tingimustele. Otsitavaks sünnikuupäevaks võib olla 3. aprill 1992, 1. juuni 1992 või 8. august 1992.

8. klass, I osa

1. 26
2. $\frac{3}{5}$
3. 3
4. 116
5. 15%
6. 5
7. 0,36π
8. L
9. 16 cm^2
10. Vt joonist 3.

Lahendused

1. Antud avaldise väärtus on $(2-4)+(6-8)+\ldots+(46-48)+50 = (-2)\cdot 12+50 = 50 - 24 = 26$.



Joonis 3

2. Algarvud esimese kahekümne positiivse arvu seas on 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ja 19. Arve, mis pole algarvud, on seega $20-8=12$, nende osakaal on $\frac{12}{20}$ ehk $\frac{3}{5}$.

3. Et arv on nagunii paarisarv, siis on ainuke tingimus, et ta jaguks 3-ga. Arvu ristsumma on $13+x$, see jagub 3-ga, kui $x=2, 5, 8$. See tähendab, võimalikke numbreid on 3.

4. 3 neljakordset külastajat annavad kokku $3\cdot4=12$ vaatamist, 7 kolmekordset külastajat $7\cdot3=21$ vaatamist ning 10 kahekordset külastajat $10\cdot2=20$ vaatamist. Järele jääb $149-12-21-20=96$ ühekordset külastajat. Erinevate külastajate koguarv on $3+7+10+96=116$.

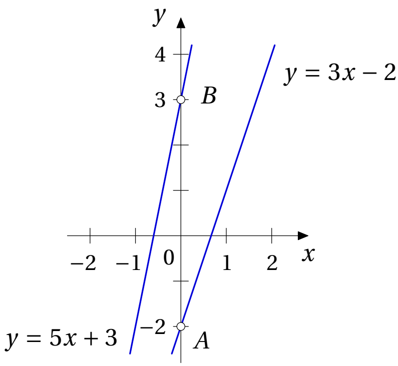
5. Hinna langus esialgsega võrreldes on $\frac{3}{20}$ ehk 15%.

6. Võttes võrrandites $x=0$, saame punkti A jaoks $y=-2$, punkti B jaoks aga $y=3$ (joonis 4). Lõigu AB pikkus on $2+3=5$.

7. Kui ruudu küljepikkus on 1, siis tema pindala on samuti 1, ringi diameeter on 1,2 ning ringi pindala on $\pi\cdot\frac{1{,}2^2}{4}=\frac{1{,}44}{4}\pi=0{,}36\pi$. Ringi ja ruudu pindalate suhe on $0{,}36\pi:1=0{,}36\pi$.

8. Liites võrdused kokku, saame $2|KL|+2|LM|+2|MK|=40$ cm. Siit leiame $|KL|+|LM|+|MK|=20$ cm. Lahutades viimasest võrdusest järgemööda ülesande võrdusi, saame $|MK|=8$ cm, $|KL|=5$ cm ja $|LM|=7$ cm. Suurim nurk asub pikima külje MK vastas, seega tipu L juures.

9. Kolmnurgal ADC on kolmnurgaga ADE ühine tipust D tõmmatud kõrgus, aga alus on 4 korda pikem. Järelikult on kolmnurga ADC pindala kolmnurga ADE pindalast 4 korda suurem ehk 12 cm^2. Kolmnurgal ABC on kolmnurgaga ADC ühine tipust C tõmmatud kõrgus, aga alus on $\frac{4}{3}$ korda pikem, järelikult on kolmnurga ABC pindala $12\cdot\frac{4}{3}=16\ \text{cm}^2$.



Joonis 4

10. Pinnalaotuse vasakpoolne tahk on kuubi esitahk. Seal olevat joont paralleelselt paremale nihutades märgime selle lõikejoone, mis asub kuubi serval. Sellega on paigas ka alumise tahu joone üks otspunkt, teine otspunkt asub tahu serva keskpunktis.

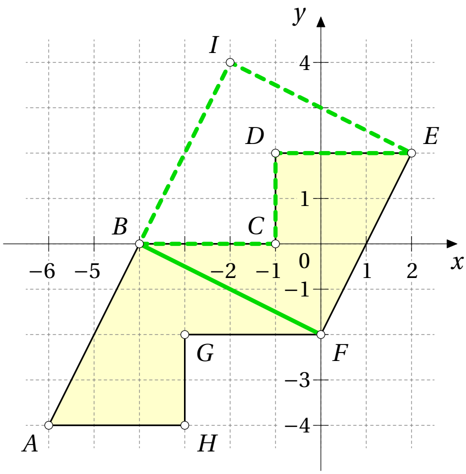
8. klass, II osa

1. *Vastus:* 40%.

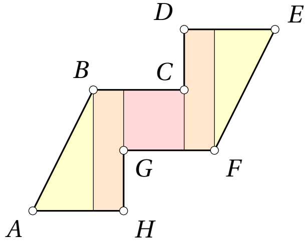
Lahendus 1. Olgu ühes kilos segus x kilo mandleid, kreeka pähkleid on siis $1 - x$ kilo. Segus olevad mandlid maksavad $25x$ krooni ning kreeka pähklid $80(1 - x)$ krooni. Seega kehtib võrdus $25x + 80(1 - x) = 58$, millest $55x = 22$ ja $x = \frac{2}{5}$. Mandleid on segus järelikult 40%.

Lahendus 2. Kui segus oleks mandleid ja kreeka pähkleid võrdses kaalus, siis oleks segu hind $0{,}5 \cdot 80 + 0{,}5 \cdot 25 = 52{,}5$ krooni, mis on 5,5 krooni odavam segu tegelikust hinnast. Üks kilo pähkleid maksab $80 - 25 = 55$ krooni rohkem kui üks kilo mandleid. Selleks, et kompenseerida hinnaerinevust 5,5 krooni, tuleks segus, kus on kumbagi komponenti võrdselt, asendada 0,1 kilo mandleid kreeka pähklitega. Seega tegelikult sisaldab segu 0,4 kilo mandleid ja 0,6 kilo kreeka pähkleid, st mandlite osakaal on 40%.

2. a) Krundi plaan on kujutatud joonisel 5. Pindala arvutamiseks jaotame krundi joonisel 6 näidatud viisil nelja vertikaalse sirgega osadeks, sirged läbivad punkte B, G, C ja F. Vasakpoolse kolmnurkse osa ja parempoolse kolmnurkse osa pindala on kummalgi $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$, nendega külgnevate ristkülikute pindalad kummalgi $1 \cdot 4 = 4$ ning keskmise ruudu pindala $2 \cdot 2 = 4$. Kujundi pindala on seega $5 \cdot 4 = 20$.



Joonis 5



Joonis 6

b) Nõutav lõige on sirge BF. Uue krundi tipud on B, F, E ja $I(-2;4)$. Ruudu saamiseks tuleb kujundit $ABFGHA$ nihutada paralleellükkega nii, et punkt A teiseneb punktiks B. Uus krunt on tõepoolest ruudukujuline, sest tema vastasküljed on paralleelsed, kõik küljed on ühepikkused ja diagonaalid samuti ühepikkused.

3. *Vastus:* 1, 3, 7 ja 9.

Et kolme erineva numbri summa on vähemalt 3, siis on kõik kolme numbri summadena saadud algarvud paaritud arvud. Näitame, et nelja numbri seas ei saa olla ühtegi paarisarvu. Kui numbrite hulgas oleks paarisarve üks või kaks, siis oleksid vähemalt kaks numbrit paaritud. Liites kahele paaritule numbrile juurde ühe paarisnumbri, saame summaks paarisarvu. Kui numbrite hulgas oleks paarisarve kolm või neli, siis liites kolm paarisnumbrit, saame jälle summaks paarisarvu. Seega tuleb neli numbrit valida paaritute numbrite 1, 3, 5, 7 ja 9 seast.

Valikusse ei saa korraga kuuluda 1, 3 ja 5, sest nende summa 9 ei ole algarv. Samuti ei saa valikusse korraga kuuluda 5, 7 ja 9, sest nende summa 21 ei ole algarv. Järelikult ei tohi valik üldse sisaldada numbrit 5, st sinna kuuluvad 1, 3, 7 ja 9. Need neli numbrit rahuldavad ülesande tingimusi, sest kõigi kolmikute summad $1+3+7=11$, $1+3+9=13$, $1+7+9=17$ ja $3+7+9=19$ on algarvud.

9. klass, I osa

1. 2
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{5}{16}$
4. $\frac{49}{50}$
5. 5,5
6. 35°
7. 45°
8. $6\ \mathrm{cm}^2$
9. $\frac{\pi}{6}\ \mathrm{cm}^2$
10. Vt joonist 7.

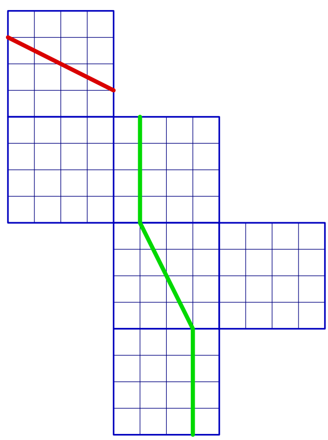
Lahendused

1. Antud võrratus on samaväärne võrratusega $(a-2)^2 < 1$ ehk $|a-2| < 1$. Et tegemist on täisarvudega, siis ainukese võimalusena $|a-2| = 0$ ehk $a = 2$.

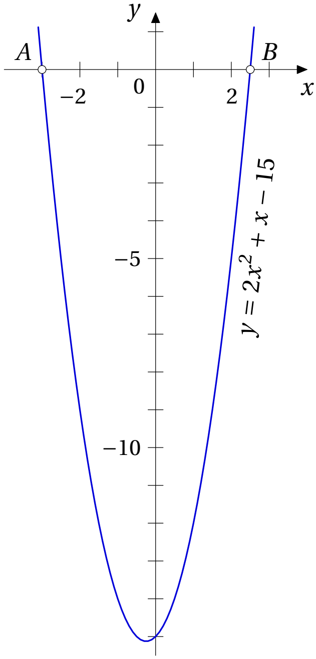
2. Avaldise väärtus on

$$1 + \left(\frac{100}{2006} - \frac{101}{2006}\right) + \left(\frac{102}{2006} - \frac{103}{2006}\right) + \ldots = 1 + \left(-\frac{1}{2006}\right) \cdot 1003 = \frac{1}{2}.$$

3. Et $1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$, siis otsitav arv on $\frac{7}{16} - \frac{1}{8} = \frac{7-2}{16} = \frac{5}{16}$.



Joonis 7



Joonis 8

4. Murd $\frac{49}{50}$ rahuldab ülesande tingimusi; kõigil teistel arvust 1 väiksematel murdudel, mille lugeja ja nimetaja summa on 99, on lugeja väiksem ja nimetaja suurem, st kõik need murrud on sellest murrust väiksemad.

5. *Lahendus 1.* Võrrandi $2x^2 + x - 15 = 0$ lahendid on

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{-1 \pm 11}{4}$$

ehk $x_1 = -\frac{12}{4} = -3$ ja $x_2 = \frac{10}{4} = 2{,}5$. Lõigu AB pikkus on $3 + 2{,}5 = 5{,}5$ (joonis 8).

Lahendus 2. Ruutparabooli $y = ax^2 + bx + c$ nullkohtade vahelise kauguse l saab arvutada valemist $l = |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$. Seega antud juhul

$$l = \frac{\sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2} = \frac{\sqrt{121}}{2} = \frac{11}{2}.$$

6. Sirge OC on nurga AOB poolitaja. Nurga AOC suurus on järelikult 70°. Sirge OD on nurga AOC poolitaja. Nurga COD suurus on 35°.

7. Võrdhaarsete kolmnurkade BAK ja CAL alusnurgad on omavahel võrdsed, sest kolmnurk LAK on samuti võrdhaarne. Seega on ka kolmnurkade BAK ja CAL tipunurgad võrdsed. Järelikult on kolmnurk BAC võrdhaarne täisnurkne kolmnurk ja $\angle CBA = \angle BCA = 45°$.

8. *Lahendus 1.* Kolmnurga ABM alus ja kõrgus on mõlemad 4 cm, seega selle kolmnurga pindala on $\frac{1}{2} \cdot 4^2 = 8\ \mathrm{cm}^2$. Olgu X lõikude AL ja BK lõikepunkt. Kolmnurga ABX alus on 4 cm ja kõrgus pool lõigu AK pikkusest ehk 1 cm, järelikult selle kolmnurga pindala on $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2\ \mathrm{cm}^2$. Värvitud kujundi pindala on $8 - 2 = 6\ \mathrm{cm}^2$.

   Lahendus 2. Olgu X lõikude AL ja BK lõikepunkt ning Y tipust M küljele AB tõmmatud kõrgus. Kolmnurga AYM pindala on pool ristküliku $AYMD$ pindalast, mis omakorda on pool ruudu $ABCD$ pindalast. Kolmnurga BYM pindala on niisama suur. Seega kolmnurga AMB pindalaks saame $2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 16 = 8\ \mathrm{cm}^2$. Edasi, nelinurk $KLBA$ on ristkülik. Seega kolmnurga ABX pindala on pool kolmnurga ABL pindalast, mis aga moodustab poole ristküliku $KLBA$ pindalast, mis omakorda on pool ruudu $ABCD$ pindalast. Kolmnurga ABX pindala on $\frac{1}{8} \cdot 16 = 2\ \mathrm{cm}^2$. värvitud kujundi pindala on $8 - 2 = 6\ \mathrm{cm}^2$.

9. Nurk ACB on täisnurk, nurga BAC suurus on $\frac{1}{3} \cdot 90° = 30°$ ja samale kaarele toetuva kesknurga BOC suurus $60°$. Et leitud kesknurk on $\frac{1}{6}$ täispöördest, siis on ringi vastava osa pindala samuti $\frac{1}{6}$ kogu ringi pindalast ehk $\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{6}\ \mathrm{cm}^2$.

10. Üldisust kitsendamata võime lugeda, et pinnalaotusel märgitud joonega tahk on kuubi ülemine tahk. Järgmine vertikaalne joonelõik asub keskmise veeru ülemisel tahul. Keskmise veeru keskmisel tahul joon jätkub ja lõpeb ühe ühiku kaugusel kuubi tipust. Pinnalaotusel esialgselt märgitud joone teine ots jätkub pinnalaotuse alumisel tahul, seal asuv joonelõik on paralleelne tahu servaga.

9. klass, II osa

1. *Vastus:* $\frac{24}{19}$.

   Lahendus 1. Olgu a kaupade koguhind, jäätise hind on siis 4% sellest ehk $0{,}04a$ ning ülejäänud kaupade hind $0{,}96a$. Kui jäätis oleks olnud x korda kallim, siis oleks jäätise hind olnud $0{,}04ax$ ja kaupade koguhind

$0{,}04ax + 0{,}96a$. Et jäätise hind moodustaks kaupade koguhinnast 5%, peab kehtima võrdus

$$\frac{0{,}04ax}{0{,}04ax + 0{,}96a} = 0{,}05$$

ehk

$$\frac{4x}{4x + 96} = 0{,}05.$$

Siit saame $4x = 0{,}05 \cdot 4x + 0{,}05 \cdot 96$ ehk $3{,}8x = 4{,}8$, millest $x = \frac{4{,}8}{3{,}8} = \frac{24}{19}$.

Lahendus 2. Olgu a kaupade koguhind, sellest moodustab jäätis $0{,}04a$ ja ülejäänud kaubad $0{,}96a$. Selleks, et ülejäänud kaupade hind moodustaks 0,95 kaupade koguhinnast, peab koguhind olema $\frac{0{,}96a}{0{,}95}$. Kaupade koguhind peab kasvama $\frac{0{,}96a}{0{,}95} - a = \frac{1}{95} \cdot a$ võrra. Jäätise uus hind on seega $0{,}04a + \frac{1}{95} \cdot a$, mis on senisest hinnast suurem

$$\frac{0{,}04a + \frac{1}{95} \cdot a}{0{,}04a} = \frac{0{,}04 \cdot 95 + 1}{0{,}04 \cdot 95} = \frac{4{,}8}{3{,}8} = \frac{24}{19}$$

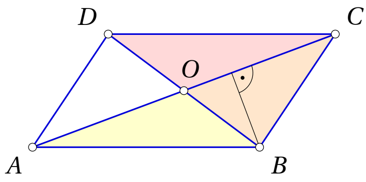
korda.

2. *Vastus:* ainuke selline arv on 111.

Olgu $\overline{ab1}$ nõutavate omadustega arv. Et arv on paaritu, siis ta saab jaguda vaid paaritute arvudega, st a ja b ei saa olla paarisarvud. Samuti ei jagu vaadeldav arv 5-ga, seega ei saa a ega b olla 5. Järelikult võivad arvu numbritena kõne alla tulla ainult 1, 3, 7 ja 9.

- Kui $a = b = 1$, siis saame arvu 111, mis rahuldab tingimusi.
- Kui mõni numbritest on 3, siis selleks, et arvu ristsumma $a + b + 1$ jaguks 3-ga, peab teine puuduv number olema 2, 5 või 8. Nendest aga ükski ei sobi.
- Kui mõni numbritest on 9, siis selleks, et arvu ristsumma $a + b + 1$ jaguks 9-ga, peab teine puuduv number olema 8, mis on samuti võimatu.
- Jääb vaadelda juhte, kus arv sisaldab ainult numbreid 1 ja 7. Et ükski arvudest 171, 711, 771 ei jagu 7-ga, siis rohkem sobivaid variante ei ole.

Märkus. Numbrite 3 ja 9 vaatlemise saab ka kokku võtta. Kui mõni numbritest jagub 3-ga, siis selleks, et arv jaguks selle numbriga, peab arv jaguma 3-ga, st tema ristsumma peab jaguma 3-ga. Selleks peab teine puuduv olema 2, 5 või 8, millest ükski ei sobi.



Joonis 9

3. *Lahendus 1.* Olgu $ABCD$ vaadeldav nelinurk ning O tema diagonaalide lõikepunkt (joonis 9). Eeldame, et kolmnurkadel AOB, BOC ja COD on võrdne pindala S. Kolmnurkade AOB ja BOC tipust B tõmmatud kõrgus on ühine, järelikult selleks, et neil kolmnurkadel oleks sama pindala, peavad nende alused AO ja CO olema võrdse pikkusega. Ülejäänud kahel kolmnurgal COD ja DOA on samuti ühine kõrgus, millele vastavad võrdse pikkusega alused CO ja AO. Järelikult on nende kolmnurkade pindalad võrdsed ehk kolmnurga DOA pindala võrdub kolmnurga COD pindalaga S.

Lahendus 2. Selleks, et kolmnurkadel AOB ja BOC oleks võrdne pindala, peab olema $|AO| = |CO|$. Seega punkt O poolitab diagonaali AC. Analoogiliselt saame kolmnurkade BOC ja COD abil, et punkt O poolitab diagonaali BD. Nelinurk $ABCD$ on niisiis rööpkülik, seetõttu on kolmnurk DOA kongruentne kolmnurgaga BOC ning tema pindala on samuti S.

4. *Vastus:* a) jah; b) ei.

Lahendus 1. a) Kui neli elanikku, kellest kolm on tõerääkijad ja üks valetaja, jaotada kaheks paariks, siis kahe tõerääkija paaris väidavad mõlemad, et kaaslane on tõerääkija, seevastu tõerääkija ja valetaja paaris väidavad mõlemad, et kaaslane on valetaja. Kumbagi liiki vastuseid on seega võrdne arv 2. Kõik 2004 elanikku võivad moodustada 501 sellist neljaliikmelist rühma.

b) Oletame, et 2006 elanikku andsid kumbagi liiki vastuseid võrdselt. Kahe tõerääkija paaris väidavad mõlemad, et kaaslane räägib tõtt. Kahe valetaja paaris väidavad samuti mõlemad, et kaaslane räägib tõtt. Tõerääkija ja valetaja paaris väidavad mõlemad, et kaaslane valetab. Seega annavad paari liikmed alati sama vastuse. Seega nii väiteid „kaaslane räägib tõtt“ kui ka väiteid „kaaslane valetab“ on paarisarv. Ent 2006 elaniku puhul peaks mõlemat liiki väiteid olema 1003, vastuolu.

Lahendus 2. a) Kui 2004 inimest moodustaksid 501 paari, kus kumbki paariline väidab, et kaaslane räägib tõtt, ja 501 paari, kus kumbki paariline väidab, et kaaslane valetab, siis oleks ülesande tingimus täidetud. Mõlemad olukorrad on tõepoolest saavutatavad: esimene siis, kui kõikides paarides on mõlemad liikmed tõerääkijad, teine siis, kui kõikides paarides on üks liige tõerääkija ja teine valetaja.

b) Uurime, kas on võimalik olukord, et paari liikmed annavad erineva vastuse. Kui see, kes väidab, et kaaslane räägib tõtt, on ise tõerääkija, siis peab tõele vastama teise liikme väide, et esimene on valetaja, vastuolu. Kui see, kes väidab, et kaaslane räägib tõtt, on ise valetaja, siis peab teine liige valetama, öeldes, et esimene on valetaja; järelikult on esimene tõerääkija, vastuolu. Seega pole vaadeldav olukord võimalik, vaid igas paaris antakse alati kaks ühesugust vastust. Et kumbagi liiki väiteid oleks võrdne arv, peab järelikult ka kumbagi liiki paare olema võrdne arv. Kui Imedemaal on 2006 elanikku, siis paare on üldse 1003 ja neid ei saa jaotada kaheks võrdseks osaks.

10. klass

1. *Vastus:* $x = 0$ ja $x = -2$.
Lahendus 1. Ülesande murd võrdub nulliga parajasti siis, kui lugeja võrdub nulliga ja nimetaja on nullist erinev. Tingimus, et lugeja võrdub nulliga, annab $(x^2+3x+1)^2 = 1$, millest $x^2+3x+1 = 1$ või $x^2+3x+1 = -1$. Viimasest kahest võrrandist esimene on samaväärne ruutvõrrandiga $x^2+3x = 0$, mille lahendid on $x_1 = 0$ ja $x_2 = -3$, teine aga on samaväärne ruutvõrrandiga $x^2+3x+2 = 0$, mille lahendid on $x_3 = -1$ ja $x_4 = -2$. Tingimus, et nimetaja on nullist erinev, välistab lahendid $x_2 = -3$ ja $x_3 = -1$, järele jäävad $x_1 = 0$ ja $x_4 = -2$.
Lahendus 2. Murru lugejat teisendades saame
$$1-(x^2+3x+1)^2 = \big(1-(x^2+3x+1)\big)\cdot\big(1+(x^2+3x+1)\big) = \\ = -(x^2+3x)\cdot(x^2+3x+2) = -x(x+3)(x+1)(x+2).$$
Nimetajat teisendades saame
$$1-(x+2)^2 = \big(1-(x+2)\big)\cdot\big(1+(x+2)\big) = -(x+1)(x+3).$$
Et murd on võrdne nulliga parajasti siis, kui lugeja on võrdne nulliga ja nimetaja on nullist erinev, saame $x = 0$ või $x+2 = 0$.
2. *Vastus:* mitte üle 1000 denaari või täpselt 3000 denaari.
Olgu x imedemaalase kuusissetulek. Kui $x \leqslant 1000$, siis on makstav tulumaks nii praeguse kui ka uue korra järgi 0, st kummalgi juhul sama suur. Kui $1000 < x \leqslant 2000$, siis tuleb praeguse korral järgi tulumaksu maksta, uue korra järgi aga mitte, st makstav tulumaks on erinev. Kui $x > 2000$, siis tuleb senise korra järgi maksta tulumaksu $(x-1000)\cdot\frac{10}{100}$ denaari, uue korra järgi aga $(x-2000)\cdot\frac{20}{100}$ denaari. Seega on meil vaja lahendada võrrand
$$(x-1000)\cdot\frac{10}{100} = (x-2000)\cdot\frac{20}{100}.$$

Pärast murdude taandamist ning seejärel tulemuses sulgude avamist saame $\frac{1}{10}x - 100 = \frac{1}{5}x - 400$ ehk $\frac{1}{10}x = 300$, kust $x = 3000$.

3. *Vastus:* a) jah; b) ei.

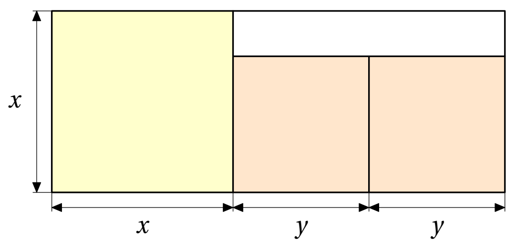
Lahendus 1. a) Kehtib võrdus $123 + 4 + 6 + 857 + 9 = 999$.

b) Oletame, et antud numbritest on moodustatud mingid arvud. Et iga arv annab 3-ga jagades sama jäägi nagu tema ristsumma, siis annab moodustatud arvude summa 3-ga jagades sama jäägi nagu nende arvude ristsummade summa $1 + 2 + \ldots + 9 = 45$ ehk jäägi 0. Järelikult jagub moodustatud arvude summa alati 3-ga ega saa võrduda arvuga 1000, mis 3-ga ei jagu.

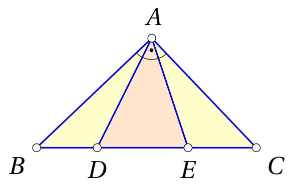
Lahendus 2. b) Oletame, et numbritest $1, 2, \ldots, 9$ on vastavalt ülesande tingimustele koostatud arvud, mille summa on 1000. Need arvud saavad olla ülimalt kolmekohalised; olgu s_1 nende üheliste numbrite summa, s_{10} kümneliste numbrite summa ja s_{100} sajaliste numbrite summa. Siis $s_1 + s_{10} + s_{100} = 1 + 2 + \ldots + 9 = 45$ ning s_1 saab olla ainult kas 10, 20, 30 või 40. Kui $s_1 = 40$, siis s_{10} üheliste number peab olema 6, mis ei ole võimalik $(40 + 6 > 45)$. Kui $s_1 = 30$, siis s_{10} üheliste number peab olema 7, st $s_{10} = 7$, kuid siis peab olema $s_{100} = 9$, mis ei ole võimalik $(30 + 7 + 9 \neq 45)$. Kui $s_1 = 20$, siis s_{10} üheliste number peab olema 8, st $s_{10} = 8$ ja $s_{100} = 9$ või $s_{10} = 18$ ja $s_{100} = 8$. Mõlemal juhul saame jällegi, et $s_1 + s_{10} + s_{100} \neq 45$. Lõpuks, kui $s_1 = 10$, siis s_{10} üheliste number peab olema 9, st $s_{10} = 9$ ja $s_{100} = 9$ või $s_{10} = 19$ ja $s_{100} = 8$ või $s_{10} = 29$ ja $s_{100} = 7$. Ka siin kõigil kolmel juhul $s_1 + s_{10} + s_{100} \neq 45$. Seega ei ole sobivate liidetavate koostamine numbritest $1, 2, \ldots, 9$ võimalik.

4. *Vastus:* 32 m.

Olgu kabineti põranda servapikkus x meetrit ja vastuvõturuumi põranda servapikkus y meetrit (joonis 10). Kogu ruumi põranda servapikkus on ühes suunas x ja teises suunas $x + 2y$ meetrit. Järelikult kehtib seos $x(x + 2y) = 160$. Teiselt poolt teame, et $x - y = 2$. Avaldades siit y ja asendades eelmisse võrrandisse, saame $x(x+2x-4) = 160$ ehk $3x^2-4x-160 = 0$.



Joonis 10



Joonis 11

Selle ruutvõrrandi lahendid on $x_1 = 8$ ja $x_2 = -\dfrac{20}{3}$, millest kõiki ülesande tingimusi rahuldab ainult esimene. Kabineti põrandat katva vaiba ümbermõõt on seega $4 \cdot 8 = 32$ meetrit.

5. *Vastus:* 45°.

Lahendus 1. Kolmnurgad ABE ja ACD on võrdhaarsed, tipunurkadega vastavalt B ja C (joonis 11). Nüüd

$$\begin{aligned}\angle DAE = \angle BAE + \angle CAD - \angle BAC =\\ = \frac{180^\circ - \angle ABE}{2} + \frac{180^\circ - \angle ACD}{2} - 90^\circ =\\ = 90^\circ - \frac{\angle ABE + \angle ACD}{2}.\end{aligned}$$

Et kolmnurk ABC on täisnurkne, siis $\angle ABE + \angle ACD = 90^\circ$, mille tõttu $\angle DAE = 90^\circ - \dfrac{90^\circ}{2} = 45^\circ$.

Lahendus 2. Tähistame $\angle BEA = \angle BAE = \alpha$, $\angle CDA = \angle CAD = \beta$ ning $\angle DAE = \xi$. Kolmnurgast DAE saame

$$180^\circ - \alpha - \beta = \xi,$$

kolmnurga ABC tipu A juurest aga

$$90^\circ - \alpha - \beta = -\xi.$$

Lahutades esimesest seosest teise, saame $90^\circ = 2\xi$, millest $\xi = 45^\circ$.

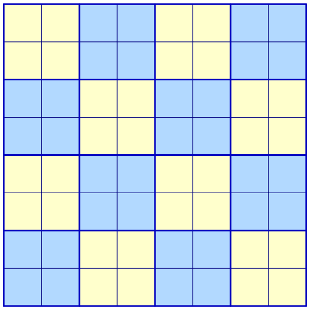
6. *Vastus:* a) jah; b) ei.

a) Täidame ruudustiku 3., 6., ..., 2004. rea ruudud arvudega 0 ning ülejäänud ridade ruudud arvudega 1 (joonis 12). Igas 2×2 plokis on siis arvude summa kas 2 või 4, igas 3×3 plokis on arvude summa 6. Tabelis üldse on arvudega 0 täidetud $\dfrac{2004}{3} = 668$ rida, arvudega 1 aga $2005 - 668 = 1337$ rida. Et igas reas asub 2005 arvu, siis on kõigi tabeli arvude summa paaritu.

b) Jaotame ruudustiku 2×2 plokkideks (joonis 13), üldse tekib meil seega 1003×1003 plokki. Et igas 2×2 plokis on arvude summa paarisarv, siis peab ka ruudustiku arvude kogusumma olema kindlasti paarisarv.

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Joonis 12



Joonis 13

11. klass

1. *Vastus:* $x = -1$, $y = 1$.

Korrutades võrrandi pooled läbi avaldisega xy, saame $x^2 = y^2$, kust $x = y$ või $x = -y$. Asendades teises võrrandis x^2 asemele y^2 ja y^2 asemele x^2, saame $y^3 = x^3 + 2$. See võrdus ilmselt ei kehti $x = y$ korral, järelikult $x = -y$ ning $x^3 = -y^3$. Nüüd aga saame $y^3 = -y^3 + 2$, kust $y^3 = 1$. Seega oleme leidnud ainsa lahendi $y = 1$, $x = -1$. Kontrollides selgub, et see tõesti rahuldab antud võrrandisüsteemi.

2. *Vastus:* 150°; $300\sqrt{3}$ m.

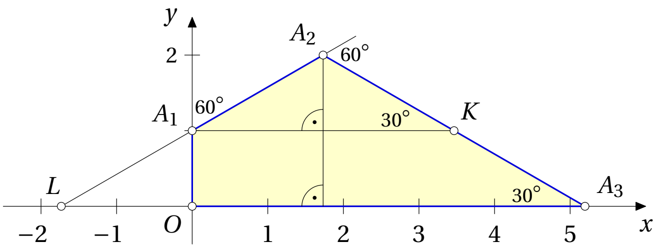
Lahendus 1. Olgu start koordinaatide alguspunktis O, põhjasuund y-telje positiivses suunas ning ühiklõigu pikkus 100 m. Tähistame pöördepunktid vastavalt A_1, A_2 ja A_3. Siis vastavalt ülesande tingimustele $|OA_1| = 1$, $|A_1A_2| = 2$ ja $|A_2A_3| = 4$ ning $\overrightarrow{OA_1} = (0; 1)$, $\overrightarrow{A_1A_2} = (2\sin 60^\circ; 2\cos 60^\circ) = (\sqrt{3}; 1)$ ja $\overrightarrow{A_2A_3} = (4\sin 120^\circ; 4\cos 120^\circ) = (2\sqrt{3}; -2)$ (joonis 14). Seega

$$\overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} = (3\sqrt{3}; 0).$$

Kaugus punktist A_3 starti O on niisiis $300\sqrt{3}$ m ning suund 270° põhjasuunast päripäeva arvates. Et esimeses kahes pöördepunktis pöörati kokku $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ võrra, siis on punktis A_3 vaja pöörata veel 150° võrra.

Lahendus 2. Kasutame samu tähiseid nagu esimeses lahenduses. Lisaks olgu K lõigu A_2A_3 keskpunkt. Et $|A_1A_2| = |A_2K| = 2$, siis on kolmnurk A_1A_2K võrdhaarne tipunurgaga $\angle A_1A_2K = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Järelikult $\angle A_2A_1K = \angle A_2KA_1 = 30^\circ$.

Edasi, $\angle OA_1K = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ ehk lõik A_1K on paralleelne x-teljega. Et $|A_2K| = |KA_3|$, siis on A_1K kesklõiguks kolmnurgale LA_2A_3, kus L on punkti A_3 läbiva x-teljega paralleelse sirge lõikepunkt sirgega A_1A_2.



Joonis 14

Seega ka $\angle A_2LA_3 = \angle A_2A_3L = 30^\circ$. Kolmnurga A_1A_2K tipust A_2 tõmmatud kõrgus on $2\sin 30^\circ = 1$, kolmnurga LA_2A_3 kõrgus aga $2 \cdot 1 = 2$. Et $|OA_1| = 1$, siis asub punkt O sirgel LA_3 ning viimane sirge ühtib tegelikult x-teljega.

Võrdhaarse kolmnurga LA_2A_3 haara A_2A_3 pikkus on 4, aluse LA_3 pikkus on seega $2 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}$. Täisnurksest kolmnurgast LOA_1, kus $|LA_1| = 2$, leiame lõigu LO pikkuseks $2\cos 30^\circ = \sqrt{3}$. Järelikult lõigu OA_3 pikkus on $4\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. Maastikumängu võistkond peab seega punktis A_3 pöörduma nurga $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ võrra ja pärast seda läbima starti tagasi jõudmiseks vahemaa $3\sqrt{3} \cdot 100 = 300\sqrt{3}$ meetrit.

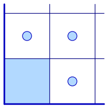
3. *Vastus:* 342.

Lahendus 1. Arvutame, mitmel viisil on võimalik ruudustikus valida värvimiseks kujundi esimene ruut ja seejärel teine ruut.

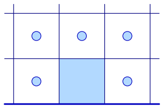
- Kui esimene ruut asub nurgas (joonis 15), siis saab teda valida 4 viisil ning pärast iga sellist valikut teist ruutu 3 viisil. Kokku on kahe ruudu valimiseks $4 \cdot 3 = 12$ võimalust.
- Kui esimene ruut asub küljel (joonis 16), aga mitte nurgas, siis saab teda valida $4 \cdot 8 = 32$ viisil ning seejärel teist ruutu 5 viisil. Kokku $32 \cdot 5 = 160$ võimalust.
- Kui esimene ruut ei asu küljel ega nurgas (joonis 17), siis saab teda valida $8 \cdot 8 = 64$ viisil ning teist ruutu 8 viisil. Kokku $64 \cdot 8 = 512$ võimalust.

Üldse saab kahte ruutu järjest värvida $12 + 160 + 512 = 684$ viisil. Siinjuures lugesime iga kujundit parajasti kaks korda, sest kumbki ruut võib olla esimene. Erinevaid kujundeid on järelikult $\dfrac{684}{2} = 342$.

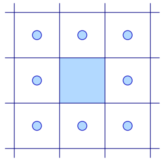
Lahendus 2. Kujundeid, mille üks ruut asub teise kõrval otse üleval, on $10 \cdot 9 = 90$, sest alumine ruut võib olla igal pool peale ülemise rea ja tema valikuga on määratud ka ülemise ruudu asukoht. Kujundeid, mille üks ruut asub teisest üleval paremal, on $9 \cdot 9 = 81$, sest alumine ruut võib asuda



Joonis 15



Joonis 16



Joonis 17

igal pool vasakus alumises 9×9 osas ning tema valikuga on samuti ülemise ruudu asukoht määratud. Neid kahte liiki kujundeid on $90 + 81 = 171$. Kõik ülejäänud kujundid on parajasti need, mis on saadavad vaadeldud kahte tüüpi kujunditest 90° pööramisega, ja neid on kokku samuti 171. Üldse on kujundeid seega $171 + 171 = 342$.

4. *Vastus:* 2006.

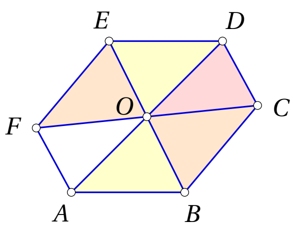
Olgu x müügibokside arv ristküliku pikema külje sihis ja y lühema külje sihis. Esimene politseipatrull kontrollis läbi x boksi, teine aga $7y$ boksi. Ülesande tingimuste põhjal kehtivad võrratused $x > y + 100$ ja $7y > x$. Järelikult $7y > y + 100$ ehk $6y > 100$. Et y peab olema täisarv, siis saame siit $y \geqslant 17$. Võrratus $x > y + 100$ annab nüüd $x > 117$ ehk $x \geqslant 118$. Müügibokside arv rahuldab seega võrratust $xy \geqslant 17 \cdot 118 = 2006$. Teiselt poolt, müügibokside arv 2006 on tõepoolest võimalik, sest $x = 17$ ja $y = 118$ puhul võrratused $x > y + 100$ ja $7y > x$ kehtivad.

5. Olgu $ABCDEF$ vaadeldav kuusnurk ning O tema diagonaalide lõikepunkt (joonis 18). Eeldame, et ühise tipuga O kolmnurkade $AOB, \ldots, EOF$ pindala on S, ning tõestame, et ka kolmnurga FOA pindala on S. Et kolmnurgad AOB ja DOE on võrdse pindalaga, siis

$$\frac{1}{2} \cdot |AO| \cdot |BO| \cdot \sin \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot |DO| \cdot |EO| \cdot \sin \angle DOE,$$

millest nurkade AOB ja DOE võrdsuse tõttu saame

$$|AO| \cdot |BO| = |DO| \cdot |EO|.$$



Joonis 18

Analoogiliselt saame kolmnurkadest BOC ja EOF pindalade võrdsusest

$$|BO| \cdot |CO| = |EO| \cdot |FO|.$$

Jagades pooliti viimased kaks võrdust ja vabanedes murdudest, jõuame võrduseni

$$|FO| \cdot |AO| = |CO| \cdot |DO|.$$

Kolmnurga FOA pindala on seega

$$\frac{1}{2} \cdot |FO| \cdot |AO| \cdot \sin \angle FOA = \frac{1}{2} \cdot |CO| \cdot |DO| \cdot \sin \angle COD = S.$$

6. *Vastus:* a) ei; b) jah.

a) Arvu a numbrite summa on $s(a) = 364 = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$. Kui mingi arvu n numbrite korrutis oleks 364, siis jaguks arvu numbrite korrutis 13-ga, st mingi number peaks jaguma 13-ga. Et numbrid on kõik väiksemad kui 13, siis peab see number olema 0. Kuid sel juhul on ka arvu n numbrite korrutis 0. Järelikult niisugust arvu n ei leidu.

b) Kirjutame arvule a juurde $k(a) - s(a)$ numbrit 1 ning võtame tulemuse arvuks n. Saadud arvu n numbrite korrutis $k(n)$ võrdub arvu a numbrite korrutisega $k(a)$, numbrite summa $s(n)$ on aga $s(a) + k(a) - s(a) = k(a)$.

12. klass

1. *Vastus:* 4 aastat.

Ametniku kogupalk n aasta järel on esimesel juhul sellise aritmeetilise jada (a_k) esimese $12n$ liikme summa, kus $a_1 = 1000$ ja $d = 100$, st

$$A(n) = \frac{2a_1 + (12n - 1)d}{2} \cdot 12n = 12000n + \frac{12n(12n - 1)}{2} \cdot 100.$$

Teisel juhul on ametniku kogupalk n aasta järel sellise geomeetrilise jada (b_k) esimese n liikme summa, kus $b_1 = 12000$ (esimese aasta palk) ja $q = 2$ (sest igal järgmisel aastal palk kahekordistub võrreldes eelmise aastaga), st

$$B(n) = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 12000 \cdot (2^n - 1).$$

Jääb üle kontrollida kummagi avaldise väärtusi, kui $n = 1, 2, \ldots$:

n	$A(n)$	$B(n)$
1	18600	12000
2	51600	36000
3	99000	84000
4	160800	180000

Seega $n = 4$ on vähim väärtus, mille puhul kehtib võrratus $B(n) > A(n)$.

2. *Vastus:* 60°, 60°, 60° ja 120°, 30°, 30°.

Võrrandit teisendades saame $\cos^2 2x = \frac{1}{4}$, st $\cos 2x = \frac{1}{2}$ või $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. Et meid huvitavad ainult nurgad 0° ja 180° vahel, st $0^\circ < 2x < 360^\circ$, siis esimesest võrrandist $2x = 60^\circ$ või $2x = 300^\circ$, teisest võrrandist aga $2x = 120^\circ$ või $2x = 240^\circ$. Sobivad x väärtused on niisiis 30°, 60°, 120° ja 150°. Ainsad võimalused, kuidas kolmnurga kõik kolm nurka saavad olla selliste suurustega, on 60°, 60°, 60° ning 120°, 30°, 30°.

3. *Vastus:* suurem.

Logaritmi omaduste põhjal

$$5\log 2 + 7\log 3 - \log 7 = \log \frac{2^5 3^7}{7} = \log \frac{69984}{7}.$$

Et $69984 < 70000$, siis on viimane avaldis väiksem kui

$$\log \frac{70000}{7} = \log 10^4 = 4.$$

Märkus. Avaldise $5\log 2 + 7\log 3 - \log 7$ täpne väärtus on 3,9999007...

4. *Vastus:* b) sobib iga 3-ga jaguv arv.

a) Ühendame tahvlile kirjutatud arvud järjestikusteks paarideks. Tõestame, et iga paari esimene arv ei jagu 3-ga. Ilmselt kehtib see omadus esimeses paaris. Kui mingi paari a, b esimene arv ei jagu 3-ga, siis ka järgmise paari esimene arv $2a + 3b$ ei jagu 3-ga, sest $2a$ ei jagu 3-ga.

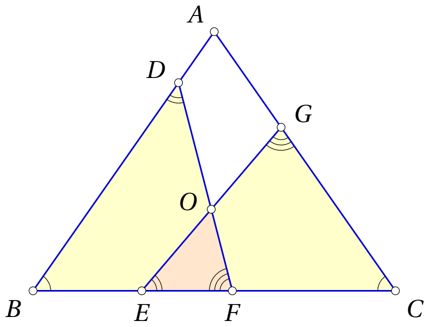
b) Eeldame, et esimese paari teine arv jagub 3-ga ning tõestame, et sama kehtib siis ka kõigi järgnevate paaride kohta. Kui mingi paari a, b teine arv jagub 3-ga, siis järgmise paari teine arv $2b + 3\cdot(2a + 3b)$ jagub samuti 3-ga, sest $2b$ jagub 3-ga.

Märkus. Lahendusest nähtub, et leidub ainult kaks võimalust: kas ükski arv ei jagu 3-ga või täpselt pooled arvud jaguvad 3-ga. Viimane võimalus realiseerub parajasti siis, kui teiseks arvuks valida mingi 3-ga jaguv arv.

5. *Vastus:* 55°.

Kolmnurgad BDF ja CEG (joonis 19) on sarnased (isegi kongruentsed), sest $\angle FBD = \angle GCE$ ja nurkade lähisküljed on vastavalt võrdsed. Siit tulenevalt on kolmnurk BDF sarnane kolmnurgaga OEF, sest $\angle BDF = \angle CEG$ ja $\angle BFD$ on ühine. Seega $\angle DOG = \angle EOF = \angle ABC$. Et aga $\angle BAC = 70^\circ$, siis $\angle ABC = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$.

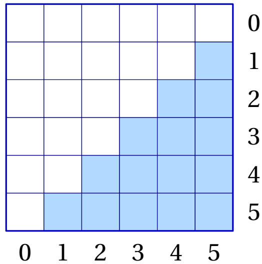
Märkus. Tingimus, et E asub tipule B lähemal kui F, ei ole tegelikult oluline, ülesande väide kehtib ka ilma selleta.



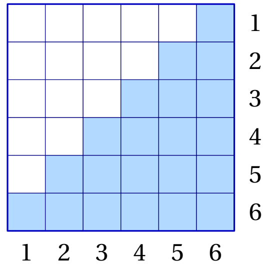
Joonis 19

6. *Vastus:* $\dfrac{n(n-1)}{2}$ ja $\dfrac{n(n+1)}{2}$.

Värvitud ruutude arv reas (veerus) on alati vähemalt 0 ja ülimalt n. Seega peavad värvitud ruutude arvud ruudustiku ridades (veergudes) olema n erinevat arvu nendes piirides. Kui leiduks kaks rida, millest ühes oleks värvitud 0 ruutu ja teises n ruutu, siis võiks ühes veerus värvitud ruutude arv muutuda ainult 1 ja $n-1$ vahel, seega ei saaks kõigis n veerus olla väritud ruute erineval arvul. Siit saame kaks võimalust: värvitud ruutude arvud ridades on kas $0, 1, \ldots, n-1$ või $1, 2, \ldots, n$. Esimesel juhul sisaldab tabel $0 + 1 + \ldots + (n-1) = \dfrac{(n-1)n}{2}$ värvitud ruutu, teisel juhul aga $1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ värvitud ruutu. Kumbki olukord on ka tegelikult võimalik, esimesel juhul piisab värvida ruudustikus kõik diagonaalist allpool asuvad ruudud (joonis 20), teisel juhul aga kõik diagonaalist allpool või diagonaalil asuvad ruudud (joonis 21).



Joonis 20



Joonis 21

Lp hindaja!

1. Juhime Teie tähelepanu sellele, et alljärgnevas on 7.–9. klasside olümpiaadi I osa (testi) ning kõikide ülejäänud ülesannete hindamisjuhised esitatud erinevalt. Testide iga küsimuse jaoks on eraldi loetletud või kirjeldatud vastused, mille eest tuleks anda vastavalt kaks punkti või üks punkt (st vastavaid punkte ühe küsimuse piires *ei tule* liita). Testiülesannete lahendusi õpilased ei pea esitama, vaid kirjutavad ülesannete lehel vastavale punktiirile ainult vastuse. Seevastu kõigi teiste ülesannete kohta tuleb esitada täielikud lahendused, ainult vastustest ei piisa. Nende ülesannete lahendused on hindamisjuhistes jaotatud võimalust mööda osadeks (etappideks) ning näidatud lahenduse iga osa eest antav punktide arv (st ühe ülesande eest antava punktisumma saamiseks *tuleb* lahenduse erinevate osade eest antud punktid liita).

2. Enamiku ülesannete korral (v.a testid ja tõestusülesanded) on hindamisjuhiste lõpus eraldi näidatud, mitu punkti anda ainult õige vastuse eest. See hinne on mõeldud juhuks, kui puhtandis on antud ainult ülesande vastus ning mustand (üldse või selle ülesande kohta) *puudub*. Mustandi olemasolul tuleks sel juhul hindamisel arvestada ka seal kirjapandut.

3. Žürii lahendustes ja käesolevates hindamisjuhistes on ülesannete arvulised vastused esitatud enamasti ainult ühel, lihtsaimal või kõige tõenäolisemalt esineval kujul. Hindamisel (sh testid!) tuleb võrdselt õigeks lugeda ka sama vastuse teised mõistlikud esitusviisid: taandatud või taandamata harilikku murruna, segaarvuna, kümnendmurruna, sõnadega välja kirjutatuna. Juhud, kus ülesande sisu tingib erandeid sellest üldreeglist, on eraldi mainitud vastava ülesande hindamisjuhises. Liigisõna vastuse järel ei ole nõutav: nt „3“ ja „3 karu“ on võrdväärselt õiged vastused, samuti „20“ ja „20%“, kui küsimus on „Mitu protsenti …?“. Ühik on nõutav juhtudel, kus sama vastuse arvväärtus erinevates ühikutes väljendatuna oleks erinev (cm, cm^2, ka kraadimärk nurkade korral): testide hindamisjuhistes on sellised juhud eraldi välja toodud.

4. Mõnede ülesannete kohta, mida saab lahendada mitmel oluliselt erineval viisil, anname eraldi hindamisskeemid erinevate lahendusviiside jaoks. Rõhutame, et iga konkreetset mittetäielikku lahendust tuleb hinnata ainult *ühe* sellise skeemi järgi (selle järgi, mille kohaselt ta saaks kõige rohkem punkte).

5. Kahtlemata esineb õpilaste töödes ka mõttekäike, mis ei mahu meie poolt pakutud skeemidesse. Selliste lahenduste hindamisel tuleb lähtuda sellest, *kui suur osa* antud ülesandest on õpilasel lahendatud, kasutades lahenduse üksikute osade kaalu määramisel võimaluse korral võrdluseks punktide jaotust meie pakutud hindamisskeemides.

6. *Mistahes* täieliku ja matemaatiliselt korrektse lahenduse eest tuleb igal juhul anda maksimumpunktid, sõltumata selle lahenduse pikkusest või otstarbekusest võrreldes teiste lahendusviisidega.

7. klass, I osa

1.
- Antud õige vastus 4: 2 p
- Antud vastuseks taandamata murd, nt $\frac{4012}{1003}$: 1 p

2.
- Antud õige vastus, arvud 0,02; $-0{,}2$ ja $-\frac{1}{4}$ selles järjekorras (iga arv võib olla kirjutatud hariliku või kümnendmurruna): 2 p
- Antud vastuseks arvud $\frac{1}{4}$; 0,2 ja $-0{,}02$ selles järjekorras (ülesandes antud arvud kahanevas järjekorras) 1 p

3.
- Antud õige vastus 819: 2 p

4.
- Antud õige vastus $\frac{3}{5}$ või 60%: 2 p
- Antud vastuseks $\frac{2}{5}$ või 40% (algarvude osa): 1 p

5.
- Antud õige vastus 86: 2 p

6.
- Antud õige vastus 7: 2 p
- Loetletud õiged lõikude pikkused 1, 2, 3, 5, 6, 7 ja 8: 1 p

7.
- Antud õige vastus 4 cm: 2 p
- Antud vastuseks arv 4 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p

8.
- Antud õige vastus 21°: 2 p
- Antud vastuseks arv 21 ilma kraadimärgita: 1 p

9.
- Antud õige vastus $2{,}4\pi$ cm: 2 p
- Antud vastuseks arv $2{,}4\pi$ ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p
- Antud vastuseks 7,5 cm või täpsem ligikaudne väärtus koos õige ühikuga: 1 p

10.
- Tõmmatud joonisele õige lõik: 2 p

7. klass, II osa

1.
- Alamõõduliste kalade koguarvu 8 leidmise eest: 1 p
- Püütud haugide arvu 6 leidmise eest: 2 p
- Alamõõduliste haugide arvu 3 leidmise eest: 2 p
- Eelneva põhjal õige lõppvastuse leidmise eest: 2 p

Kui on leitud ainult püütud ahvenate arv, kuid püütud haugide arvu mitte, anda skeemi teise rea alusel 1 punkt. Analoogiliselt anda 1 punkt skeemi kolmanda rea alusel, kui on leitud, et normidele vastas 3 haugi, kuid pole järeldatud, et 3 haugi olid alamõõdulised.

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 2 punkti.

2.
- Krundi plaani õige joonestamise eest: 2 p
- Krundi pindala leidmise eest: 2 p
- Õige lõikesirge tõmbamise eest: 2 p
- Uue krundi piirjoone joonisele õigesti lisamise eest: 1 p

Krundi plaani joonestamise eest anda 1 punkt, kui punktidest A kuni F on õigesti märgitud 4 või 5. Kui joonestatud hulknurga pindala on õigesti leitud, siis anda skeemi teise rea alusel ikkagi 2 punkti, kui selle hulknurga pindala leidmine ei ole õige hulknurga pindala leidmisest oluliselt lihtsam.

3.
- Tähelepaneku eest, et viimane number peab olema paaris: 1 p
- Tähelepaneku eest, et viimane number ei saa olla 0 ning saab seega olla 2, 4, 6, 8: 1 p
- Sobivate esimeste numbrite leidmise eest neil neljal juhul, kasutades ära 9-ga jaguvust: 2 p
- Arvu 5922 välistamise eest, kasutades ära 7-ga mittejaguvust: 2 p
- Leitud neljakohaliste arvude järgi võimalike sünnikuupäevade leidmise eest: 1 p

Skeemi kolmanda rea alusel anda 1 punkt, kui on õigesti leitud 2 või 3 neljakohalist arvu. Skeemi viimase rea eest anda 1 punkt, kui eelnevalt on leitud vähemalt 2 neljakohalist arvu ja nende arvude alusel on sünnikuupäevad õigesti leitud (isegi kui need arvud ja seetõttu ka vastuseks saadavad sünnikuupäevad ei ole õiged).

Ainult täieliku õige vastuse eest (3 õiget sünnikuupäeva) ilma selgituseta anda 2 punkti. Osaliselt õige vastuse eest (vähemalt 1 õige sünnikuupäev, võib-olla lisaks ka mõni vale kuupäev) anda 1 punkt.

8. klass, I osa

1. ∘ Antud õige vastus 26: 2 p

2. ∘ Antud õige vastus $\frac{3}{5}$ või 60%: 2 p
   ∘ Antud vastuseks $\frac{2}{5}$ või 40% (algarvude osa): 1 p

3. ∘ Antud õige vastus 3: 2 p
   ∘ Loetletud õiged numbrid 2, 5 ja 8: 1 p

4. ∘ Antud õige vastus 116: 2 p

5. ∘ Antud õige vastus 15 protsendimärgiga või ilma: 2 p
   ∘ Antud vastuseks arv 85 protsendimärgiga või ilma (uue hinna osa endisest hinnast): 1 p

6. ∘ Antud õige vastus 5: 2 p

7. ∘ Antud õige vastus $0{,}36\pi$: 2 p
   ∘ Antud vastuseks 1,1 või täpsem ligikaudne väärtus: 1 p

8. ∘ Antud õige vastus L: 2 p
   ∘ Antud vastuseks külg AM (mille vastas küsitud nurk paikneb): 1 p

9. ∘ Antud õige vastus 16 cm^2: 2 p
   ∘ Antud vastuseks arv 16 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p

10. ∘ Tõmmatud joonisele mõlemad õiged lõigud: 2 p
    ∘ Tõmmatud joonisele üks õige lõik (teine lõik puudub või on tõmmatud valesti): 1 p

8. klass, II osa

1. Selle ülesande kohta anname eraldi hindamisskeemid lahenduste jaoks võrrandi koostamise abil (vt žürii lahendus 1) ning segu koostise muutmise abil (žürii lahendus 2).

   Lahendus võrrandi koostamise abil.

   ∘ Sobiva ühe muutujaga lineaarvõrrandi koostamise eest: 4 p
   ∘ Koostatud võrrandi lahendamise eest: 3 p

   Koostatavas võrrandis võib muutuja tähendus olla žürii lahendusest erinev (nt mandlite või pähklite protsent segus).

   Kui ühe võrrandi asemel on koostatud sobiv võrrandisüsteem (nt $x + y = 1$ ja $25x + 80y = 58$), siis anda süsteemi koostamise eest 3 punkti ja selle lahendamise eest siis vastavalt 4 punkti.

Lahendus segu koostise muutmise abil.

- Vabalt valitud koostisega segu kilohinna leidmise eest: 1 p
- Selle segu ja nõutava segu kilohindade erinevuse ning pähklite ja mandlite kilohindade erinevuse leidmise eest: 2 p
- Selle alusel segu vahekorra vajaliku muutuse leidmise eest: 3 p
- Eelneva põhjal õige lõppvastuse leidmise eest: 1 p

Kui lahenduses on kohe välja pakutud õige segu koostis ja kontrollitud, et selle korral kilohind tuleb õige (analoogiliselt žürii lahenduse 2 algusega) ning antud õige lõppvastus, siis anda 7 punkti.

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 2 punkti.

2.
- Krundi plaani õige joonestamise eest: 2 p
- Krundi pindala leidmise eest: 2 p
- Õige lõikesirge tõmbamise eest: 2 p
- Uue krundi piirjoone joonisele õigesti lisamise eest: 1 p

Krundi plaani joonestamise eest anda 1 punkt, kui punktidest A kuni H on õigesti märgitud 6 või 7. Kui joonestatud hulknurga pindala on õigesti leitud, siis anda skeemi teise rea alusel ikkagi 2 punkti, kui selle hulknurga pindala leidmine ei ole õige hulknurga pindala leidmisest oluliselt lihtsam.

3.
- Tähelepaneku eest, et iga kolme numbri summa peab olema paaritu: 1 p
- Näitamise eest, et kõik numbrid peavad olema paaritud: 3 p
- Kontrolli eest, et 1, 3, 7 ja 9 sobivad: 1 p
- Näitamise eest, et ükski teine paaritute numbrite nelik ei sobi: 2 p

Kui on tehtud mittetäielik juhtude läbivaatus ilma eelnevalt näitamata, et kõik numbrid peavad olema paaritud, siis anda lahenduse eest kokku 0 kuni 5 punkti olenevalt sellest, kui palju võimalikke juhte on jäänud läbi vaatamata — näiteks, kui on läbi vaadatud ainult kõigi paaritute numbritega juhud (kuid pole põhjendatud, miks) anda 3 punkti. Täieliku juhtude läbivaatuse eest anda igal juhul 7 punkti sõltumata selle optimeerimise määrast.

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 2 punkti.

9. klass, I osa

1.
- Antud õige vastus 2: 2 p

2.
- Antud õige vastus $\frac{1}{2}$: 2 p

3. ∘ Antud õige vastus $\frac{5}{16}$: 2 p
   ∘ Antud vastuseks $\frac{9}{16}$ ($\frac{7}{16}$-st $\frac{1}{8}$ võrra suurem arv) 1 p

4. ∘ Antud õige vastus $\frac{49}{50}$: 2 p

5. ∘ Antud õige vastus 5,5: 2 p

6. ∘ Antud õige vastus 35°: 2 p
   ∘ Antud vastuseks arv 35 ilma kraadimärgita: 1 p

7. ∘ Antud õige vastus 45°: 2 p
   ∘ Antud vastuseks arv 45 ilma kraadimärgita: 1 p

8. ∘ Antud õige vastus 6 cm^2: 2 p
   ∘ Antud vastuseks arv 6 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p

9. ∘ Antud õige vastus $\frac{\pi}{6}$ cm^2: 2 p
   ∘ Antud vastuseks arv $\frac{\pi}{6}$ ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p
   ∘ Antud vastuseks 0,52 cm^2 või täpsem ligikaudne väärtus koos õige ühikuga: 1 p

10. ∘ Tõmmatud joonisele kõik kolm õiget lõiku: 2 p
    ∘ Tõmmatud joonisele kaks õiget lõiku (kolmas lõik puudub või on tõmmatud valesti): 1 p

9. klass, II osa

1. Selle ülesande kohta anname eraldi hindamisskeemid lahenduste jaoks võrrandi koostamise abil (vt žürii lahendus 1) ning ilma võrrandit koostamata (žürii lahendus 2).

   Lahendus võrrandi koostamise abil.

   ∘ Sobiva lineaarvõrrandi koostamise eest: 4 p
   ∘ Koostatud võrrandi lahendamise eest: 2 p
   ∘ Lahendi järgi ülesande vastuse leidmise eest: 1 p

   Kui õpilane on koostanud võrrandi, mille tundmatu tähendus on žürii lahendusega võrreldes oluliselt erinev, siis jagada ülaltoodud skeemi 1. ja 3. rea alusel antavad punktid ümber selle järgi, kas lahendi järgi ülesande vastuse leidmine on lihtsam või keerulisem kui žürii lahenduses. Näiteks kui õpilase võrrandis tundmatu tähendab jäätise uue ja vana hinna vahet, mitte otsitavat suhet nagu žürii lahenduses, siis anda õige võrrandi koostamise eest 3 punkti ja viimase osa eest 2 punkti.

Lahendus ilma võrrandit koostamata.

- Jäätise esialgse hinna ja ülejäänud kaupade maksumuse leidmise eest fikseeritud ühikutes: 2 p
- Kogu ostu uue maksumuse leidmise eest samades ühikutes: 2 p
- Jäätise uue hinna leidmise eest samades ühikutes: 2 p
- Lõppvastuse (jäätise uue ja esialgse hinna suhte) leidmise eest: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

2.
- Näitamise eest, et sajaliste ja kümneliste number peavad olema paaritud: 2 p
- Näitamise eest, et sajaliste ja kümneliste number ei saa olla 5: 1 p
- Näitamise eest, et sajaliste ja kümneliste number ei saa olla 3: 1 p
- Näitamise eest, et sajaliste ja kümneliste number ei saa olla 9: 1 p
- Ülejäänud juhtude läbivaatamise ja lõppvastuse leidmise eest: 2 p

Kui on tehtud mittetäielik juhtude läbivaatus ilma ülalmainitud tähelepanekute abil juhtude hulka kitsendamata, siis anda lahenduse eest kokku 0 kuni 5 punkti olenevalt sellest, kui palju võimalikke juhte on jäänud läbi vaatamata — lähtudes juhtude osakaalude hindamisel ülaltoodud skeemist. Täieliku juhtude läbivaatuse eest anda igal juhul 7 punkti sõltumata selle optimeerimise määrast.

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

3.
- Näitamise eest, et punkt O poolitab nelinurga ühe diagonaali: 2 p
- Lahenduse lõpuleviimise eest: 5 p

Kui on näidatud, et punkt O poolitab nelinurga *mõlemad* diagonaalid, kuid edasisi järeldusi pole tehtud, anda 3 punkti. Kui sellest on järeldatud, et nelinurk $ABCD$ on rööpkülik, kuid pole põhjendatud (nt viidates kolmnurkade DOA ja BOC võrdsusele), miks see annab vajaliku pindalade võrduse, anda 5 punkti.

4.
- Ülesande a-osa eest: 3 p
- Ülesande b-osa eest: 4 p

  Sealhulgas

  - Näitamise eest, et ühe paari mõlemad paarilised annavad alati sama vastuse: *2 p*
  - Lõppjärelduse tegemise eest: *2 p*

Ainult õige vastuse („jah“/„ei“) eest ilma põhjenduseta anda kummaski osas 0 punkti.

10. klass

1. - Murru lugeja lineaarteguriteks lahutamise või lugeja nullkohtade leidmise eest: 3 p
   - Murru nimetaja lineaarteguriteks lahutamise või nimetaja nullkohtade leidmise eest: 2 p
   - Õige lõppjärelduse tegemise eest: 2 p

   Ainult õige vastuse eest (mõlemad õiged lahendid) ilma selgituseta anda 1 punkt. Kui üks lahenditest puudub või on vale, või on lisaks õigetele pakutud ka valesid lahendeid, anda 0 punkti.

2. - Sobiva lineaarvõrrandi koostamise eest: 3 p
   - Koostatud võrrandi lahendamise eest: 2 p
   - Alla 2000-denaariste sissetulekute õige käsitlemise eest: 2 p

   Ainult *täieliku* õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt. Ainult osalise õige vastuse eest anda 0 punkti.

3. - Ülesande a-osa eest: 3 p
   - Ülesande b-osa eest: 4 p

     Sealhulgas
     - Idee eest kasutada 3-ga või 9-ga jaguvuse omadust ja vaadelda liidetavate ristsummasid: *2 p*
     - Lahenduse lõpuleviimise eest: *2 p*

   Ainult õige vastuse („jah“/„ei“) eest ilma põhjenduseta anda kummaski osas 0 punkti.

4. - Sobiva ruutvõrrandi koostamise eest: 4 p
   - Koostatud ruutvõrrandi lahendite leidmise eest: 1 p
   - Võõrlahendi eraldamise ja õige lõppvastuse leidmise eest: 2 p

   Kui on tehtud õige joonis ruumide jaotuse kohta ja edasine lahendus puudub, anda 1 punkt.

   Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

5. - Kolmnurkade võrdhaarsuse ärakasutamise (võrdsete nurkade paaride leidmise) eest: 1 p
   - Sobiva võrrandisüsteemi või võrrandi koostamise eest otsitava nurga leidmiseks: 3 p
   - Koostatud võrrandi(süsteemi) lahendamise ja õige vastuse leidmise eest: 3 p

   Skeemi esimese rea alusel 1 punkti andmiseks on piisav, kui on tehtud õige joonis ja kummagi võrdhaarse kolmnurga alusnurgad sellel sama tähisega märgitud.

   Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

6. ◦ Ülesande a-osa eest: 4 p

   Sealhulgas

   - Õige arvude paigutuse kirjeldamise eest: *2 p*
   - Põhjenduse eest, miks selle paigutuse korral kõigi arvude summa on paaritu: *2 p*

   ◦ Ülesande b-osa eest: 3 p

   Ainult õige vastuse („jah“/„ei“) eest ilma põhjenduseta anda kummaski osas 0 punkti.

11. klass

1. ◦ Võrduse $x^2 = y^2$ saamise eest: 2 p

   ◦ Järeldamise eest, et $x = -y$: 2 p

   ◦ Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p

   Ainult õige vastuse $(x = -1,\ y = 1)$ eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

2. ◦ Õige liikumistee leidmise eest: 2 p

   ◦ Viimase pöörde nurga leidmise eest: 3 p

   ◦ Viimase teekonnalõigu pikkuse leidmise eest: 2 p

   Liikumistee leidmise osa eest täispunktide andmiseks piisab näiteks sellest, kui liikumistee on õigesti kujutatud koordinaatteljestikus, või kui ilma joonist tegemata on õigesti leitud kõigi pöördepunktide koordinaadid.

   Kui liikumistee on koordinaatteljestikus õigesti kujutatud, siis täispunktide andmiseks viimase pöörde nurga leidmise eest piisab, kui lahenduses on õigesti märgitud nelinurga $OA_1A_2A_3$ (žürii lahenduse tähistustes) tippude O, A_1 ja A_2 juures olevate sise- või välisnurkade suurused ilma neid eraldi põhjendamata ja tehtud sellest õige järeldus tipu A_3 juures oleva nurga suuruse kohta (arvestades, et küsitakse sealset välisnurka). Kui siin kõik muu on õigesti tehtud, kuid vastuseks antakse ekslikult tipu A_3 juures oleva *sisenurga* suurus 30°, siis anda selle osa eest 1 punkt vähem.

   Ainult *täieliku* õige vastuse eest (nii nurk kui ka viimase lõigu pikkus) ilma selgituseta anda 1 punkt. Ainult osalise õige vastuse eest anda 0 punkti.

3. Selle ülesande kohta anname eraldi hindamisskeemid lahenduste jaoks ruutude ühekaupa värvimisega (vt žürii lahendus 1) ning kahe värvitud ruudu erinevate paigutuste vaatlemisega (žürii lahendus 2).

Lahendus ruutude ühekaupa värvimisega.

- Idee eest ruute ühekaupa värvida: 1 p
- Juhu läbivaatamise eest, kus esimene ruut asub nurgas: 1 p
- Juhu läbivaatamise eest, kus esimene ruut asub küljel, kuid mitte nurgas: 1 p
- Juhu läbivaatamise eest, kus esimene ruut ei asu küljel ega nurgas: 1 p
- Ühekaupa värvimiste arvu leidmise eest: 1 p
- Nõutud värvimisvõimaluste arvu leidmise (ühekaupa värvimiste arvu 2-ga jagamise) eest: 2 p

Lahendus kahe värvitud ruudu erinevate paigutuste vaatlemisega.

- Üksteise kohal asuvate ruutudega paigutusvõimaluste arvu leidmise eest: 2 p
- Üksteise suhtes ühtpidi diagonaalis asuvate ruutudega paigutusvõimaluste arvu leidmise eest: 2 p
- Ülejäänud võimalike paigutuste arvu leidmise eest (sümmeetria kasutamise või eelnevaga analoogilise arutluse abil): 2 p
- Õige lõppvastuse leidmise eest: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

4. Järgnevas skeemis tähistagu x bokside arvu turuplatsi pikemal küljel ja y bokside arvu turuplatsi lühemal küljel, nagu ka žürii lahenduses.

- Ülesande tingimustest võrratuste $7y > x$ ja $x > y + 100$ väljalugemise eest: 1 p
- Siit võrratuse $6y > 100$ järeldamise eest: 2 p
- Siit täisarvulisust arvestades $y \geqslant 17$ järeldamise eest: 1 p
- Siit $x \geqslant 118$ järeldamise eest: 1 p
- Eelneva põhjal bokside arvu alampiiri 2006 leidmise eest: 1 p
- Bokside arvu 2006 võimalikkuse kontrolli eest: 1 p

Kui õpilane on lahendanud ülesande sõnalise arutlusega ilma muutujaid kasutusele võtmata, siis hinnata ikkagi ülaltoodud skeemi põhjal, arvestades seda, milliste järeldusteni on lahenduses jõutud.

Skeemi viimase rea alusel punkti andmiseks piisab, kui lahenduses on mainitud 17×118 boksist koosneva turuplatsi sobivust ülesande tingimustega.

Ainult õige vastuse 2006 eest ilma selgituseta anda 1 punkt. Kui lisaks on mainitud, et see realiseerub 17×118 turuplatsi korral, anda 2 punkti.

5.
- Ühe paari vastasasuvate kolmnurkade pindalade võrdsuse abil küljepikkuste vahelise võrde saamise eest, kasutades sobivat pindala valemit ja tippnurkade võrdsust: 3 p

- ◦ Eelnimetatud võrde kirjapanemise eest ka teise vastasasuvate kolmnurkade paari jaoks: 1 p
- ◦ Neist kahest võrdest kolmanda tuletamise eest, mis võimaldab tõestada kolmanda kolmnurkade paari pindvõrdsust: 1 p
- ◦ Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p

6.
- ◦ Ülesande a-osa eest: 4 p

  Sealhulgas
  - Arvu a numbrite summa $s(a)$ õige leidmise eest: *1 p*
  - Näitamise eest, et $s(a)$ jagub 13-ga: *1 p*
  - Sellest õige järelduse tegemise eest: *2 p*
- ◦ Ülesande b-osa eest: 3 p

Kui a-osa lahenduses on lihtsalt väidetud, et numbrite korrutis ei saa jaguda 13-ga, kuna kõik numbrid on väiksemad kui algarv 13 (mainimata numbri 0 võimalust), siis anda a-osa alamskeemi kolmanda rea alusel („õige järelduse tegemise eest“) ainult 1 punkt.

Ainult õige vastuse („jah“/„ei“) eest ilma põhjenduseta anda kummaski osas 0 punkti.

12. klass

1.
- ◦ Õige aritmeetilise jada vaatlemise eest: 1 p
- ◦ Õige geomeetrilise jada vaatlemise eest: 1 p
- ◦ Aritmeetilise jada vajalike osasummade leidmise eest (mis vastavad kuni 4 töötatud aastale): 2 p
- ◦ Geomeetrilise jada analoogiliste osasummade leidmise eest: 2 p
- ◦ Lahenduse lõpuleviimise eest: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

2.
- ◦ Võrrandite $\cos 2x = \frac{1}{2}$ ja $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ saamise eest: 2 p
- ◦ Neist võrranditest sobivate x väärtuste 30°, 60°, 120° ja 150° leidmise eest, arvestades ülesande püstitusest tulenevaid piire: 3 p
- ◦ Õige lõppjärelduse tegemise eest: 2 p

Kui x võimalik väärtus 150° on kohe *sobiva põhjendusega* välistatud, anda skeemi teise rea alusel ikkagi täispunktid.

Ainult *täieliku* õige vastuse eest (mõlemad võimalikud juhud) ilma selgituseta anda 1 punkt. Ainult osalise õige vastuse eest anda 0 punkti.

3.
- ◦ Teisenduse $5\log 2 + 7\log 3 - \log 7 = \log \frac{2^5 \cdot 3^7}{7}$ tegemise eest: 2 p

- Tähelepaneku eest, et $\frac{2^5 \cdot 3^7}{7} < 10000$: 1 p
- Tähelepaneku eest, et $\log 10000 = 4$: 1 p
- Järelduse tegemise eest, et $\log \frac{2^5 \cdot 3^7}{7} < 4$: 2 p
- Õige lõppvastuse andmise eest: 1 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 0 punkti.

4.
- Ülesande a-osa eest: 4 p

  Sealhulgas
  - Näitamise eest, et kui mingi arv ei jagu 3-ga, siis ka sellest ülejärgmine arv ei jagu 3-ga: *2 p*
  - Tõestuse lõpuleviimise eest: *2 p*
- Ülesande b-osa eest: 3 p

  Sealhulgas
  - Näitamise eest, et kui mingi arv jagub 3-ga, siis ka sellest ülejärgmine arv jagub 3-ga: *2 p*
  - Sobiva teise arvu leidmise eest: *1 p*

Kui on näidatud, et mingi arv jagub 3-ga *siis ja ainult siis*, kui sellest ülejärgmine arv jagub 3-ga (st on korraga tehtud ülaltoodud skeemi kummagi alamosa esimesel real märgitu), siis anda selle eest 4 punkti.

Ainult b-osa õige vastuse (sobiva teise arvu) eest ilma põhjenduseta, miks see arv sobib, anda vastavalt skeemi viimasele reale 1 punkt.

5.
- Kolmnurkade BDF ja CEG sarnasuse (või kongruentsuse) näitamise eest: 2 p
- Nurkade EOF (või DOG) ja ABC (või ACB) võrdsuse näitamise eest kolmnurkade BDF ja CEG sarnasusele tuginedes: 3 p
- Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p

Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 1 punkt.

6.
- Tähelepaneku eest, et värvitud ruutude arvud ridades saavad olla vahemikus 0 kuni n: 1 p
- Näitamise eest, et värvitud ruutude arvud ridades saavad olla ainult kas $0, 1, \ldots, n-1$ või $1, 2, \ldots, n$: 3 p
- Selle põhjal värvitud ruutude võimalike koguarvude $\frac{(n-1)n}{2}$ ja $\frac{n(n+1)}{2}$ leidmise eest: 1 p
- Näitamise eest, et need võimalused tõepoolest realiseeruvad, nii et ka veergude kohta käiv tingimus on täidetud: 2 p

Ainult *täieliku* õige vastuse eest (mõlemad arvud) ilma selgituseta anda 1 punkt. Ainult osalise õige vastuse eest anda 0 punkti.

Kokkuvõtteks

Kokkuvõtteks kogu olümpiaadi piirkonnavoorule võib väljakukkunud raskusastet pidada õnnestunuks. Ka 8. klassi puhul, mis osutus naaberklassidest 7-ndast ja 9-ndast raskemaks ja kus ükski õpilane ei saanud maksimumpunkte, võib žürii oma tööga siiski rahule jääda. Pigem on žürii sees kõlanud arvamusi, et mõni klass võinuks õige pisut raskemgi olla. Näiteks 12. klassis kujunes lõppvooru pääsemise piiriks $\frac{5}{6}$ võimalikust maksimumist ehk 83%, mis tähendab, et kui üks ülesanne millegipärast ebaõnnestus, pidid kõik ülejäänud olema lahendatud perfektselt, et lõppvooru pääseda. See kinnitab veelkord oletust, et 12. klassi õpilased võtavadki asja tõsisemalt ja esinevad olümpiaadil üldiselt paremini. Ka 7. klassis kujunes tabeli ülemine osa väga tihedaks.

Endiselt on näha, et geomeetrilisi tõestusi osatakse väga halvasti, kusjuures vene õppekeelega koolide õpilased lahendavad selliseid ülesandeid paremini. Õpilaste oskused geomeetrias piirduvad valdavalt nurkade arvutamisega.

Žürii tegi seekord ka kaks suuremat „prohmakat“.

Üks neist oli 8. klassi II osa 1. ülesande hindamisjuhises, kus lahendused, mis koosnesid õige vastuse äraarvamisest ja sobivuse kontrollimisest, kästi hinnata maksimumpunktidega, ilma et esineks mingitki viidet muude lahendite puudumisele. Sellisel otsusel olid muidugi omad põhjused. Ühest küljest võib seda põhjendada sellega, et ülesandes kirjeldatud sõltuvus on lineaarne ja lineaarsel võrrandil üle ühe lahendi olla ei saa. Teisest küljest on lihtsalt ilmne, et kui kallimat komponenti asendada odavamaga, siis muutub segu odavamaks ja vastupidi, nii et ainult ühe komponentide vahekorra jaoks saab realiseeruda nõutud hind. Samas oleks selliste kaalutluste kasutamine pidanud töödes ilmutatult kirjas olema. Raskete ülesannete puhul on niisuguste standardsete põhjenduste puudumist loomulik aktsepteerida, kuid antud juhul moodustas see kogu lahendusest olulise osa, mis muudab asja. Žürii vaidles üleparandamise ajal tublisti ning otsustas viga tunnistada ja osal juhtudest punkte maha võtta.

Teine viga oli 10. klassi 3. ülesande sõnastuses. Nimelt esimese lause täpsustav täiend „et iga number kuulub täpselt ühe arvu koosseisu“ ei ütle üldse seda, mida me silmas pidasime — et iga number esineb üldse kogu arvude komplektis täpselt ühe korra. Teksti järgi võinuks sama number samas arvus vabalt mitu korda esineda. Selline tõlgendus muudab ülesande b-osa vastuse vastupidiseks. Mida rohkem ülesande teksti lugeda, seda realistlikum see tõlgendus paistab; õnneks oli tegelikkuses sellise tõlgenduse kasutajaid vaid paar tükki ja nende puhul ei tekkinud hindamisel küsimusi.

11. klassi 4. ülesande ebatäpsus, millest vastava ülesande kommentaarides juttu on, midagi praktiliselt ei mõjutanud, sest seal oli võimalik väärtõlgendus üsna kunstlik ja lihtsalt lisas ülesandele ühe juhu, mis tuli läbi vaadata.

Nagu eelmistel aastatel, ei vaadanud žürii ka tänavu enamikus klassides läbi kõiki ülesandeid kõikides piirkondadest saadetud töödes, vaid ainult niipalju, kui oli vaja huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õiglaseks määramiseks. See tähendab, et kõikide huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õpilaste töödes vaadati läbi kõik ülesanded ning ükski õpilane, kelle töös mõned ülesanded jäid läbi vaatamata, ei tõuseks kutsutavate hulka ka siis, kui talle kõikide nende ülesannete eest antaks maksimaalsed punktid.

Läbi vaatamata jäänud ülesanded on tabelites eristatud halli (veebiversioonis oranži) taustavärviga. 9. klassi tööde kontrollijad vaatasid läbi kõikides töödes kõik ülesanded.

7. klass (Reimo Palm, Ago-Erik Riet)

Üldised märkused

Ülesanded olid lahendatud hästi. Seda näitab ka kõrge keskmine punktisumma.

Test

Et testiülesannete punktimuutused seisnesid punktide arvu kooskõlla viimises hindamisjuhistega, siis on allpool peamiselt kommenteeritud lahendajate sagedasemaid vigu.

Samas, punktimuutusi tuli teha ootamatult palju.

Ül. 1. Üsnagi palju oli neid, kes ei märganud murru väärtuse arvutamise lihtsamat võtet või eelistasid muul põhjusel kõigepealt lugeja väärtuse täielikult välja arvutada ja seejärel nimetajaga jagada, siin esines nii arvutusvigu kui viimase jagamistehte unustamist. Muudest sagedasematest vigadest pakkus 7 õpilast vastuseks arvu 12/1003. Üldiselt lahendati seda ülesannet võrdlemisi hästi.

Ül. 2. Tüüpilisemad vead on järgmised (sageduse järgi).

- Vastandarvud leitud õigesti, aga suuruse järjekord vale (13 töös). Näiteks loetakse $-\frac{1}{4}$ tihti suuremaks kui $-0{,}2$ või järjestatakse tulemusi kasvavas, mitte kahanevas järjekorras.
- Vastandarvude asemel leitakse pöördarvud (11 töös).
- Omapärane korduv viga on selline, kus harilikust murrust leitakse pöördarv (tulemus 4), kümnendmurdudest aga vastandarvud (tulemused $-0{,}2$ ja 0,02) ja järjestatakse tulemused ühisel alusel (7 töös).
- Kirjutatakse esialgsed arvud nende vastandarvude kahanevas järjekorras (5 töös).

Ül. 3. Tüüpilisemad valed vastused on järgmised.

- 909 (17 töös). Viitab sellele, et lahendaja pole tähelepanu pööranud ülesande tingimusele, et arvu numbrid peavad olema kõik erinevad.
- 549 (13 töös). Esimese kahe numbri summa on siin küll suurim võimalik (9), aga lahendaja pole kas märganud või julgenud esimest numbrit maksimaalselt suurendada ja teist vähendada.
- 981 (9 töös). See on tegelikult suurim arv, mille sajaliste number võrdub kümneliste ja üheliste numbrite summaga, st pole jälgitud, milline on sajaliste ja milline üheliste number.

Ül. 4. Konkurentsitult sagedasim vale vastus oli 50%, see esines tervelt 70 töös; näib, et isegi matemaatikat hästi tundvad õpilased peavad arvu 1 algarvuks. Sageduselt järgmine vale vastus oli 40%, mis on algarvude osakaal, see vastus esines 18 töös.

Ül. 5. Vastus 69 esines 10 töös, see on ühekordsete külastajate arv.

Ül. 6. Tüüpilisemad valed vastused olid järgmised.

- 10 (33 töös). Nii palju on erinevaid otspunktide paare. Lahendaja pole arvestanud, et mõned paarid võivad anda ühesuguse pikkusega lõike.

- 6 (20 töös). Tõenäoliselt on lahendajal üks pikkus jäänud lihtsalt kahe silma vahele.

- 3 (11 töös). Nii palju on erinevaid pikkusi kahe järjestikuse märgitud punkti vahel.

- 8 (11 töös). Võib-olla lähtus lahendaja sellest, et maksimaalne pikkus on 8 ja minimaalne 1, ilma kontrollimata, kas kõik vahepealsed pikkused on samuti esindatud.

Ül. 7. Kõige sagedasem vale vastus oli 12 cm, see esines 39 töös. Nii suur on prisma põhja ümbermõõt. Ilma ühikuta vastuse (õige või vale) oli andnud 14 õpilast. Seda ülesannet oli kõige rohkem jäetud lahendamata (15 töös).

Ül. 8. Vastuseks pakuti erinevaid väärtusi vahemikus 14 kuni 450 kraadi. Valedest vastustest esines rohkem kui paar korda vastus 33 kraadi (12 töös). Selline vastus tekib näiteks (väärast) oletusest, et kõrgus AD jagab nurga BAC kaheks võrdseks osaks.

Ül. 9. Selles ülesandes tuli teha kõige rohkem punktimuutusi. Hindamisskeemis oli ette nähtud anda 1 punkt piisava täpsusega ümardatud vastuse eest, samuti õige arvulise väärtusega, kuid ilma ühikuta vastuse eest. Mõned parandajad olid lugenud 1 punkti vääriliseks vastuse, kus mõlemad nimetatud tingimused kehtisid. Et sellise vastuse eest hindamisskeem punkte ette ei näe, siis ühtlustati sellised juhud kõik 0 punktile. Teine muutuste põhjus oli see, et mitmel juhul oli õigeks loetud ilma ühikuta vastus.

Kaks kõige levinumat viga olidki ümardatud vastus, tavaliselt 7,536 cm (51 töös), ning vastus $2{,}4\pi$ ilma ühikuta (49 töös). Samuti oli mõnikord vastuse ühikuks kirjutatud cm^2 (9 töös). See ülesanne oli lahendajatele kõige keerulisem, vastuseks pakuti laia skaalat arve, koos teguriga π või ilma. Vastust komponendiga $9{,}6(\pi)$, mis viitab sellele, et ruudu ümbermõõtu peetakse küljepikkuseks, esines ainult mõnes töös, sama harva esines vastust komponendiga $1{,}2(\pi)$, mis tähendaks, et raadiust peetakse diameetriks. Eksimuste allikad peavad seega peituma milleski muus.

Ül. 10. Üldiselt oli lõikejoone joonistamiseks valitud õige tahk. Sagedasema veana (14 töös) eraldati lõikega pinnalaotuse alumise tahu alumine parempoolne nurk, alustades sellest nurgast kolm ühikruutu vasakul ja lõpetades nurgast kaks ühikruutu üleval asuvas punktis. 10 töös oli pinnalaotusele tõmmatud mitu joont. Võrdlemisi sage viga oli ka see, et lõige lõppes mingis tahu keskel asuvas punktis, arvatavasti ei tulnud need lahendajad mõttele, et lõige peab ka pinnalaotusel tahu täielikult läbima.

Ülesanne 1

Ülesanne 1 oli lahendatud hästi. Enamik õpilasi sai selle ülesande eest maksimumpunktid, üksikud õpilased said kas 5 või 6 punkti ning alla selle tulemust ei saadudki. Põhiliste vigadena esinesid arvutusvead kalade arvust teatud protsendi leidmisel. On hea meel tõdeda, et sisulisi vigu nagu erinevatest suurustest võetud protsentide protsendimäärade summeerimine peaaegu ei tehtud. Ülesandele olid paljud õpilased leinud žürii pakutust erineva lahenduse. Nimelt kasutati samast arvust võetud protsendimäärade liitmist ja lahutamist. Soovitud arvuline vastus leiti alles lõpus, kasutati vastava protsendimäära kalade koguarvuga korrutamist. Sellised lahendused olid enamasti korrektsed ja said maksimumpunktid.

Ülesanne 2

Ülesanne 2 oli lahendatud üsna hästi. Ülesanne testis õpilaste oskust teha joonist ja arvutada pindala. Samuti testiti geomeetrilist mõtlemist, kui oli palutud eraldada sirgega krundiosa, millega samasugune krundiosa liideti uuele krundile ja uus krunt muutus seetõttu ruudukujuliseks. Enamik õpilasi sai pindala arvutamisega hakkama. Mõned õpilased tegid küll õige joonise, kuid ei saanud aru koordinaattelgede proportsioonidest ning näiteks tegid tehteid arvudega, kus küljed olid 2 ja pindalad seetõttu 4 korda suuremad. Mõni üksik õpilane ei osanud avaldada krundi pindala kolmnurga ja ühe või mitme ristküliku pindalade summana ning „arvas ära“ õige vastuse. Need tööd said 1 punkti vähem. Rohkem oli probleeme vanast krundist tüki lõikamisega ning sellest uue krundi kokkupanemisega. See on osa oskusest ruumiliselt ja geomeetriliselt mõelda ning tekib matemaatikatunnis ja samuti erinevaid intellektuaalseid mänge mängides.

Ülesanne 3

Väiteid põhjendati üldiselt korralikult, aga mõned õpilased kirjutasid puhtandisse ainult oma katsetuste tulemused, aga mitte seletuse, mis kaalutlustega vastus on saadud. Paljudel juhtudel oli piirkondades väga kõrge punktide arvuga hinnatud äärmiselt nappide selgitustega lahendusi. Lahendused, kus lihtsalt oli antud õige vastus ja kontrollitud selle sobivust, said üleparandamisel 3 punkti. Kui vastuse leidmise käik oli vähegi aimatav, ka näiteks mustandist, siis andsime enamasti 5 punkti.

Mõned lahendajad olid arvanud, et 92 on arvu viimased numbrid. Sellised lahendused said punkte olenevalt asjaolust, kui suur osa lahendusest oli õigele ülesandele ülekantav.

8. klass (Raili Vilt, Eno Tõnisson)

Test

Test oli õpilaste poolt lahendatud üldiselt hästi. Kõige paremini oli lahendatud ülesannet 5 ja sellele järgnesid juba enam-vähem võrdselt 4, 3 ja 1. Raskeimateks ülesanneteks osutusid 7, 9 ja 2. Punktid muutusid peamiselt just 7. ülesandel, kus erinevalt oli hinnatud vastuse ligikaudset väärtust ja õige vastuse pöördväärtust.

Ül. 2. Sagedane vale vastus oli $\frac{11}{20}$ või siis 55%, kus lahendaja oli arvudest, mis pole algarvud, suure tõenäosusega välja jätnud arvu 1.

Ül. 7. Paljudel juhtudel oli lahendaja vastuse leidmisel eeldanud, et $\pi = 3,14$, või oli vastuseks kirjutanud ruudu ja ringi pindalade suhte, kuigi oli vaja leida ringi ja ruudu pindalade suhe.

Ül. 9. Sagedane vale vastus 15 cm^2.

Ülesanne 1

Õige vastuse olid leidnud väga paljud lahendajad. Ometi oli see ilmselt nii parandajatele kui ka hindamise ühtlustajale raske ülesanne. Kuna hindamisjuhis väga täpselt ei fikseerinud, kuidas tegelikkuses sagedasti esinenud lahendusi tuleks hinnata, siis pidid hindajad nö oma mõõdupuid kasutama. Hindamise ühtlustamise teemal arutati ka žüriis põhjalikult. Otsustati, et kui lahenduses vaadeldakse erinevaid koostisi, aga puudub argumenteeritud seletus, miks teiseks (vm) vaadeldavaks koostiseks võetakse 60 : 40, siis antakse 5 punkti. Piisavaks argumentatsiooniks otsustati lugeda ka seletust, miks just vastavat koostisainet tuleb teisega asendada, et hind õigem saada. Kui lahenduses oli kohe välja pakutud õige segu koostis ja kontrollitud, et selle korral tuleb kilohind õige, siis otsustati, et täislahenduseks on vaja ka selgitada, miks see on ainus võimalik lahend.

Kokku tuli hinnet muuta umbes kolmandikus töödes, ligikaudu võrdselt nii üles- kui allapoole.

Ülesanne 2

Ülesanne tundus olevat kesmiselt raske. Eraldi torkas silma, et „ruudukujulisust“ mõisteti päris mitmetel juhtudel kui „rombikujulisust“. Oli ka ilmutatud väiteid, et romb on ruudu erijuht.

Hindamisel oli tehtud üksikuid eksimusi, mille parandamine hindamisjuhise järgi eriti keeruline ei olnud.

Ülesanne 3

Kuna vastavalt reglemendile ei pea kõigis töödes kõiki ülesandeid üle vaatama, siis just see ülesanne jäi mitmete tööde korral vaatamata.

Päris paljudes töödes oli ebapiisavalt seletatud, miks numbrid peavad paaritud olema. Samuti oli päris mitmes töös ka pärast sobiva variandi leidmist teised välistamata jäetud.

Hindamisparandused olid rohkem negatiivses suunas.

9. klass (Indrek Zolk, Kalle Kaarli)

Test

Ül. 1. Hindamisskeem oli siin range, võimaldades sisuliselt punkte anda vaid täiesti õigete vastuste eest.

Ül. 2. Esines üksikuid töid, kus oli punkte maha võetud taandamata murdude eest. Hindamisjuhendi kohaselt on vastused $\frac{1}{2}$ ja $\frac{1003}{2006}$ võrdväärselt õiged.

Ül. 9. Ülesandele pakuti vastuseks mitmesuguseid avaldisi, nii täpseid, täpse vastuse lähendeid hariliku murruna, perioodilisi kümnendmurde ning mingi arvu kümnendkohani ümardatud kümnendmurde. Hindamisjuhend võimaldas anda pooled punktid ühikuta täpse või ühikuga mitte rohkem kui sajandikeni ümardatud ligikaudse vastuse eest.

Ülesanne 1

Ülesanne oli lihtne, kuid ometi oli neid, kes selle sisuliselt lahendasid, vaid 50 ringis. Peamine ja seejuures massiline viga oli, et konstantseks loeti ostmisele kulutatav raha. Nii saadi vastuseks 1,25. Selline viga esines ligikaudu 70 töös. Erinevates piirkondades hinnati sellist vastust 0 kuni 2 punktiga. Kui oli vaja parandada, siis jäime 2 punkti juurde. Üldiselt aga ei teinud me 1—2 punktiseid parandusi, kui see ei mõjutanud lõppvooru pääsemist. Parandamise kvaliteet oli suhteliselt hea. Esines üks juhtum, kus 6 punkti sai põhimõtteliselt väär lahendus, sest kümnendmurruna esitatatud vastus oli tõele õige lähedal.

Ülesanne 2

Põhiliselt lahendati seda ülesannet žürii lahenduse sarnaselt või siis juba mingil varasemal etapil kõiki allesjäänud arve välja kirjutades ning järjest välistades. (Esines koguni lahendusi, kus kirjutati välja *kõik* 1-ga lõppevad kolmekohalised täisarvud.) Põhiliselt osutus lahendajate jaoks kitsaskohaks numbrite 3, 9 ja 7 välistamine. Mitmed lahendajad ei välistanud jagajate hulgast arvu 0, samuti pakuti üksikutel juhtudel 7 järgi jaguvuse kontrollimiseks mittekehtivat arvu numbrite summaga seonduvat tunnust.

Ülesanne 3

Järeldus saab olla ainult üks: geomeetriat osatakse halvasti ning eriti hull on olukord maapiirkondades. Sisuliselt õige lahenduse esitajaid oli 25, neist 10 Ida-Virumaa linnadest ja veel 10 Tallinnast ja Tartust kokku. Ometi oli ülesande lahendamiseks vaja teada vähe. Parandamise kvaliteedist rääkides peab ütlema, et Tartus oli see lubamatult madal. Kõrge hinde said lahendused, kus eriti midagi peale triviaalsete erijuhtude analüüsi ei olnud. Vastupidises suunas oli üks suurem möödalaskmine Tallinnas.

Ülesanne 4

Meeldiv oli näha, et lõviosa lahendajatest oli ülesande kas täielikult või pisemate puudujääkidega lahendanud. Tööde parandamisel osutus lahenduste lakoonilisus siin kitsaskohaks — mõnel juhul oli keerukas otsustada, kas lahenduses on ikka kirjas konfiguratsioon elanike paigutamiseks a)-osas vajalikul viisil või mitte.

10. klass (Uve Nummert, Oleg Košik)

Ülesanne 1

Ülesanne oli lihtne nii lahendajaile kui ka hindajaile. Peaaegu kõigil juhtudel, kus piirkondades antud punkte muutsime, oli tegu hindamise ühtlustamisega juhtudel, kus üks võõrlahenditest (-1 või -3) oli sisse jäetud.

Ülesanne 2

Võrrandi koostamine ja lahendamine oli enamikule lihtne — paraku märkasid vaid väga vähesed, et koostatud võrrand kirjeldab olukorda eeldusel, et kuusissetulek on vähemalt 2000 denaari. Tartu hindaja oli selliste lahenduste eest andnud 6 punkti — et vastavalt hindamisjuhisele oli selle eest ette nähtud 5 punkti, mida teised piirkonnad olid ka järginud, siis tuli siin punkt maha võtta (sama lugu on tõenäoliselt veel mitme lõppvooru mittepääsenud Tartu tööga, kus me seda ülesannet läbi ei vaadanud).

Ülesanne 3

Enamik lahendajaid oli b)-osale lähenenud teisiti kui žürii lahenduses — vaadeldes võimalikke üheliste, kümneliste ja sajaliste numbrite summasid üle kõigi liidetavate (see lahendus on nüüd lisatud žürii lahenduse juurde). Korrektselt ja ammendavalt oli selline lahendus läbi viidud siiski vaid paaris töös, ning et sellise lähenemise jaoks hindamisjuhis puudus, siis tuli siin mittetäieliku juhtude läbivaatuse eest antud punkte ühtlustamiseks paljudel juhtudel muuta. Kui lahendaja oskas piirduda vaid numbrite võimalike summade vaatlemisega, siis andsime b)-osa eest reeglina vähemalt 2 punkti, sest selline lahendus ei sõltu tegelikult kuigi palju sellest, mitu liidetavat on ja mitmekohalised nad on. Kui aga oli laskutud juhtude läbivaatusesse üksikute numbrite tasemel, siis andsime b)-osa eest üldiselt mitte üle 1 punkti, sest kõigi võimalike juhtude ammendavat läbivaatust on niiviisi väga tülikas saavutada.

Ülesande a)-osas oli mõnelgi juhul antud täispunktid, kui sobiv näide lahenduses puudus ning esitatud arutlus ei tõestanud, et selline näide tõepoolest leidub (vaid ainult, et tema leidumine ei ole vastuolus 9-ga jaguvusega — või siis olid leitud tingimused, mida sellises näites liidetavate vastavate numbrite summad peavad rahuldama). Teisest küljest oli ka töid, kus näide oli olemas, kuid täispunkte ei olnud „selgituste puudumisel“ antud — kuigi näite vastavus ülesande tingimustele on siin ilmne ja muid selgitusi vaja ei ole.

Selle ülesande tekst jättis kahjuks ütlemata, et iga numbrit võib kasutada vaid ühes liidetavas *ühe korra*. Korduvate numbritega liidetavaid oli kasutatud siiski vaid kahes läbivaadatud töös, ning kuna ühes neist oli arvude koostamisel kasutatud lisaks numbritele ka miinusmärki (negatiivsed liidetavad) ja teises koma (lõplikud kümnendmurrud ja summa kujul 1000,000), siis lugesime tingimuste sellised laiendavad tõlgendused põhjendamatuteks ja punkte juurde ei andnud.

Ülesanne 4

See ülesanne osutus jõukohaseks pea kõigile lahendajatele. Üksikutel juhtudel esines raskusi ülesande teksti õige mõistmisega ja selle tõttu ei olnud ka algvõrrandid õigesti kirja pandud.

Ülesanne 5

Geomeetriaülesanne ei valmistanud lahendajatele suuri raskusi. Mõnikord toetusid lahendused alusetult võetud väidetele, mis kehtivad ainult erijuhul või mille tõestus on vähemalt sama raske kui terve selle ülesande lahendamine. Et neis lahendustes oli kasulikke asju väga vähe, siis nad ei saanud üle 2 punkti, kuigi esialgu oli sellistele lahendustele antud ka kõrgemaid punkte.

Ülesanne 6

See oli üks kahest raskeimast ülesandest 10. klassi komplektis ja siin esines ka rohkem punktimuutusi.

Ülesande a)-osas oli tüüpilise vale lahendusena pakutud väidet, et kõikide ruutude summa saab olla paaritu ainult juhul, kui teatud ruutudes (näiteks ääreruutudes) asuvate arvude summa on paaritu. Tihti puudus igasugune näide, millal selline olukord on võimalik. Selle asemel väideti, et suvalise ülejäänud ruutude paigutuse korral on võimalik need kindlaksmääratud ruudud sobival viisil arvudega täita, kuid ka see väide ei pea alati paika. Sellist tüüpi lahendused reeglina punkte ei saanud.

Selles osas oli võimalik ka teistsugune, žürii lahenduses väljapakutust veidi keerulisem arvude paigutus. Kui õpilane esitas arvude paigutuse, mis ei ole õige, kuid mida saab mitte väga suure vaevaga teisendada õigeks paigutuseks, siis selle eest andsime 1 punkti.

Ülesande b)-osas oli sagedasemaks veaks väide, et ainult mõne konkreetse mustri korral on ülesande tingimusi rahuldav arvude paigutus võimalik. Tegelikult on neid õige mitu ja kõikvõimalike mustrite kirjeldamine koos põhjendusega, et enam ei leidu, paistab olevat keeruline ülesanne. Isegi kui pakutud muster osutus sobilikuks ülesande a)-osas, siis b)-osas ainult selle põhjal järelduse tegemine punkte ei andnud. Küll aga andsime 1 punkti idee eest, kus üldse prooviti jaotada ruudustikku 2×2 ja 3×3 plokkideks.

Mõningates töödes olid esialgu hinnatud õigeks a) ja/või b) osa valed lahendused. Samas ülesande b)-osa eest andsid kohalikud kontrollijad mõnikord 0 punkti õigetele või peaaegu õigetele lahendustele, mis langesid suurel määral kokku ka žürii lahendusega.

11. klass (Härmel Nestra, Oleg Petšonkin)

Üldised märkused

Võib öelda, et 11. klassi komplekt oli enam-vähem paraja raskusega lõppvooru pääsejate selekteerimise jaoks. Kui komplekt oleks olnud lihtsam, oleks lõppvooru pääsemine juba liigselt sõltunud juhuslikust õnnest/ebaõnnest.

Punktimuutused olid valdavalt väikesed ja neid polnud väga palju. Ülesannetes 2, 3, 5 ja 6 olid ka mõned suured kukkumised ja tõusud.

Ülesanne 1

See kooliülesanne oli valdavalt lahendatud hästi. Suuremaid probleeme tekitas ta vaid mõnele üksikule õpilasele.

Oli rida töid, millel võtsime 1 punkti maha kontrolli puudumise pärast. Hindamisjuhis oli siin üldsõnaline ja võimaldas erisugust tõlgendamist. Aga põhimõtteliselt on kontroll siiski vajalik, kuna tegemist on ebastandardse võrrandisüsteemiga, ning kontrolli mainis ka žürii lahendus.

Ülesanne 2

Seda ülesannet lahendati väga erinevatel viisidel, lühemalt ja pikemalt, kavalamalt ja jõuga. See ülesanne esitas rohkematele lahendajatele ületamatumaid probleeme kui ülesanne 1.

See ülesanne oli raske parandada sellepärast, et tüüpiliselt tegi õpilane joonise nii täpses vastavuses ülesande tingimustega kui oskas, mille tulemusena esimene ja viimane läbitud lõik olid joonisel omavahel selgelt risti, kuid selle väite tõestamine moodustab olulise osa ülesande lahendusest. Nii varitses oht, et lahendaja toob arutluse käigus joonise mõjul vargsi selle lisaeelduse sisse, parandamisel tuli selleks pidevalt valmis olla. Paar sellist tööd olidki piirkondades saanud teenimatult palju punkte.

Paljudes töödes, kus joonis selgelt peegeldas mainitud ristseisu, oli joonise peal sisse toodud lisakonstruktsioone, millel puudus täpne definitsioon, nii et alguses ei olnud aru saada, mille suhtes lahendaja neid konstruktsioone ette kujutab, kas stardipunkti või viimase pöördepunkti suhtes (mis lõppkokkuvõttes muidugi annavad sama tulemuse, kuid kõigepealt tuli seda tõestada, definitsioon seetõttu ei saanud sellele toetuda ja pidi põhimõtteliselt olema antud parajasti ühe järgi neist). Kui lahendusest siiski üheselt selgus, milline see definitsioon peaks olema, st lahendaja ei kasutanud paralleelselt mõlemat varianti enne nende samaväärsuse selgumist, siis me selle segaduse eest ei karistanud.

Üksikutes töödes oli ülesandest valesti aru saadud: 60-kraadist pööret paremale tõlgendati 120-kraadise pöördena. Sellised tööd said meilt 0 punkti.

Ülesanne 3

Meeldiva üllatusena lahendasid 11. klassi õpilased ka seda kombinatoorikaülesannet valdavalt õigesti. Põhivead, mis üksikutes töödes esinesid, olid mõnede paigutuste kahekordne loendamine ja erinevate paigutuste lugemine üheks.

Ülesanne 4

Kuigi sedagi ülesannet oli tehtud üsna hästi, otsustasime siin natuke rohkem punkte maha võtta ebatäpsuste eest arutlustes.

Juba hindamisjuhis nõudis 1 punkti mahavõtmist kontrolli puudumise eest, kuid piirkondades oli see tihti tegemata jäetud. Kontroll on vajalik juhul, kui lahendaja kasutab range võrratuse transitiivsust nagu tehakse žürii lahenduses, sest siis võib teoreetiliselt juhtuda, et $7y < y + 100$ lahendi y jaoks ei leidu täisarvu x, mille korral $7y < x < y + 100$, nii et y osutuks ülesande tingimuste suhtes võõrlahendiks. Mitterange võrratuse puhul see võimalik ei ole ja seepärast me mitterange võrratuse kasutajatel kontrolli puudumise eest punkti maha ei võtnud.

Märgatavas osas töödest oli tehtud aga viga, mida žürii hindamisjuhiseid kirjutades ette ei näinud, nimelt hinnati mitme suuruse miinimume üksteisest sõltuvalt. Seda tehti mitmel eri moel, näiteks fikseeriti lühema külje pikkuseks võimalik miinimum ja hinnati pikema külje pikkust ainult selle juhu jaoks, või fikseeriti pikema ja lühema külje pikkuste vaheks 101 (vähim võimalik) ja lahendati ülesanne sellest lähtuvalt. Kuigi antud juhul viib niisugune lähenemine õige vastuseni, on selline arutlus põhimõtteliselt ebakorrektne, sest korrutis võib väheneda ka juhul, kui üks tegur väheneb, aga teine suureneb. Selliste arutluste korral võtsime 1–2 punkti maha sellest, mis õpilane muidu oleks saanud.

Mõni ei olnud seostanud tekstis kasutatud turuplatsi külgede pikkuse mõistet bokside arvuga külje sihis, vaid võtnud seda füüsikalise pikkusena ja vaadanud läbi ka variandi, kus lühema külje sihis on bokside arv suurem kui pikema külje sihis. Siin võib süüdistada žüriid ülesande ebatäpses sõnastamises.

Ülesanne 5

Paljudes töös hakati tõestama, et kõik kolmnurgad on võrdsed. Kui töös oli küll toodud õige kolmnurga pindala valem, aga olulisi järeldusi ei saadud, siis andsime 0 punkti. Kui kolmnurga pindala valem oli valesti kirjutatud, võtsime 1 punkti maha.

Ülesanne 6

Kõikides töödes oli üks ühine viga: ei olnud korralikult selgitatud, miks numbrite korrutis ei saa jaguda 13-ga. Õpilased kirjutasid, et kuna 13 on kahekohaline algarv, siis see ei ole võimalik. Selle eest võtsime maha 1 punkti.

12. klass (Hendrik Nigul, Aleksei Lissitsin)

Ülesanne 1

Nagu võis oodata, oli antud ülesandes üheks suurimaks probleemiks arvutamine, kuid kõik lahendajad ei jõudnud ka mitte õige seoseni, mida kontrollida. Seetõttu otsustasime ühtlustamisel jagada hindamisskeemis nii kolmanda kui ka neljanda punkti kaheks alampunktiks, kus 1 punkt antakse ainult jada osasumma õige valemi kirjapanemise eest ning 2 punkti selle osasumma kõigi väärtuste leidmise eest.

Paljudes töödes, mis jõudsid õige vastuseni ning olid muidu korralikult põhjendatud, puudus kontroll, mis toimub pärast aastaid 1, 2 või 3. Neid hindasime nii, et aastate 1 ja 2 kontroll andis 1 punkti ning aasta 3 kontroll samuti 1 punkti.

Väga sageli esinesid arvutusvead neljandale aastale vastavate osasummade leidmisel.

Ülesanne 2

Kuigi tähelepanekut, et vaadeldud nurkade x korral kehtib $x \in (0, \pi)$ ehk $2x \in (0, 2\pi)$, oli tõenäoliselt meeles peetud paljudes õige vastuse saanud töödes, jõudsime siiski arvamusele, et see on kirjapanemist ja 1 punkti väärt.

Tüüpilisteks puudusteks olid veel vead nurkadega võrrandite lahendamisel, sealhulgas arkuskoosinuse valemi ebakorrektne kasutamine. Näiteks osutus mõnikord võrrandi $\cos x = \frac{1}{2}$ „lahendiks“ $\frac{4\pi}{3}$. Kui lahendaja sai kokkuvõttes ikkagi kõik neli õiget lahendit kätte, siis karistasime seda ainult ühe punktiga, sest suur osa lahendajaid lihtsalt kirjutas välja õiged lahendid võrrandeid üksikasjalikult lahendamata.

Ülesanne 3

Enamikus edasisaadetud töödest oli see ülesanne lahendatud korrektselt. Kõige sagedasem viga tekkis $2^5 \cdot 3^7$ arvutamisel.

Hulk lahendajaid proovis eraldi hinnata kõiki liidetavaid, mõnikord selleks ka graafikut kasutades. Selline lähenemine sobib küll tulemuse ligikaudseks hindamiseks, kuid antud juhul siiski mitte taskuarvuti täpsusega arvutamiseks. Niisugustele lahendustele me punkte ei andnud.

Ülesanne 4

Ülesanne oli lahendatud võrdlemisi hästi. Punkte alandati peamiselt seetõttu, et ei oldud piisavalt oma väiteid põhjendanud. Näiteks vaadeldi arvujada 8 esimest liidetavat ning tõdeti, et kui teine liige jagub kolmega, jaguvad kolmega ka kõik ülejäänud paarisarvulise indeksiga liikmed. Paraku tuleb sellist väidet alati põhjendada, sest üldjuhul ei järeldu ju väite kehtivusest väikeste arvude korral kehtivus suvalise naturaalarvu jaoks.

Ülesanne 5

Geomeetriaülesanne oli üsna lihtne ning enamik lahendajatest, kes seda ülesannet natukenegi lahendada proovisis, jõudis ka kiiresti sihile.

Üksikud õpilased eksisid algtingimuste kirjapanemisel ning eeldasid, et kõik tekkinud kolmnurgad on võrdhaarsed. Sõltuvalt lahendusest teenisid need tööd maksimaalselt 3 punkti.

Ülesanne 6

See ülesanne oli väga õpetlik. Üldiselt ei tohiks lahendus olla ülejõukäiv küll ühelegi olümpiaadist osavõtjale. Ent üleparandajat hämmastas, kui massiliselt esitati puudulikke lahendusi ning — veelgi enam — kui heldekäeliselt neile punkte anti. Milles siis asi?

Vaatleme ühte tüüpilist lahendust.

> Vaatleme kahte võimalust:
>
> 1. Igas veerus on vähemalt üks värvitud ruut. Ainus võimalus on siis, et veergudes on värvitud ruutude arvud $1, 2, \ldots, n$, kokku seega (aritmeetilise jada summa) $n(n+1)/2$.

2. Ühes veerus pole värvitud mitte ühtegi ruutu. Ainus võimalus on siis, et veergudes on värvitud ruutude arvud $0, 1, \ldots, n-1$, kokku seega (aritmeetilise jada summa) $n(n-1)/2$.

Kumbki olukord on ka tegelikult võimalik, esimesel juhul piisab värvida ruudustikus kõik diagonaalist allpool või diagonaalil asuvad ruudud, teisel juhul aga kõik diagonaalist allpool asuvad ruudud. $\square$

Mitu punkti selline lahendus teenis? Sõltuvalt konkreetse lahenduse selgitustest ja põhjendustest *maksimaalselt* 3. Enamasti hinnati piirkondades selliseid (ning isegi veel poolikumaid) lahendusi maksimumpunktidega!

Kes ikka veel aru ei saa, miks antud tüüplahendus vaid kolme punkti väärt on, võtku paber ja pliiats ning üritagu veelkord lugeda nii ülesannet ennast, kui ka siin olevat tüüplahendust. Ning vajadusel ka žürii poolt pakutud näidislahendust.

Põhjus on siis selles, et kui leidub veerg, kus on 0 värvitud ruutu, tuleks ikkagi põhjendada, miks ei võiks värvitud ruutude arvud olla näiteks $0, 2, 3, \ldots, n$, vms.

Teisi vigaseid arutelusid.

Vaatleme kahte võimalust:

1. Mõnes reas ning mõnes veerus on värvitud n ruutu.
2. Mitte üheski reas ning veerus ei ole värvitud n ruutu. $\square$

Vaatama peaks aga veel juhtu

3. Ühes reas on värvitud n ruutu, aga mitte üheski veerus ei ole värvitud n ruutu.