

LI Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

7 февраля 2004 г.

VII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Вычислить значение выражения $\frac{6 + 6 \cdot 3 - 3}{3}$.

.....

2. Андрей перечислил в возрастающем порядке первые десять простых чисел. Какое простое число Андрей назвал последним?

.....

3. Разность чисел $9x$ и $2x$ равна 21. Найти значение $5x$.

.....

4. Сколько положительных делителей имеет число 24 (включая делители 1 и 24)?

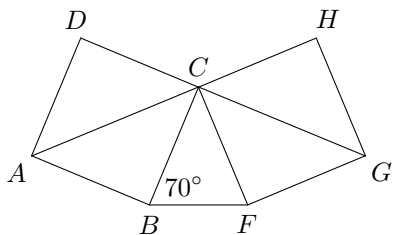
.....

5. Аня купила синие и желтые воздушные шарик. Синие шарик она раздала трем своим подругам так, что каждая подруга получила два шарика, а желтые шарик Аня все оставила себе. Сколько шариков купила Аня, если себе она оставила 40% от всех купленных шариков?

.....

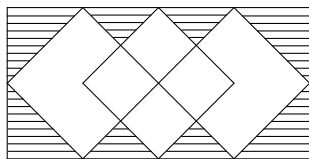
6. Квадраты $ABCD$ и $CFGH$ равны и $\angle CBF = 70^\circ$. Найти величину угла ACG .

.....



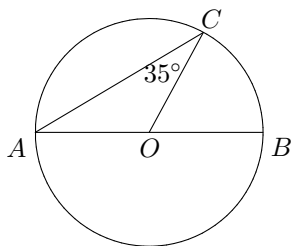
7. В прямоугольник нарисованы три равных квадрата, причем центр среднего квадрата находится в общей вершине крайних квадратов. Общая площадь незаштрихованной части равна 5 см^2 . Найти площадь заштрихованной части.

.....



8. Точка O является центром окружности и $\angle ACO = 35^\circ$. Найти величину угла COB .

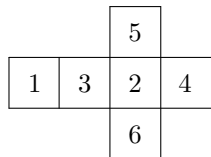
.....



9. Призма имеет 8 вершин. Сколько ребер у этой призмы?

.....

10. На гранях куба написаны числа от 1 до 6. На рисунке показана развертка этого куба. Найти наибольшее значение произведения чисел, находящихся на гранях с общей вершиной.



.....

LI Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

7 февраля 2004 г.

VIII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти $\frac{3}{4}$ от числа, $\frac{5}{6}$ от которого составляет 60.

.....

2. Маша перечислила все простые числа, которые меньше числа 32. Сколько простых чисел она назвала?

.....

3. Среднее арифметическое чисел $3a$ и $8a$ равно 22. Найти значение a .

.....

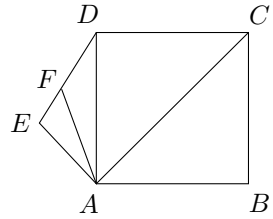
4. Из чисел $1, 2, \dots, 2004$ вычеркнули все такие числа x , для которых $2005 - x$ делится на 3. Сколько чисел вычеркнули?

.....

5. Первую передачу новой телеигры посмотрело 5000 человек, а десятую передачу 12000 человек. На сколько процентов увеличилась число зрителей?

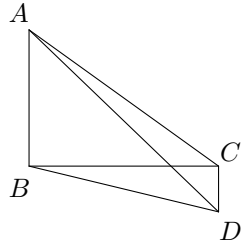
.....

6. На рисунке $ABCD$ является квадратом, отрезок AF есть биссектриса угла EAD , $\angle AED = 110^\circ$ и $\angle FDA = 30^\circ$. Найти величину угла FAC .



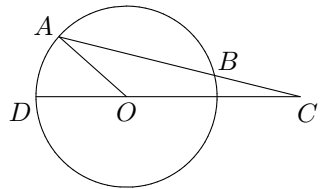
.....

7. Отрезки AB и CD перпендикулярны отрезку BC и $|CD| = \frac{1}{3}|AB|$. Во сколько раз площадь треугольника ABD больше площади треугольника ADC ?



.....

8. Точка O является центром окружности, $|BC| = |OA|$ и $\angle ACO = 10^\circ$. Найти величину угла AOD .

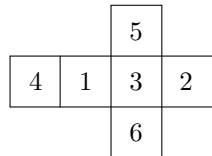


.....

9. Призма имеет 6 граней. Сколько вершин у этой призмы?

.....

10. На гранях куба написаны числа от 1 до 6. На рисунке показана развертка этого куба. Найти наибольшее значение произведения чисел, находящихся на гранях с общей вершиной .



.....

LI Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

7 февраля 2004 г.

IX класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Сумма четырех последовательных натуральных чисел равна 138. Найти наибольшее из этих четырех чисел.

.....

2. Петя написал на доске восемь первых простых чисел в возрастающем порядке. Какую цифру он написал двенадцатой?

.....

3. Первые a дней участник ралли проезжал k километров в день, оставшиеся b дней m километров в день. Сколько бензина понадобилось автомобилю на всю дорогу, если средний расход бензина составляет x литров на 100 километров?

.....

4. Из чисел $1, 2, \dots, 2004$ вычеркнули все такие числа x , для которых $2005 - x$ делится на 3. Сколько чисел осталось?

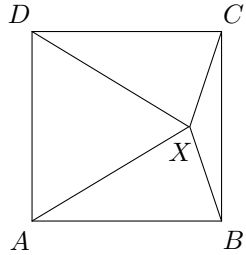
.....

5. Фирма увеличила экспорт своей продукции на 1000%. Во сколько раз увеличился экспорт?

.....

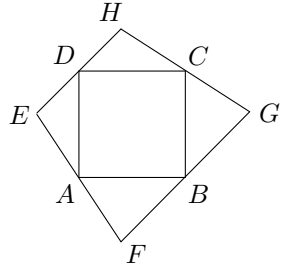
6. Внутри квадрата $ABCD$ взята точка X так, что треугольник AXD равносторонний. Найти величину угла XBC .

.....



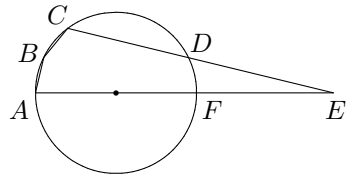
7. Вершины квадрата $ABCD$ находятся в серединах сторон равнобедренной трапеции $EFGH$ и площадь квадрата равна 18 см^2 . Найти площадь трапеции $EFGH$.

.....



8. Продолжения диаметра AF окружности и ее хорды CD пересекаются в точке E , причем $|EF| = |FC|$ и $\angle FED = 10^\circ$. Точка B делит дугу AC на две равные части. Найти величину угла ABC .

.....

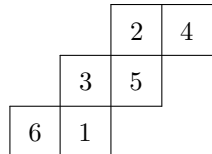


9. Призма имеет 12 ребер. Сколько граней у этой призмы?

.....

10. На гранях куба написаны числа от 1 до 6. На рисунке показана развертка этого куба. Найти наибольшее значение произведения чисел, находящихся на гранях с общей вершиной .

.....



LI Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

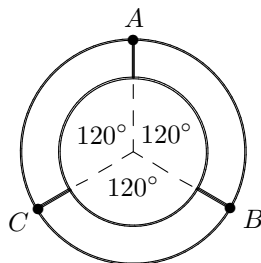
7 февраля 2004 г.

VII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все такие трехзначные нечетные натуральные числа a , произведение которых с числом 748 оканчивается цифрами 2004.
2. Математический тест состоит из 30 алгебраических и 50 геометрических вопросов. Рома ответил правильно на 80% всех вопросов теста, причем он ответил правильно на 70% алгебраических вопросов. На сколько геометрических вопросов Рома ответил правильно?

3. Три города A , B и C расположены на кольцевой дороге, которая в местах расположения городов соединена с другой, меньшей кольцевой дорогой так, как показано на рисунке. Какова длина наименьшего пути между двумя городами, если радиус большей кольцевой дороги равен 60 км, а радиус меньшей дороги равен 40 км? (Изображенные на рисунке пунктирные отрезки дорогами не являются.)



LI Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

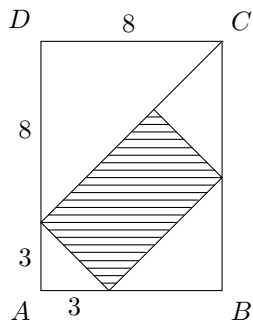
МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

7 февраля 2004 г.

VIII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи
дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все такие трехзначные натуральные числа, которые сами являются квадратом некоторого натурального числа и для которых двузначное число, оставшееся после стирания цифры сотен, также является квадратом некоторого натурального числа.
2. Найти площадь заштрихованного прямоугольника, находящегося внутри прямоугольника $ABCD$.



3. Юра и Маша живут в одном и том же многоэтажном доме. На каждом этаже дома находится 10 квартир: на первом этаже квартиры 1, 2, ..., 10, на втором этаже квартиры 11, 12, ..., 20 и т.д. Известно, что номер этажа Юры равен номеру квартиры Маши, причем сумма номеров квартир Юры и Маши равна 239. Найти номер квартиры Юры.

LI Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

7 февраля 2004 г.

IX класс

II часть: Время, отводимое для решения: 4 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Железнодорожные рельсы имеют длину 30 м, причем стыки обоих рельсов расположены напротив друг друга. Коля едет в поезде, движущемся с равномерной скоростью, и пытается определить эту скорость, подсчитывая количество стуков колес на стыках рельсов за некоторый промежуток времени. На протяжении какого времени Коля должен считать стуки колес, чтобы насчитанное количество стуков оказалось равным скорости поезда в км/ч?
2. Найти все цифры, на которые может заканчиваться сумма n первых положительных целых чисел.
3. Две окружности проходят через центры друг друга O_1 и O_2 и пересекаются в точках A и B . Доказать, что прямая O_1B является касательной окружности, описанной около треугольника O_1O_2A .
4. Маша и Юра играют на игровом поле, состоящем из рядом расположенных n клеток ($n \geq 2$), в следующую игру. У каждого игрока имеется одна фишка, в начале игры фишки установлены на крайних клетках игрового поля и на каждом ходу игрок передвигает свою фишку на одну или две клетки в любом направлении. Ходы делаются по очереди и начинает Маша. Выигрывает игрок, который поставит свою фишку на клетку, занимаемую фишкой противника. При каких значениях n имеется выигршная стратегия у Маши и при каких значениях n у Юры?