

Eesti koolinoorte LII matemaatikaolümpiaad

PIIRKONNAVOOR

15. jaanuar 2005

VII klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.

Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.

Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia arvu $2 \cdot 4 \cdot 6 + 6 \cdot 8 \cdot 10 + 10 \cdot 12 \cdot 14 + 14 \cdot 16 \cdot 18$ viimane number.

.....

2. Tõmba ring ümber igale murrule, mis sobib $\frac{m}{n}$ asemel võrratusse

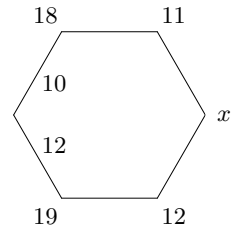
$$\frac{3}{4} < \frac{m}{n} < \frac{5}{6}.$$

$$\frac{19}{24} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{7}{8}$$

3. Leia naturaalarvude a ja b summa $a + b$ vähim võimalik väärtus, kui $3a \cdot 7b = 210$.

.....

4. Kuusnurga igale küljele kirjutati üks arv ning igasse tippu selle kahel lähisküljel olevate arvude summa. Joonisel on säilinud ainult osa arve. Leia nende abil arv, mis oli kirjutatud x -i kohale.



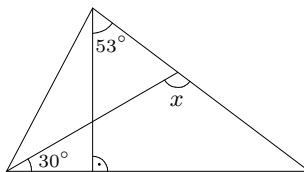
.....

5. Reedel maksis 1 kg kooki 80 krooni. Laupäeval oli poes allahindlus 20%. Kui palju maksis laupäeval 200 g seda kooki?

.....

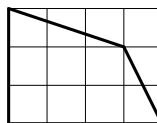
6. Leia nurga x suurus.

.....

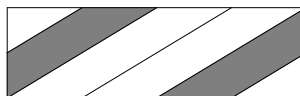


7. Mitme väikese ruudu pindalaga on võrdne jämeda joonega piiratud nelinurga pindala?

.....



8. Ristküliku pikemad küljed on jaotatud neljaks võrdseks osaks ja lühemad küljed pooleks. Kui suur osa ristküliku pindalast on värvitud tumedaks?

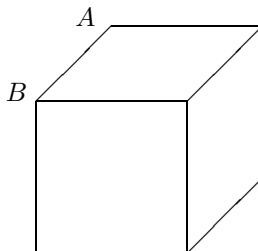
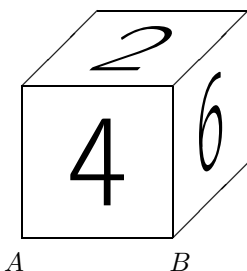


.....

9. Sektori nurga suurus on 30° ja selle sektori pindala on $3\pi \text{ cm}^2$. Leia kogu ringi pindala.

.....

10. Kuubi igale tahule on kirjutatud üks arvudest 1 kuni 6 nii, et vastastahkudel paiknevate arvude summa on 7. Kuupi pööratakse nii, et tipud A ja B lähevad vasakul joonisel näidatud asendist paremal joonisel näidatud asendisse. Kanna parempoolsele joonisele kuubi nähtavatel tahkudel olevad arvud pärast pööramist.



Eesti koolinoorte LII matemaatikaolümpiaad

PIIRKONNAVOOR

15. jaanuar 2005

VIII klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.

Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.

Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Arvuta: $\frac{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8} = \dots\dots\dots$

2. Olgu $x = -1$ ja $y = 1$. Tõmba ring ümber vähima väärtusega avaldisele (kui selliseid on mitu, siis kõigile neile).

$$x^2 + y^2$$

$$(y - x)^2$$

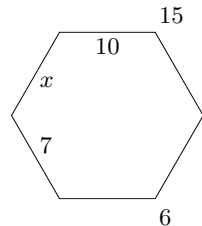
$$y^2 - 2yx + x^2$$

$$x^2 - y^2$$

3. Koolis on 1100 õpilast. Milline on suurim arv, mille puhul võime kindlalt väita, et koolis leidub alati nii mitu õpilast, kellel on samal päeval sünnipäev?

.....

4. Kuusnurga igale küljele kirjutati üks arv nii, et vastaskülgedel asuvate arvude summad olid võrdsed. Igasse tippu kirjutati selle kahel lähisküljel olevate arvude summa. Joonisel on säilinud ainult osa arve. Leia nende abil arv, mis oli kirjutatud x -i kohale.



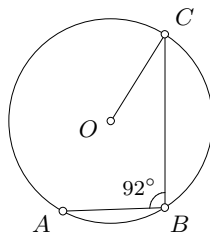
.....

5. Vanaema oli kudunud kolmveerandi salli pikkusest, kui selgus, et 10% juba kootud osast tuleb üles harutada. Mitu protsenti salli pikkusest jääb tal harutamise järel veel kududa?

.....

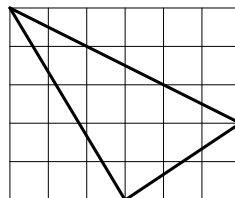
6. Leia nurga OCB suurus, kui punktid A , B ja C asuvad ringjoonel keskpunktiga O ning $|AB| = |OC|$.

.....



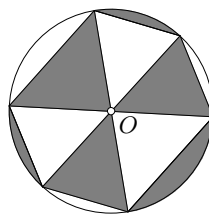
7. Mitme väikese ruudu pindalaga on võrdne jämeda joonega piiratud kolmnurga pindala?

.....



8. Kui suur osa ringist on värvitud tumedaks, kui O on ringjoone keskpunkt?

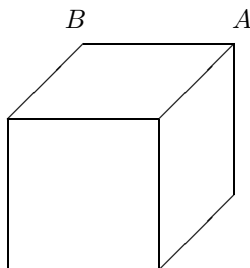
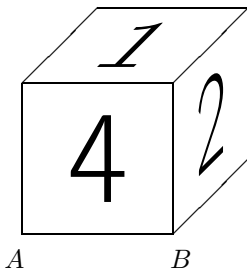
.....



9. Kogu ringi pindala on sektori pindalast 1,2 korda suurem. Leia sektori nurga suurus.

.....

10. Kuubi igale tahule on kirjutatud üks arvudest 1 kuni 6 nii, et vastastahkudel paiknevate arvude summa on 7. Kuubi pööratakse nii, et tipud A ja B lähevad vasakul joonisel näidatud asendist paremal joonisel näidatud asendisse. Kanna parempoolsele joonisele kuubi nähtavatel tahkudel olevad arvud pärast pööramist.



Eesti koolinoorte LII matemaatikaolümpiaad

PIIRKONNAVOOR

15. jaanuar 2005

IX klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.

Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.

Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Arvuta: $\frac{2005^3 - 4 \cdot 2005}{2005^2 + 2 \cdot 2005} = \dots\dots\dots$

2. Olgu $x = -1$ ja $y = 1$. Tõmba ring ümber vähima väärtusega avaldisele (kui selliseid on mitu, siis kõigile neile).

$$y^3 - x^3$$

$$(y - x)^3$$

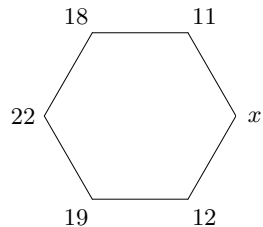
$$y^3 - 3y^2x + 3yx^2 - x^3$$

$$y^3 + x^3$$

3. Leia nii suurim kui ka vähim arv selliste kolmekohaliste arvude seast, mis jaguvad arvuga 9 ja mille numbriteks on kolm järjestikust naturaalarvu mingis järjekorras.

..... ja

4. Kuusnurga igale küljele kirjutati üks arv ning igasse tippu selle kahel lähisküljel olevate arvude summa. Joonisel on säilinud ainult osa arve. Leia nende abil arv, mis oli kirjutatud x -i kohale.

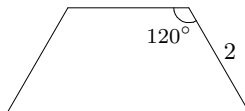


.....

5. Telesaade lõppes kell 16.00. Kui reklaampause, mis moodustasid 20% saate ajast, poleks olnud, siis oleks saade lõppenud kell 15.30. Mis kell saade algas?

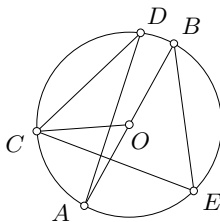
.....

6. Võrdhaarse trapetsi ühe nurga suurus on 120° ning haara pikkus on 2. Trapetsi nürinurga poolitaja poolitab pikema aluse. Leia trapetsi aluste pikkused.



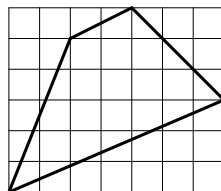
..... ja

7. Ringjoonel keskpunktiga O ja diameetriga AB on valitud punktid C , D ja E , nagu joonisel näidatud. Leia nurkade CDA ja BEC suuruste summa.



.....

8. Mitme väikese ruudu pindalaga on võrdne jämeda jooniga piiratud nelinurga pindala?



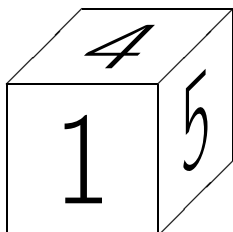
.....

9. Mõisted *rööpkülilik*, *romb*, *ristkülik* ja *ruut* on mingis järjekorras tähistatud tähtedega A , B , C ja D . Leia, millist mõistet tähistab iga täht, kui järgmised kolm väidet on kõik õiged:

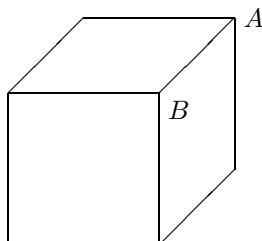
- a) A on D , mille küljed on võrdsed;
- b) D on C , mille nurgad on võrdsed;
- c) B on C , mille küljed on võrdsed.

A : B : C : D :

10. Kuubi igale tahule on kirjutatud üks arvudest 1 kuni 6 nii, et vastastahkedel paiknevate arvude summa on 7. Kuupi pööratakse nii, et tipud A ja B lähevad vasakul joonisel näidatud asendist paremal joonisel näidatud asendisse. Kanna parempoolsele joonisele kuubi nähtavatel tahkudel olevad arvud pärast pööramist.



A B



Eesti koolinoorte LII matemaatikaolümpiaad

PIIRKONNAVOOR

15. jaanuar 2005

VII klass

II osa: Lahendamiseks on aega 2 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

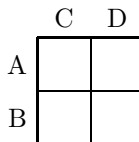
1. Kirjuta igasse ruutu üks number nii, et tekivad kahekohalised arvud ei alga nulliga ja rahuldavad järgnevaid tingimusi. Selgita, millises järjekorras ruute täitsid. Põhjenda, miks muid võimalusi pole.

Paremale.

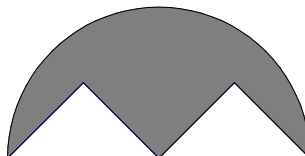
- A. Arvu 3 kordne.
- B. Algarvu kolmekordne.

Alla.

- C. Arvu 25 kordne.
- D. Naturaalarvu ruut.



2. Poolringi diameetrile on joonestatud kaks võrdset võrdhaarset täisnurkset kolmnurka. Leia tumedaks värvitud osa pindala, kui poolringi diameeter on 14 cm.



3. Andre sai kingituseks viis tühja hoiukarpi. Iga päev valib ta välja kaks erinevat karpi ja laseb kummassegi korraga ühe ühekroonise münti. Kas sel viisil münte kogudes on võimalik, et teatud aja pärast on igas hoiukarbis täpselt

- a) neli münti;
- b) seitse münti?

Jaatava vastuse korral näita, kuidas tuleks tegutseda; eitavat vastust põhjenda.

Eesti koolinoorte LII matemaatikaolümpiaad

PIIRKONNAVOOR

15. jaanuar 2005

VIII klass

II osa: Lahendamiseks on aega 2 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Kirjuta igasse ruutu üks number nii, et tekkivad kolmekohalised arvud ei alga nulliga ja rahuldavad järgnevat tingimusi. Selgita, millises järjekorras ruute täitsid. Põhjenda, miks muid võimalusi pole.

Paremale.

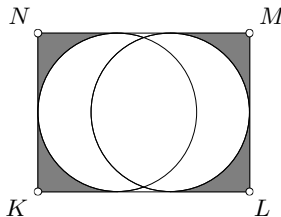
- A. Naturaalarvu ruutu, mis jagub arvuga 5.
- B. Arvudega 5 ja 6 jaguv arv.
- C. Arv, mille kõik numbrid on paaritud ja mille numbrite summa on 11.

	D	E	F
A			
B			
C			

Alla.

- D. Arvu 2005 ainsast kolmekohalisest tegurist 222 võrra suurem arv.
- E. Arv, milles on kaks paarisnumbrit ja mis jagamisel arvuga 4 annab jäägi 1.
- F. Arvuga 3 jaguv arv.

2. Ristkülikusse $KLMN$ on joonestatud kaks ristküliku külgi puutuvat ringjoont. Leia nelja tumedaks värvitud osa pindalade summa, kui $|KL| = 12$ cm ning ringjoonte keskpunktide vaheline kaugus on kolmandik külje KN pikkusest.



3. Basseinis on 8 vee väljalaskeklappi. Süsteemi abil on võimalik valida täpselt 4 klappi ja muuta nende asend vastupidiseks (avatud klapp sulgub, suletud klapp avaneb). Kas selle süsteemi korduval rakendamisel on võimalik avada kõik klappid, kui esialgu on avatud:
- a) üks klapp;
 - b) kaks klappi?

Jaatava vastuse korral näita, kuidas tuleks tegutseda; eitavat vastust põhjenda.

Eesti koolinoorte LII matemaatikaolümpiaad

PIIRKONNAVOOR

15. jaanuar 2005

IX klass

II osa: Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Karlssonil ja Väikevennal oli kõht tühi ning nad sõid kahekesi ära Majasoku lihapallid. Pärast seda oli neil mõlemal kõht täis. On teada, et täis kõhuga Väikevend on raskem tühja kõhuga Karlssonist, täis kõhuga Karlsson aga on täpselt kaks korda raskem tühja kõhuga Väikevennast. Kumb kaalus rohkem, kas tühja kõhuga Väikevend või Majasoku lihapallid?
2. Viki valis mingi kolmekohalise arvu ja kirjutas üles kõik 23 jääki, mis tekkisid selle arvu jagamisel arvudega 8, 9, ..., 30. Kas on võimalik, et nende jääkide hulgas esineb jääk 7
 - a) vähemalt kaheksa korda;
 - b) vähemalt kümme korda?
3. Tasandile joonestatakse kaks ringjoont ning kummagi keskpunktist tõmmatakse teisele ringjoonele puutuja. Tõesta, et kui lõigud, mis ühendavad ühe ringjoone keskpunkti teisel ringjoonel asuva puutepunktiga, on võrdse pikkusega, siis on võrdsed ka ringjoonte raadiused.
4. Antud on 2005 täisarvu. Võlur Merlin mängib järgmist mängu. Käigu tegemiseks valib ta välja mingid 7 arvu ning iga valitud arvu (sõltumata teistest valitud arvudest) kas suurendab 1 võrra või korrutab arvuga -1 . Tõesta, et lõpliku arvu selliste käikudega saab Merlin muuta kõik 2005 arvu nullideks.