

Eesti koolinoorte L täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONNAVOOR

18. jaanuaril 2003. a.

Juhised lahenduste hindamiseks

Lp. hindaja!

1. Juhime Teie tähelepanu sellele, et alljärgnevas on 7.–9. klasside olümpiaadi I osa (testi) ning kõikide ülejäänud ülesannete hindamisjuhised esitatud erinevalt. Testide iga küsimuse jaoks on eraldi loetletud või kirjeldatud vastused, mille eest tuleks anda vastavalt kaks punkti või üks punkt (s.t. vastavaid punkte ühe küsimuse piires *ei tule* liita). Seevastu kõigi teiste ülesannete lahendused on jaotatud võimalust mööda osadeks (etappideks) ning näidatud lahenduse iga osa eest antav punktide arv (s.t. ühe ülesande eest antava punktisumma saamiseks *tuleb* lahenduse erinevate osade eest antud punktid liita).

2. Enamiku ülesannete korral (v.a. testid ja tõestusülesanded) on hindamisjuhiste lõpus näidatud, mitu punkti anda ainult õige vastuse eest. See hinne on mõeldud juhuks, kui puhtandis on antud ainult ülesande vastus ning mustand (üldse või selle ülesande kohta) *puudub*. Mustandi olemasolul tuleks hindamisel arvestada ka seal kirjapandut.

3. Mõnede ülesannete kohta, mida saab lahendada mitmel oluliselt erineval viisil, anname eraldi hindamisskeemid erinevate lahendusviiside jaoks. Rõhutame, et iga konkreetset mittetäielikku lahendust tuleb hinnata ainult *ühe* sellise skeemi järgi (selle, mille kohaselt ta saaks kõige rohkem punkte).

4. Kahtlemata esineb õpilaste töödes ka mõttekäike, mis ei mahu meie poolt pakutud skeemidesse. Selliste lahenduste hindamisel tuleb lähtuda sellest, *kui suur osa* antud ülesandest on õpilasel lahendatud, kasutades lahenduse üksikute osade kaalu määramisel võimaluse korral võrdluseks punktide jaotust meie pakutud hindamisskeemides.

5. *Mistahes* täieliku ja matemaatiliselt korrektse lahenduse eest tuleb igal juhul anda maksimumpunktid, sõltumata selle lahenduse pikkusest või otstarbekusest võrreldes teiste lahendusviisidega.

VII klass, I osa.

1. Antud õige vastus 8: 2 p.
2. Antud õige vastus $x = -8$, $y = 4$: 2 p.
Antud vastuseks üks õige arv (x või y), teine on vale või puudub: 1 p.
Antud vastuseks $x = 4$, $y = -8$: 1 p.
3. Antud õige vastus 41: 2 p.
Antud vastuseks kahekohaline arv, milles on üks õige number õigel kohal: 1 p.
Antud vastuseks 14: 1 p.
4. Antud õige vastus 0: 2 p.
5. Antud õige vastus 2 dabbit: 2 p.
Antud vastuseks 0,5 gabbit või mingi kombinatsioon gabbidest ja dabbidest, mis annab õige summa, kuid sisaldab murdarvu gabbisid ja/või dabbisid: 1 p.
Antud vastuseks 2 gabbit: 1 p.
6. Antud õige vastus 161° : 2 p.
Antud vastuseks 161 ilma kraadimärgita: 1 p.
7. Antud õige vastus 3 cm (või sama pikkus teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv 3 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
8. Antud õige vastus 16 cm^2 (või sama pindala teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv 16 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
9. Antud õige vastus $0,8\pi \text{ dm}^2$ (või sama pindala teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv $0,8\pi$ ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
Antud vastuseks $2,51 \text{ dm}^2$ või täpsem lähisväärtus koos õige ühikuga: 1 p.

10. Märgitud joonisel ainult õige täht C : 2 p.
Märgitud joonisel täht C ning lisaks üks tähtedest A ja B : 1 p.

VII klass, II osa.

1. Tiigi vee koguruumala jaoks tähistuse sissetoomise ja esmaspäeva õhtuks jäätunud osa selle kaudu esitamise eest: 1 p.
Järgmise päeva õhtuks külmunud osa leidmise eest: 2 p.
Kolmapäeva õhtuks külmunud osa leidmise eest: 2 p.
Lõppvastuse õige esitamise eest protsentides: 2 p.

Kui lahendus sisaldab õiged arvutused, siis sõnaliste selgituste puudumise eest punkte mitte maha võtta. Kui lõppvastus on ümardatud täisprotsentidesse (83 või 84), siis anda selle osa eest 1 punkt.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 2 punkti.

2. Kolmnurga EOF pindala leidmise eest: 2 p.
Ülejäänud viirutatud osa pindala leidmise eest: 3 p.
Korrektsel lõppvastusel leidmise eest: 2 p.

Kui arvutustes või lõppvastuse esitamisel on arvu π asemel kasutatud selle lähisväärtust (3,14 või täpsemat), siis anda kokku 1 punkt vähem. Kui lõppvastus on antud ilma ühikuta või vale ühikuga, siis anda samuti 1 punkt vähem, kuid mõlema puuduse (ligikaudse π väärtuse kasutamine ja ühiku puudumine) korraga esinemisel nende eest mahavõetavaid punkte mitte liita (s.t. anda ikkagi kokku 1 punkt vähem).

Ainult õige (täpse ja õige ühikuga) vastuse eest ilma lahenduseta anda 2 punkti, ligikaudse ja/või ühikuta vastuse eest 1 punkt.

3. Tähelepaneku eest, et A , B , C ja D peavad olema 1, 3, 7 ja 9 mingis järjekorras võetuna: 2 p.
Tähelepaneku eest, et üks võidunumbritest peab olema 97: 2 p.
Tähelepaneku eest, et teine võidunumbritest peab olema 19: 1 p.
Ülejäänud kahe võidunumbri leidmise eest: 2 p.
Ainult õige vastuse eest (kõik 4 õiget võidunumbrit) ilma lahenduseta anda 2 punkti.

VIII klass, I osa.

1. Antud õige vastus 2: 2 p.
2. Antud õige vastus $x = -1,5$ (või $-\frac{3}{2}$, $-1\frac{1}{2}$, $-\frac{6}{4}$), $y = 3$: 2 p.
Antud vastuseks üks õige arv (x või y), teine on vale või puudub: 1 p.
Antud vastuseks $x = 3$, $y = -1,5$ (või $-\frac{3}{2}$, $-1\frac{1}{2}$, $-\frac{6}{4}$): 1 p.
3. Antud õige vastus 62: 2 p.
Antud vastuseks kahekohaline arv, milles on üks õige number õigel kohal: 1 p.
Antud vastuseks 26: 1 p.
4. Antud õige vastus “ a on 2 korda suurem kui b ”: 2 p.
Antud vastuseks “ b on 2 korda suurem kui a ”: 1 p.
Antud vastuseks “ a on n korda suurem kui b ”, kus $n \neq 2$: 1 p.
5. Antud õige vastus 0: 2 p.
6. Antud õige vastus 101° : 2 p.
Antud vastuseks 101 ilma kraadimärgita: 1 p.
7. Antud õige vastus 60 cm (või sama pikkus teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv 60 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
8. Antud õige vastus 16 cm^2 (või sama pindala teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv 16 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
9. Antud õige vastus $\frac{4}{\pi}$: 2 p.
Antud vastuseks 1,27 või täpsem lähisväärtus: 1 p.
10. Märgitud joonisel ainult õige täht B : 2 p.
Märgitud joonisel täht B ning lisaks üks tähtedest A ja C : 1 p.

VIII klass, II osa.

1. Otsitavate arvude ja arvu n vaheliste seoste sobivate võrranditena kirjapaneku eest: 2 p.
Tingimuse, et otsitavate arvude summa on 49, ärakasutamise eest: 2 p.
Lahenduse lõpuleviimise ja õige vastuse esitamise eest: 3 p.

Õigeks vastuseks lugeda arvud 7, 18 ja 24 mistahes järjekorras loetletuna.

Ainult õige vastuse eest (kõik kolm õiget arvu) ilma lahenduseta anda 2 punkti, kahe õige arvu eest 1 punkt.

2. Ülesandes kirjeldatud olukorra õige lahtimõtestamise (nt. õige joonise tegemise) eest: 1 p.
Tähelepaneku eest, et ringjoonte raadiuste ruutude summa on 26: 1 p.
Ringjoonte raadiuste 1, 3 ja 4 leidmise eest: 2 p.
Kolmnurga AEC aluse ja kõrguse pikkuste leidmise eest: 2 p.
Õige lõppvastuse leidmise eest: 1 p.

Kui lõppvastus on antud ilma ühikuta või vale ühikuga, siis anda kokku 1 punkt vähem.

Ainult õige vastuse eest (koos õige ühikuga) ilma lahenduseta anda 2 punkti, ühikuta vastuse eest 1 punkt.

3. Tähelepaneku eest, et N ja $N - 4$ peavad mõlemad olema arvu 462 tegurid: 2 p.
Arvu 462 kõikide positiivsete tegurite leidmise eest: 3 p.
Arvu N sobivate väärtuste leidmise eest: 2 p.

Kui arv 462 on õigesti algteguriteks lahutatud, kuid seda lahutust pole kasutatud kõikide tegurite leidmiseks või on seda tehtud valesti, siis anda teise osa eest 1 punkt. Kui tegurid on leitud põhimõtteliselt õigesti, kuid mõni tegur on puudu või vale, siis anda selle osa eest 2 punkti.

Ainult õige vastuse (kõik kolm väärtust 6, 7 ja 11) eest ilma lahenduseta anda 2 punkti, kahe õige väärtuse eest 1 punkt.

IX klass, I osa.

1. Antud õige vastus 1,91 (või sellega võrdne harilik murd): 2 p.
2. Antud õige vastus “4 ja -4 ”: 2 p.
Antud vastuseks ainult 4 või ainult -4 : 1 p.
3. Antud õige vastus 105: 2 p.
Antud vastuseks kolmekohaline arv, milles on kaks õiget numbrit õigetel kohtadel: 1 p.
Antud vastuseks 150 või 501: 1 p.
4. Antud õige vastus “5 ja -5 ”: 2 p.
Antud vastuseks ainult 5 või ainult -5 : 1 p.
5. Antud õige vastus “värvi 450 g, lahustit 50 g” (või samad massid teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks “värvi 50 g, lahustit 450 g” (või samad massid teistes ühikutes): 1 p.
Antud vastuseks “värvi 450, lahustit 50” või “värvi 0,45, lahustit 0,05” ilma ühikuid mainimata või valede ühikutega: 1 p.

Antud õige vastus 81 või 81° (kuna küsimus on “mitme kraadi võrra ...”, siis ei ole kraadimärgi lisamine vastuses antud juhul nõutav): 2 p.
6. Antud õige vastus 24 cm (või sama pikkus teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv 24 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
7. Antud õige vastus 35 (või 35%): 2 p.
Antud vastuseks arv $\frac{7}{20}$ või 0,35: 1 p.
8. Antud õige vastus 6 cm (või sama pikkus teistes ühikutes): 2 p.
Antud vastuseks arv 6 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
9. Märgitud joonisel ainult mõlemad õiged tähed B ja D : 2 p.

- Märgitud joonisel ainult täht B või ainult täht D : 1 p.
- Märgitud joonisel mõlemad tähed B ja D ning lisaks üks tähtedest A ja C : 1 p.

IX klass, II osa.

1. Ülesande teksti põhjal sobiva(te) võrrandi(te) koostamise eest: 3 p.
- Koostatud võrrandi(te)st ülesandes nõutud Caroli vanuse leidmise eest: 4 p.

Kui koostatud võrrandi(te)st on õigesti leitud mistahes ühe tegelase vanus kas praegu või 20 aastat tagasi, siis anda selle osa eest vähemalt 2 punkti.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

2. Tähelepaneku eest, et $|AL| = |KL|$: 1 p.
- Näitamise eest, et kolmnurk BAL on võrdhaarne alusega BL : 4 p.
- Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

3. Seda ülesannet saab lisaks žürii poolt väljapakutud lahendusviisile lahendada ka lihtsa juhtude läbivaatamise teel (nt. vaadates läbi “vahepealse” arvu kõik võimalikud väärtused 9 kuni 98). Järgnevalt anname eraldi hindamisskeemid nende kahe erineva lahendusviisi jaoks.

Lahendus võimalike väärtuste hulga eelneva kitsendamisega:

Näitamise eest, et “vahepealne” arv on 99 jagaja (või muul sarnasel viisil selle arvu või otsitava neljakohalise arvu kahest esimesest või kahest viimasest numbrist moodustuva arvu võimalike väärtuste hulga olulise kitsendamise eest): 4 p.

Järelejäänud võimaluste läbivaatamisel “vahepealse” arvu või otsitava neljakohalise arvu kahest esimesest või kahest viimasest numbrist koosneva arvu kolme võimaliku väärtuse leidmise eest: 2 p.

Õige lõppvastuse esitamise eest: 1 p.

Lahendus kõigi juhtude läbivaatamisega:

Läbivaadatavate võimaluste (nt. "vahepealse" arvu või otsitava neljakohalise arvu kahest esimesest või kahest viimasest numbrist koosneva arvu võimalike väärtuste) õige piiritlemise eest (ka siis, kui saadud loetelus on mõned liigsed väärtused): 2 p.

Loetletud juhtude läbivaatamisel "vahepealse" arvu või otsitava neljakohalise arvu kahest esimesest või kahest viimasest numbrist koosneva arvu kolme võimaliku väärtuse leidmise eest: 4 p.

Õige lõppvastuse esitamise eest: 1 p.

Ainult õige vastuse eest (kõik kolm arvu) ilma lahenduseta anda 2 punkti, kahe õige arvu eest 1 punkt.

4. Vedurite suunamise eest läbi esimese haruteede paari nii, et selle järel ei leidu viit vedurit, mis oleksid omavahel esialgses järjekorras: 2 p.

Vedurite suunamise eest läbi teise haruteede paari nii, et selle järel ei leidu kolme vedurit, mis oleksid omavahel esialgses järjekorras: 2 p.

Vedurite suunamise eest läbi viimase haruteede paari nii, et selle järel on kõik vedurid nõutud viisil ümberjärjestatud: 3 p.

Hindamisskeemis kirjeldatud tingimused on tarvilikud ja piisavad selleks, et lahendust oleks võimalik täiendada kuni vedurite täieliku ümberjärjestuseni.

Juhime tähelepanu sellele, et mainitud viis ja kolm vedurit ei tarvitse olla järjest! Nii on pärast esimese haruteede paari läbimist näiteks vedurite järjestus 78563412 täiendatav nõutava täieliku ümberjärjestuseni 87654321, kuid järjestus 78635412 ei ole (sisaldab omavahel esialgses järjekorras vedurite järjendi 76542). Samuti on pärast teise haruteede paari läbimist vedurite järjestus 56781234 täiendatav nõutava täieliku ümberjärjestuseni 87654321, kuid järjestus 57861234 ei ole (sisaldab omavahel esialgses järjekorras vedurite järjendi 761).

Kahtlemata on nende tingimuste täidetuse kontrollimine üsna tülikas, kuid žürii ei näe muud võimalust selle ülesande osaliste lahenduste õiglaseks hindamiseks. Loodame, et selliseid osalisi lahendusi

on tegelikult vähe, s.t. enamik neist, kes lahenduses õige teeotsa leiavad, viivad konstruktsiooni ka edukalt lõpule.

X klass

1. Teisele kaupmehele kolme vaiba eest makstava summa leidmise eest, arvestamata täisarvuks ümardamist: 2 p.
Kolme vaiba eest makstava summa õige täisarvuks ümardamise eest: 1 p.
Nelja vaiba eest makstava summa leidmise eest, arvestamata täisarvuks ümardamist: 2 p.
Nelja vaiba eest makstava summa õige täisarvuks ümardamise eest: 1 p.
Õige lõppjäreluse tegemise eest: 1 p.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

2. Selle ülesande kohta anname eraldi hindamisskeemid lahenduste jaoks murru lugejas kuupide vahe valemi rakendamise abil (žürii lahendus 2) ning lahenduste jaoks nimetaajast irratsionaalsuse kaotamise abil (žürii lahendus 2).

Lahendus kuupide vahe valemi abil:

- Murru lugejas kuupide summa äratundmise eest: 2 p.
Murru lugeja sobiva teguriteks lahutamise eest: 2 p.
Saadud teguriteks lahutuse teisendamise eest taandamist võimaldavale kujule: 2 p.
Saadud murru taandamise eest: 1 p.

Lahendus nimetaajast irratsionaalsuse kaotamise abil:

- Murru nimetaajast irratsionaalsuse kaotamise eest: 2 p.
Murru lugejas teisendamise eest taandamist võimaldavale kujule: 4 p.
Saadud murru taandamise eest: 1 p.

Kui pärast nimetaajast irratsionaalsuse kaotamist on murru lugejas sulud õigesti avatud, kuid saadud liikmed on koondamata või on

koondamisel tehtud viga, siis anda hindamisskeemi teise lõigu eest 2 punkti.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

3. Selle ülesande kohta anname eraldi hindamisskeemid lahenduste jaoks, kus algul leitakse paarideks jaotuste arv koos paaride järjekorra määramisega (“nummerdatud paaridesse” jaotuste arv, žürii lahendus 2), ning lahenduste jaoks, kus kohe leitakse paarideks jaotuste arv ilma paare järjestamata (žürii lahendus 1).

Lahendus “nummerdatud paaridesse” jaotuste arvu kaudu:

Õige loendamise eest “nummerdatud paaridesse” jaotuste arvu leidmiseks: 1 p.

Võimaluste arvu $\frac{10 \cdot 9}{2}$ leidmise eest esimese paari valikuks: 1 p.

Arutluse jätkamise eest “nummerdatud paaridesse” jaotuste arvu $\frac{10!}{2^5}$ leidmiseni: 3 p.

Selle alusel ülesandes küsitud jaotuste arvu leidmise eest: 2 p.

Lahendus “nummerdatud paaridesse” jaotuste arvu kasutamata:

Õige loendamise eest “nummerdamata paaridesse” jaotuste arvu leidmiseks (nt. sõdurite nummerdamine ja paariliste leidmine numbrite järjekorras): 2 p.

Loendamise õige alustamise eest (nt. sõduri 1 paariliste arvu leidmine): 2 p.

Arutluse jätkamise eest jaotuste koguarvu leidmiseni: 3 p.

Lahenduste hindamisel ei tohiks siin nõuda väga ranget põhjendust kasutatavale loendamisskeemile (nt. žürii lahenduse 1 kahes viimasel lauses sisalduvate põhjenduste puudumise eest punkte mitte maha võtta).

Kui lahenduses on õigesti leitud “nummerdatud paaridesse” jaotuste arv $\frac{10!}{2^5} = 113400$ ja esitatud see vastusena, siis anda vastavalt esimesele hindamisskeemile 5 punkti. Kui on leitud mõlemad arvud ja esitatud vastus á la “olenevalt sellest, kas paaride järjekorda pidada oluliseks, on võimalusi 945 või 113400”, anda täispunktid.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

4. Tähelepaneku eest, et $\angle O_1AO_2 = 90^\circ$: 2 p.
Antud ringjoonte pindalade summa avaldamise eest lõikude O_1A ja O_2A pikkuste kaudu: 1 p.
Pindalade summa teisendamise eest Pythagorase teoreemi abil: 2 p.
Lõppjäreluse tegemise eest: 2 p.
5. Sobivate tähistuste kasutuselevõtu ja võrrandite koostamise eest: 2 p.
Tingimuse, et iga eelistuste järjekorda nimetas vähemalt 10 küsitletut, ärakasutamise eest: 3 p.
Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Hindamisskeemi teises lõigus mainitud 3 punkti saamiseks ei piisa lihtsalt nentimisest, et iga muutuja A kuni F väärtus (kasutades tähistusi žürii lahendusest) on vähemalt 10, vaid selleks tuleb see tingimus ka tegelikult ära kasutada (nt. näidates, et kolm neist arvudest peavad olema võrdsed 10-ga).

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

6. Ülesande taandamise eest naturaalarvu esituse leidmisele lu-
gejaga 1 murdude summana või selle arvu tegurite summana: 2 p.
Tingimusest $n \geq 3$ tuleneva kitsenduse arvessevõtmise eest
otsitava esituse juures: 1 p.
Sobiva esituse (tirtsu hüpete jada) leidmise eest: 4 p.

Ainult õige vastuse “jah” eest ilma lahenduseta anda 0 punkti.

XI klass

1. Võrratuse teisendamise eest kujule $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$ (või $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$): 2 p.
Võrratuse teisendamise eest kujule, kus polünoomid $P(x)$ ja $Q(x)$ on lahutatud lineaartegurite korrutisteks: 2 p.
Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.

Kui esitatud vastus sisaldab mõnd esialgse võrratuse poolte nimetajate nullkohtadest 1, -1 ja -2 , siis anda kokku mitte üle 5 punkti. Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

2. Tähelepaneku eest, et kahe külje keskpunkte ühendav vektor on võrdne kolmanda külje keskpunkti ja üht otspunkti ühendava vektoriga: 3 p.

Külgede keskpunkte ühendavatest vektoritest vähemalt kahe vektori koordinaatide leidmise eest: 2 p.

Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Kuigi žürii lahenduses leitakse esituse sümmeetria huvides kõigi kolme külgede keskpunkte ühendava vektori koordinaadid, piisab tegelikult ka ainult kahe sellise vektori koordinaatide leidmisest (üks neist võimaldab leida kolmnurga kahe tipu koordinaadid ja teine kolmanda tipu koordinaadid). Seetõttu piisab ka hindamisskeemi teises lõigus mainitud 2 punkti saamiseks kahe sellise vektori koordinaatide leidmisest; kui on leitud ainult ühe vektori koordinaadid, anda selle osa eest 1 punkt.

Tõenäoliselt esineb ka lahendusi, kus vektorite koordinaate ei ole välja arvatud, vaid kolmnurga tipud on otse konstrueeritud koordinaatteljestikus (ruudulisel paberil), kasutades hindamisskeemi esimeses lõigus nimetatud tähelepanekut. Kui see konstruktsiooni aluseks olev fakt on seejuures ka *sõnastatud* ja konstruktsioon ise õigesti tehtud, siis anda sellise lahenduse eest täispunktid. Kui tehtav konstruktsioon on küll õige, kuid põhjendamata, anda 4 punkti (hindamisskeemi esimese lõigu eest sel juhul punkte ei saa).

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

3. Tähelepaneku eest, et arv 99 on nõutud omadusega: 2 p.

Näitamise eest, et ükski *kolmekohaline* arv ei ole nõutud omadusega: 3 p.

Põhjenduse eest, miks ka ükski suurem kui kolmekohaline arv ei ole nõutud omadusega: 2 p.

Hindamisskeemi viimasel lõigus nõutud põhjendust on muuhulgas võimalik esitada ka matemaatilise induktsiooni abil (näidates, et kui mingi $k \geq 3$ korral ükski k -kohaline arv ei ole nõutud omadusega, siis ka ükski $(k+1)$ -kohaline arv ei ole nõutud omadusega).

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

4. Tähelepaneku eest, et $\angle AKL = 90^\circ$: 1 p.
Järelduse eest, et kolmnurgad ABK ja KCL on sarnased: 2 p.
Lõigu BK (või lõigu DL) pikkuse avaldamise eest ruudu kül-
jepikkuse kaudu: 2 p.
Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

5. Võrrandi teisendamise eest kujule $(x - 8)(y - 6) = 49$ või
mõnele muule sellisele kujule, kust on näha, et $x - 8$ või $y - 6$
peab olema 49 jagaja: 2 p.
Arvu 49 teguriteks lahutuse ärakasutamise eest: 1 p.
Selgituse eest, miks tegurid $(x - 8)$ ja $(y - 6)$ peavad ole-
ma positiivsed (või näitamise eest, et vastasel korral tuleb
vähemalt üks arvudest x ja y negatiivne): 2 p.
Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest (kõik kolm lahendit) ilma lahenduseta anda
2 punkti, kahe õige lahendi eest 1 punkt.

6. Põhjenduse eest, miks $n = 2002$ korral ei ole nõutav teisendus
võimalik: 3 p.
Näitamise eest, et $n = 2003$ korral on nõutav teisendus või-
malik: 4 p.

Kui lahenduse b) osas on olemas $n = 2003$ korral sobiv idee, kuid
selle rakendamise protseduur (sammude jada) on korralikult kirjel-
damata, anda selle osa eest 2 punkti.

Ainult õigete vastuste eest (“ei” ja “jah”) eest ilma lahenduseta anda
0 punkti.

XII klass

1. Seda ülesannet saab lisaks žürii poolt väljapakutud lahendusviisile
lahendada ka võrrandi vasakul ja paremal pool olevate funktsioonide
(või nende vahe) uurimise teel: veendumine, et $x = 0$ on lahend, ning

näitame, et rohkem lahendeid olla ei saa. Järgnevalt anname eraldi hindamisskeemid nende kahe erineva lahendusviisi jaoks.

Lahendus muutuja vahetuse abil:

- Võrrandi teisendamise eest kujule, mis kujutab endast ruutvõrrandit mingi avaldise $f(x)$ suhtes: 1 p.
- Muutuja vahetuse $y = f(x)$ abil ülesande taandamise eest ruutvõrrandi lahendamisele: 2 p.
- Saadud ruutvõrrandi lahendamise eest: 1 p.
- Ruutvõrrandi lahendite analüüsi ja esialgse võrrandi lahendi leidmise eest: 3 p.

Lahendus funktsiooni(de) uurimise abil:

- Tähelepaneku eest, et $x = 0$ on lahend: 1 p.
- Sobiva idee eest näitamiseks, et muid lahendeid ei ole (milliseid funktsioone uurida): 1 p.
- Vajalike tuletiste leidmise eest: 2 p.
- Muude lahendite puudumise õige põhjendamise eest leitud tuletiste abil: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

2. Arusaamise eest, et puutuja tõus 45° vastab tuletise väärtusele 1: 1 p.
- Sobivate võrrandite koostamise eest parameetrite a ja b leidmiseks: 4 p.
- Parameetrite a ja b väärtuste leidmise eest neist võrranditest: 2 p.

Hindamisskeemi teises lõigus mainitud 4 punkti saamiseks peab lahendaja olema jõudnud võrranditeni, mis sisaldavad ainult parameetreid a ja b ning konstante (s.t. peab olema ära kasutanud tingimused, et vaadeldavas puutepunktis vastavate ruutfunktsioonide väärtused langevad kokku ning nende mõlema tuletised on võrdsed 1-ga).

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

3. Näitamise eest, et paarisarvud ei sobi: 2 p.
 Näitamise eest, et 3-ga jaguvad arvud ei sobi: 2 p.
 Näitamise eest, et kõik 2-ga ja 3-ga mittejaguvad arvud sobivad: 3 p.

Vastus võib olla esitatud ka kujul $n = 6k \pm 1$.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

4. Viirutatud ja/või viirutamata osade sobiva tükeldamise eest kujunditeks, mille pindalaid saab leida või omavahel võrrelda: 2 p.
 Ülesandes nõutud pindala avaldamise eest nende tükide pindalade kaudu (või tähelepaneku eest, et piisab tõestada teatud tükide pindalade võrdsus): 2 p.
 Tükide pindalade leidmise eest (või põhjendamise eest, miks vajalikud tükid on pindvõrdsed): 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

5. Selle ülesande kohta anname eraldi hindamisskeemid lahenduste jaoks, kus kasutatakse jadade täiendamist ühe eelneva liikmega (žürii lahendus 1), ning lahenduste jaoks jadade üldliikmete avaldiste abil (žürii lahendus 2).

Lahendus jadade täiendamise abil ühe eelneva liikmega:

- Tähelepaneku eest, et jadade algusse lisatud täiendav liige on kõigis jadaes 1: 2 p.
 Põhjenduse eest, et nende jadade kahe järjestikuse ühise liikme vahe on 2002: 4 p.
 Lõppjärgelduse tegemise eest: 1 p.

Hindamisskeemi teises lõigus mainitud 4 punkti saamiseks peab kas olema näidatud, et nende jadade kahe järjestikuse ühise liikme vahe on *täpselt* 2002, või vastasel juhul (kui toodud arutlus tõestab ainult, et kahe järjestikuse ühise liikme vahe on *vähemalt* 2002) peab olema täiendavalt kontrollitud, et 2003 on tõesti kõigi kolme jada liige.

Lahendus jadade üldliikmete avaldiste abil:

- Jadade üldliikmete avaldiste leidmise eest: 1 p.
Sobivate diofantiliste võrrandite koostamise eest jadade ühise liikme leidmiseks: 2 p.
Jadade vähima ühise liikme leidmise eest neist võrranditest: 4 p.

Ainult õige vastuse eest ilma lahenduseta anda 1 punkt.

6. Tähelepaneku eest, et iga küsitletu nimetas oma naabrit valetajaks parajasti siis, kui naaber oli temast endast erinevat liiki: 3 p.
Valetajate arvu leidmise eest ühe laua taga: 2 p.
Valetajate arvu leidmise eest teise laua taga: 2 p.

Tõenäoliselt esineb lahendusi, kus hindamiskeemi esimeses lõigus nimetatud fakti pole otsesõnu välja toodud ning see esineb arutlustes niivõrd varjatud kujul, et vastavat osa on raske eraldi hinnata. Sellistel juhtudel anda 4 punkti ühe laua taga valetajate arvu leidmise eest (koos põhjendusega) ja ülejäänud 3 punkti teise laua taga valetajate arvu leidmise eest.

Ainult õige vastuse eest mõlema laua kohta (50 ja 50) ilma lahenduseta anda 1 punkt. Õige vastuse eest ainult ühe laua kohta ilma lahenduseta anda 0 punkti.