

# Kontrollijate kommentaarid 2003. a. matemaatikaolümpiaadi piirkonnavoору tööde kohta

## Kokkuvõtteks

Ka tänavu pakkusime 10.-12. klassidele piirkonnavoorus 6 ülesannet, millest esimesed 2 püüdsime koostada nii, et nad kasutaksid koolis hiljuti õpitud ning oleksid ka oma stiililt igapäevastele kooliülesannetele lähedasemad — eesmärgiga pakkuda jõukohast nuputamist ka neile osavõtjatele, kes traditsiooniliste “olümpiaadistiilis” ülesannetega veel hästi toime ei tule. Tulemusi vaadates on näha, et hästi õnnestus see 11. klassis, kus need kaks ülesannet olid just osavõtjaskonna nõrgema poole jaoks selgesti kaks kõige lihtsamat. Ka 10. klassi esimene ülesanne täitis igati oma rolli, teine (murruliste astendajatega avaldise lihtsustamine, mida koostajad ise vahest üldse kõige “õpikulikumaks” pidasid), aga paraku eriti mitte. 12. klassis jäi kahjuks teise ülesande sõnastus ebatäpseks, mis muutis ülesande planeeritust oluliselt üldisemaks ja raskemaks, ning ka esimest ülesannet lahendati oodatust mõnevõrra nõrgemini. Samas aga osutusid selle klassi ülejäänud neljast ülesandest kolm lahendajatele palju lihtsamateks kui julgesime loota, täites sellega hoopis paremini “rahvaülesannete” rolli kui selleks spetsiaalselt koostatud esimesed kaks.

Teemade lõikes tulemusi vaadates hakkab silma, et kõige raskemateks osutunud ülesanded (12.3 ja 9.3) on mõlemad täisarvude jaguvusest, varem sageli raskeimateks osutunud geomeetria- ja kombinatoorikaülesannetest paljusid lahendati aga seevastu üleootuste hästi.

Nagu kolmel eelmisel aastal, ei vaadanud žürii ka tänavu enamikus klassides läbi kõiki ülesandeid kõikides piirkondadest saadetud töödes, vaid ainult niipalju, kui oli vaja huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õiglaseks määramiseks. See tähendab, et kõikide huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õpilaste töödes vaadati läbi kõik ülesanded ning ükski õpilane, kelle töös mõned ülesanded jäid läbi vaatamata, ei tõuseks kutsutavate hulka ka siis, kui talle kõikide nende ülesannete eest antaks maksimaalsed punktid.

Läbi vaatamata jäänud ülesanded on tabelites eristatud halli (veebiversioonis oranži) taustavärviga. 9. ja 11. klassi tööde kontrollijad vaatasid läbi kõikides töödes kõik ülesanded.

## 7. klass (Eltis Abel, Mart Abel)

### Test

**Ül. 1:** Žürii otsustas täienduseks hindamisjuhiste jaoks anda 1 punkti ka vastuse  $\frac{1}{8}$  eest.

**Ül. 3:** Hindajad ei olnud mitmel juhul tähele pannud, et kui üks numbritest on õige, tuleb anda ka 1 punkt.

**Ül. 4:** Vastus  $n = 0$  andis 1 punkti.

**Ül. 5:** Hindajad ei olnud märganud, et kombinatsioon 0,4 gabbit ja 0,4 dabbit annab ka kokku 2 dabbit. Sellise (ja teiste analoogiliste) vastuste eest oli ette nähtud 1 punkt.

**Ül. 6:** Mitmel pool oli vastuseks antud nurkade  $\alpha$  ja  $\beta$  suurused, mida tegelikult aga ei ole võimalik ülesande andmete põhjal üheselt määrata.

**Ül. 8:** Paljud lahendajad olid vastuseks saanud  $18 \text{ cm}^2$ .

**Ül. 9:** Seda testi ülesannet tuli kõige suuremas arvus töödest ümber hinnata. Ümardatud vastuse eest anti mitmel juhul 2 punkti ja vastuse  $251,2 \text{ cm}^2$  eest 0 punkti, kuigi tegelikult tulnuks mõlemal juhul anda 1 punkt.

## Ülesanne 1

Lahendamisel lähtuti sageli konkreetsest vee hulgast (näiteks 100 liitrit) põhjendamata, miks just selline vee hulk valiti. Massiliselt võrdsustati omavahel protsente ja arve (näiteks  $80\% = 0,8$ ).

## Ülesanne 2

Kõige rohkem raskusi valmistas kolmnurga  $EOF$  pindala leidmise põhjendamine. Massiliselt kasutati  $\pi$  asemel tema lähisväärtusi ja anti vastus ümardatult.

## Ülesanne 3

See ülesanne osutus kõige raskemaks ning ka kõige rohkem ümberhindamist vajavaks ülesandeks. Ka valede vastuste eest (ilma põhjendusteta) oli mõnel pool antud 6–7 punkti.

Kõige sagedasem viga: pandi tähele, et kõige väiksem kahekohaline algarv, mille numbrid on erinevad, on 13, sellest lähtuvalt konstrueeriti arvud 37, 79 ja 91 ning loeti sellega ülesanne lahendatuks. Ka mõned kontrollijad ei olnud märganud, et  $91 = 7 \cdot 13$  on kordarv.

Paljudes töodes oli toodud ainult vastus ilma mõistlike selgitusteta.

## 8. klass (Raili Vilt, Leopold Parts)

### Üldised märkused

8. klass sai olümpiaadi II osas peaaegu 3 arvuteooria ülesannet — 1. ülesandes oli täisarvudes lahenduv võrrand, 2. ülesandes vaja lahendada võrrand  $a^2 + b^2 + c^2 = 26$ , 3. ülesandes vaja leida arvu 462 jagajaid.

## Test

Ül. 9: Hindamise ühtlustamise seisukohalt lugesime õpilase poolt antud lõppvastuseks parempoolseimat ning vastuse  $\frac{16}{4\pi}$  lugesime 2 punkti väärilisteks. Vastus 1,27 või täpsem lähisväärtus olid hindamisjuhendi järgi väärt 1 punkti; vastused 1,3, 1,25, 1,26 ja 1,2 ei ole seda kriteeriumi rahuldavad lähisväärtused ning nende eest punkti ei saanud.

### Ülesanne 1

Levinuim viga oli eeldus, et arvud peavad olema võrdsed. Palju oli ka lahendusi, kus saadi vastus lihtsalt proovimise teel.

### Ülesanne 2

Raskusi valmistas hinnang, kui ilmne on raadiuste leidmine, kui on teada nende ruutude summa. Oli õpilasi, kes ei teadnud ringi pindala valemit.

### Ülesanne 3

Kõige raskem ülesanne. Väga palju prooviti niisama arve läbi, arvude jaguvuse tunnetust õpilastel veel praktiliselt pole.

## 9. klass (Kalle Kaarli, Eno Tõnisson)

### Üldised märkused

Jääb mulje, et tänavune 9. klassi ülesannete komplekt osutus ehk liiga lihtsaks, nii et on isegi raske valida, keda kutsuda lõppvoorule. Kui 1. ülesande lihtsus oli taotluslik (et iga lahendajale vähemalt üks ülesanne jõukohane oleks), siis viimane ülesanne nii lihtsana küll mõeldud ei olnud. Oma rolli täitsid 2. ja 3. ülesanne. Me vaatasime küll läbi kõik tööd, kuid mitmetel juhtudel ei hakanud tegema 1–2 punktiseid parandusi (eriti vähendamise suunas) töödes, mille autorid lõppvoorule niikuinii ei pääse.

## Test

Maksimaalsete punktidega töid oli kümme-kond. Tundus, et test oli õnnestunult koostatud. Hindamisjuhendit oldi korralikult jälgitud. Mõnevõrra rohkem oli hindamisjuhendi vastu eksitud 10. ülesande puhul, võib-olla seetõttu, et hindamisjuhendi lõpp oli uue leheküljel. Raskeim tundus olevat ülesanne 4, mis oli paljudel vastamata.

### Ülesanne 1

Enamikul korralikult tehtud. Mõnes lahenduses oli võrrand saadud ebaõige arutlusega.

## Ülesanne 2

See ülesanne täitis hästi oma rolli: tugevamad lahendasid ülesande täielikult, teised tegid mõne sammu ja mitmed ei jõudnud eriti kaugemale. Hinnatud oldi suhteliselt hästi. Tundus, et Tartu hindaja oli küllaltki usin punkte maha võtma ka sealt, kust ehk poleks pidanud.

## Ülesanne 3

Ka see ülesanne täitis hästi oma rolli: tugevamad lahendasid ülesande täielikult või peaaegu täielikult, nõrgemad ei saanud hakkama ja keskmised suutsid midagi asjalikku ära teha. Väga paljud lahendajad oskasid järeldada, et sobivad neljakohalised arvud peavad lõppema ühega järgmistest numbritest: 0, 2, 6, 8. Seejärel ei olnud enam palju arve kontrollida, kuid siiski absoluutselt õige vastuseni jõudsid vähesed. Ka hindajatele ei ole suuri etteheiteid. Silma torkasid vaid mõned Tartu ja Kiviõli õpilaste tööd, milles selle ülesande lahendus oli tugevasti üle hinnatud.

## Ülesanne 4

Peaaegu kõik õpilased lahendasid selle ülesande. Vormistuse osas olid küll erinevused suured, kuid selle arvestamine oleks hindamise muutnud väga tülikaks. Jäime selle juurde, et kui meie jaoks oli selge, et õpilane teadis, kuidas vedureid suunata, siis andsime talle ka 7 punkti. Nii oli teinud ka enamik hindajaid. Üksikud lahendajad, kes said 0 või 1 punkti, ei mõistnud ülesande teksti (lubasid vedureil liikuda ka tagasisuunas).

## 10. klass (Reimo Palm)

### Ülesanne 1

Vastavalt hindamisskeemile on alandatud punktide arvu siis, kui pole välja arvutatud ostu koguhinda kolme vaiba puhul, vaid on ainult väidetud, et väiksem vaipade arv kui 4 vastuseks ei sobi.

Mõni lahendaja oli mõistnud ülesande teksti nii, et ümardada tuleb iga vaiba hinda eraldi, mitte ostu lõppsummat. Sellist käsitusviisi ei ole õigeks loetud ja punkte selle eest on antud niipalju, kui suur osa õigest lahendusest on olemas.

### Ülesanne 2

„Kuupide summa“ asemel peab hindamisjuhises olema „kuupide vahe“. Muutusi on vähe, needki lihtsalt ühtlustamised.

### Ülesanne 3

Kui arvutusvalemitega pole juures selgitust, siis on seda samastatud puuduva loendamise sidega ning vastavalt hindamisjuhisele antud 2 punkti vähem.

Kes oli leidnud vastuseks 45, sai 1 punkti, sest see on võimaluste arv esimese paari moodustamiseks.

### Ülesanne 4

Mõnel lahendajal on üks punkt maha võetud selle eest, et pole selget viidet, miks vaadeldav kolmnurk on täisnurkne, hoolimata sellest, et seda fakti kasutatakse lahenduses ja kujutatakse joonisel.

### Ülesanne 5

Paaris töös oli leitud ainult otsitava inimeste arvu alumine ja ülemine tõke. Niisugust lahendust on hinnatud 2–3 punktiga sõltuvalt sellest, kui lähedale ülesande õigele lahendusele jõutud on.

Õigeks lahenduseks ei ole peetud seda, kui kirja on pandud ainult tabel, mitu inimest paigutas teatava saateliigi teatavale kohale, ilma põhjendusi toomata. Sisuliselt on niisugusel juhul tegemist palja vastusega.

Samuti on võetud punkte maha selle eest, et ei kasutatud tingimust, mille kohaselt iga järjestust pakkus vähemalt 10 inimest, vaid valiti lihtsalt ühe või mitme muutuja väärtuseks 10. Kui seda eeldust mingi muu kasulik tulemus ei kompenseerinud, siis on loetud selle eksimuse hinnaks vastavalt hindamisjuhisele 3 punkti.

### Ülesanne 6

Mõned lahendused on loetud täielikuks, kui on näha, et lahendus on tegelikult olemas, kuigi seda pole võib-olla päris korrektselt kirja pandud.

Lahendusi, kus pole põhjendatud, miks valitud arvud sobivad, on hinnatud 3 punktiga.

## 11. klass (Jan Villemson, Oleg Petšonkin)

### Ülesanne 1

See ülesanne oli mõeldud lihtsana ning täitis niisugusena oma eesmärgi. Enamusel lahendajatest ei tekkinud vastuse leidmisega praktiliselt mingeid probleeme. Mitmes lahenduses oleks tahtnud näha ilmutatud kujul selgitust, miks ükski leitud nullkohadest lahendiks ei sobi, kuid korrektse vastuse korral selle puuduse eest me reeglina punkte maha ei võtnud. Paaris töös prooviti teisendada antud võrratus kujule  $x^2 + x - 2 \geq x^2 - 1$ , mis läheks läbi, kui mõlemad murrud oleksid positiivsed. Käesoleva ülesande korral see aga nii ei ole ja negatiivsuse juht tuleks eraldi läbi vaadata, sest vastasel juhul läheb osa lahendeid kaduma. Niisuguse puudusega lahendused said 2 punkti.

## Ülesanne 2

Ülesanne oli lihtne. Paljud lahendused kasutasid sirgete võrrandeid – leiti kesklõike sisaldavate sirgete võrrandid, edasi külgi sisaldavate sirgete võrrandid ning lõpuks tipud kui külgi sisaldavate sirgete lõikepunktid. Kõige levinum viga oli see, et tehti lihtsalt joonis ja kirjutati, et vastus on ilmne. Niisuguse lahenduse eest anti 1 punkt.

## Ülesanne 3

Ülesanne osutus oodatust veidi tõsisemaks pähkliks. Õige vastuse 99 sai rõhuv enamus lahendajaid kätte, kuid põhjendustega, miks suuremad arvud ei sobi, jäädi sageli poole peale. Idee üldistada vastuolu, mis tekib kolme- ja neljakohaliste arvude korral, leiti tihti küll üles, kuid žürii ootas lahendustest korrektset üldjuhu käsitlust ja seda enamasti ei antud. Esialgsetest hinnetest võis näha, et hindajad suhtusid sellesse puudujääki üsna leebelt; hindamise ühtlustamisel langesid paljud punktid seetõttu tunduvalt.

## Ülesanne 4

Paljudes lahendustes oli kolmnurkade sarnasuse kasutamise asemel tehtud pikki algebralisi ja trigonomeetrilisi arvutusi. Niisugune lähenemine on ratsionaalsest kaugel, kuid viib siiski sihile.

## Ülesanne 5

Mitmetes lahendustes oli juhtude läbivaatuse teel leitud osad lahendid, kuid ei püütudki põhjendada, miks rohkem lahendeid ei leidu. Paljud said kätte ainult kaks “äärmist” lahendit  $(9, 55)$  ja  $(57, 7)$ .

## Ülesanne 6

Tõestusülesanded on alati olümpiaadidel küllalt keerulised nii lahendada kui ka hinnata ning 6. ülesanne pole selles mõttes erand. Sageli on korrektse ja puuduliku tõestuse vahel vahetegemine raske ning seetõttu lähtus žürii ümberhindamisel küllaltki formaalsetest tunnustest.

Ülesande a)-osas tuli näidata teatava konstruktsiooni mitteeksisteerimine. Standardne võte selleks on invariantmeetod, st. leitakse süsteemi kirjeldamiseks mingi suurus (antud juhul nullide arvu paarsus), mis kogu protsessi jooksul ei muutu, ning üritatakse seda kasutades jõuda vastuoluni. Sellest osast said täispunktid kätte vaid need lahendused, kus sobiv invariant oli selgelt sõnastatud ning tema käitumine täielikult läbi analüüsitud. Näiteks nullide arvu paarsuse analüüs sisaldab kolm komponenti:

- juht, mil mõlemad muudetavad arvud on 0-d,
- juht, mil mõlemad muudetavad arvud on 1-d,
- juht, mil üks arv on 0 ja teine 1.

Paljudes töodes oli jäetud tähele panemata võimalus, et kord juba ühtedeks muudetud arve võib nullideks tagasi muuta. Mitmed lahendajad üritasid apelleerida sellele, et muutusi peab kokku olema paaritu arv, kuid niisugust mõttekäiku korrektselt lõpuni viia pole sugugi niisama lihtne; sellega sai hakkama vaid üks lahendaja.

Ülesande b)-osa nõudis sobiva konstruktsiooni esitamist. Paljud lahendajad piirdusid konstruktsiooniga, mis sobib vaid juhul  $n \equiv 1 \pmod{4}$ , niisugune lahendus teenis vastavalt hindamisskeemile 0 punkti. Ka ei antud punkte erijuhtude läbivaatamise eest väikeste  $n$  väärtuste korral.

Kokkuvõttes tuleb tõdeda, et võrreldes esialgsete tulemustega vähenesid paljude õpilaste punktid ühtlustamisel tunduvalt, kuid teisest küljest on niisuguste ülesannete juures osaliste lahenduste eest antavate punktide võrdse kaalu tagamine ka üsna keeruline.

## 12. klass (Emilia Käsper, Martin Pettai)

### Üldised märkused

Esimene, neljas ja kuues ülesanne olid enamikule jõukohased. Ka teise ja viienda ülesande suutsid paljud ära lahendada. Üllatusena žürii jaoks osutus aga kolmas ülesanne ootamatult raskeks.

### Ülesanne 1

Ülesanne osutus üsna lihtsaks, kõik lõppvooru pääsenud õpilased lahendasid selle 6 või 7 punkti peale. Peaaegu kõigis läbivaadatud töodes taandati ülesanne ruutvõrrandi lahendamisele. Tuletiste abil ei lahendanud läbivaadatud töodes seda ülesannet keegi. Enamasti võtsime punkti maha selle eest, et ei olnud põhjendatud, miks  $-2$  ei saa lahend olla.

### Ülesanne 2

Selle ülesande sõnastusse oli žürii süül sattunud viga — ülesande tekstist oli välja jäänud tingimus, et paraboolide ühine puutujasirge peab neid puutama ühes ja samas punktis, s.t. need paraboolid peavad ka teineteist puutama. Kuna puuduv tingimus muutis ülesande tunduvalt raskemaks ja valdav osa õpilasi oli siiski ülesannet tõlgendanud nii, nagu peaksid paraboolid puutama, otsustasime sellised lahendused õigeks lugeda. Samas leidsime ka töid, kus oli ülesannet lahendatud tekstis tegelikult antud püstituse järgi. Loomulikult lugesime ka need lahendused õigeks. Ümberhindamisel andsime täispunktid mainitud erijuhtu vaatlevatele lahendustele ja korrigeerisime punkte sellistes lahendustes, mis vaatlesid üldjuhtu, kuid polnud täielikud — selliseid osalisi lahendusi oli kohati alahinnatud.

### Ülesanne 3

Ülesanne osutus üllatavalt raskeks. Žürii pidas seda ülesannet üsna standardseks arvuteooriaülesandeks, kuid täislahendusi saime siin väga vähe. Väga suur osa õpilasi asus

lahendama võrrandit  $n^4 + n^2 - 2 = 72y$ , sai kätte paar erilahendit ja sattus ummikusse. Selliseid lahendusi (kui neis puudusid muud kasulikud tähelepanekud) olime sunnitud hindama 0 punktiga, kuna neis puudus idee, mis võiks viia lahenduseni.

#### Ülesanne 4

See ülesanne ei olnud eriti raske: kõik lõppvooru pääsenud õpilased lahendasid selle vähemalt 5 punkti peale. Täislahendusi oli neist siiski alla poole. Enamasti oli jäetud põhjendamata, miks antud kaarte löikepunkte ühendav lõik on  $AB$ -ga ristuv diameeter. Hindajad piirkondade selle eest enamasti punkte maha ei võtnud, meie siiski võtsime. Seda oleks saanud põhjendada näiteks sümmeetria abil, võrdhaarse kolmnurga mediaani ja kõrguse ühtimise omaduse abil või tõestades, et joonisel tekkinud kõõlnelinurk on ruut. Nii seda ka paljudes töödes tehti. Vaadeldavateks tükideks olid enamasti sektor ja kolmnurk, mille pindalade vahe moodustab poole viirutamata pindalast. Paar õpilast üritas segmendi pindala leida integraali abil, aga ei suutnud seda integraali välja arvutada.

#### Ülesanne 5

Ka selle ülesande eest said kõik lõppvooru pääsenud õpilased peale ühe vähemalt 5 punkti, 7 punkti sai neist üle poole. Punkti võtsime maha enamasti selle eest, et kasutati arvude ühistegurita olekut ilma seda mainimata (näiteks jaguvusest mingite arvudega järeldati otse jaguvus nende arvude korrutisega).

#### Ülesanne 6

See ülesanne oli lahendatud üllatavalt hästi. Peaaegu kõigis meile saadetud töödes oli leitud õiged paigutused mõlema laua jaoks. Samas olid hindajad kippunud andma täispunktid niipea, kui lahenduses oli ära toodud laudade taga istujate õige paigutus ja saadud õige vastus. Muutsime punkte 1–2 punkti ulatuses, kui töös puudus ammendav selgitus, miks selline paigutus on ainuvõimalik.