

XLIX Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

26 января 2002 г.

VII класс

**I часть:** Время, отводимое для решения: 40 минут.  
На этом листке написать только ответы, для решения  
можно использовать дополнительную бумагу.  
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.  
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти сумму чисел  $a = 5 - (-2)^2$  и  $b = (-1)^3 - 3^2$ .

.....

2. Обозначим через  $x * y$  число  $\frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ . Вычислить  $2 * 1$ .

.....

3. Все положительные целые числа записывают в состоящую из четырех столбцов таблицу как показано ниже. В который ряд запишут число 2002?

1	3	5	7	.....
2	4	6	8	
9	11	13	15	
10	12	14	16	

.....

4. В магазине есть мячи трех цветов, которые упаковывают в коробки по пять штук так, чтобы в каждой коробке лежали мячи ровно двух цветов. Сколько разных комплектов мячей можно получить таким образом?

.....

5. Маша правильно выполнила деление  $111333555777999 : 111$ . Число из скольких цифр она получила в результате?

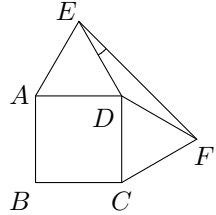
.....

6. На координатной оси каждый из отрезков  $[0; 1]$  и  $[2; 3]$  поделен на равные части. Найти длину отрезка  $AB$ .



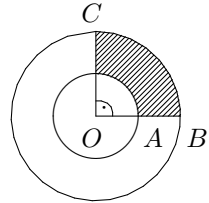
.....

7. На сторонах  $AD$  и  $DC$  квадрата  $ABCD$  строят равносторонние треугольники  $AED$  и  $DFC$ , как показано на рисунке. Найти величину угла  $DEF$ .



.....

8. Два показанных на рисунке круга имеют общий центр  $O$ . Радиусы большего круга  $OB$  и  $OC$  образуют прямой угол и  $|OA| = |AB| = 1$ . Найти площадь заштрихованной фигуры.

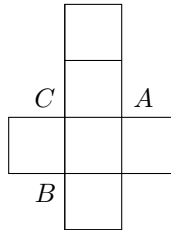
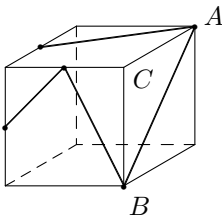


.....

9. Основание равнобедренного треугольника на 3 см длиннее бедра. Найти периметр этого треугольника, если длина бедра 4 см.

.....

10.  $A$ ,  $B$  и  $C$  — три вершины куба. На гранях куба нарисована ломаная. Нарисовать эту ломаную на развертке куба.



XLIX Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

26 января 2002 г.

VIII класс

**I часть:** Время, отводимое для решения: 40 минут.  
На этом листке написать только ответы, для решения  
можно использовать дополнительную бумагу.  
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.  
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти число  $n$ , для которого  $5^7 : 5^4 \cdot 5^n = 5^5$ .

.....

2. Обозначим через  $a * b$  число  $3 \cdot (a - 2) - 5 \cdot (2 - 3b)$ . Вычислить  $0 * 1$ .

.....

3. Все положительные целые числа записывают в состоящую из шести столбцов таблицу как показано ниже. В который ряд запишут число 2002?

8	9	10	11	12	1
7	6	5	4	3	2
20	21	22	23	24	13
19	18	17	16	15	14

.....

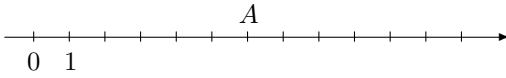
4. Найти наибольшее возможное значение выражения  $ab + bc + cd + da$ , если  $a, b, c$  и  $d$  — числа 1, 2, 3 и 4, взятые в некотором порядке.

.....

5. Найти все двузначные числа, число десятков которых на 5 больше числа единиц, а сумма цифр равна квадрату некоторого целого числа.

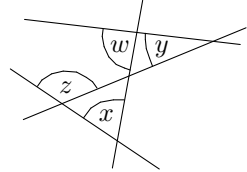
.....

6. Отметить на координатной оси точки  $B$ ,  $C$  и  $D$  так, чтобы  $|AB| = 2$ ,  $|CD| = 1$  и  $|BC| = 4$ , а точки  $B$  и  $D$  лежали бы на отрезке  $AC$ .



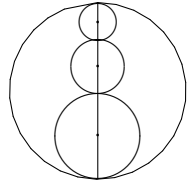
7. Угол  $x$  на  $20^\circ$  больше угла  $y$ . На сколько градусов угол  $z$  больше угла  $w$ ?

.....



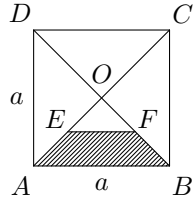
8. Диаметр большого круга поделен на три части, которые, в свою очередь, являются диаметрами меньших кругов, как показано на рисунке. Найти сумму длин окружностей трех меньших кругов, если длина окружности большого круга равна 17 см.

.....

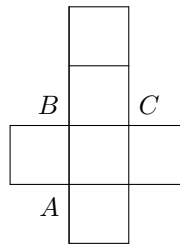
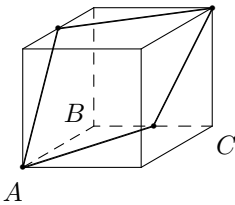


9. Длина стороны квадрата  $ABCD$  равна  $a$ . Точки  $E$  и  $F$  делят пополам соответственно отрезки  $AO$  и  $BO$ . Найти площадь четырехугольника  $ABFE$ .

.....



10.  $A$ ,  $B$  и  $C$  — три вершины куба. На гранях куба нарисована ломаная. Нарисовать эту ломаную на развертке куба.



XLIX Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

26 января 2002 г.

IX класс

**I часть:** Время, отводимое для решения: 40 минут.  
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.  
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.  
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти число  $n$ , для которого  $7^{2n-2} : 7^{n+4} \cdot 7^3 = 49$ .

.....

2. Найти частное произведения противоположных и суммы обратных чисел к числам  $-8$  и  $0,5$ .

.....

3. Все положительные целые числа записывают в состоящую из восьми столбцов таблицу как показано ниже. В который ряд запишут число 2002?

1	4	5	8	9	12	13	16	.....
3	2	7	6	11	10	15	14	
17	20	21	24	25	28	29	32	
19	18	23	22	27	26	31	30	
.....								

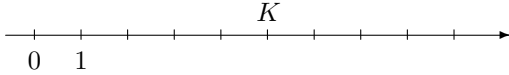
4. Найти натуральное число  $a$ , которое на 56 меньше своего квадрата.

.....

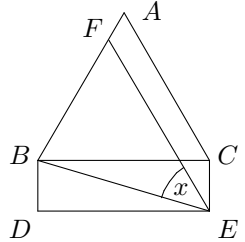
5. Юра правильно выполнил умножение  $99999 \cdot 77777$ . Какова сумма цифр полученного в результате числа?

.....

6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  расположены на координатной оси так, что  $|KL| = 2$ ,  $|LM| = 1$ , а точка  $L$  расположена на отрезке  $KM$ . Обозначить крестиками все лежащие на прямой точки  $X$ , для которых  $|KX| + |LX| = |MX|$ .



7. Пятиугольник  $ABDEC$  состоит из равностороннего треугольника  $ABC$  и прямоугольника  $BDEC$ . Отрезок  $BE$  делит угол  $ABD$  пополам, а отрезок  $FE$  параллелен отрезку  $AC$ . Найти величину угла, обозначенного на рисунке через  $x$ .

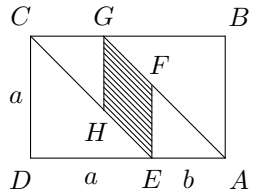


.....

8. Из каждой вершины правильного многоугольника можно провести 7 диагоналей. Найти сумму внутренних углов этого многоугольника.

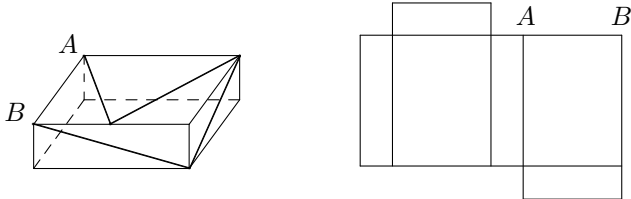
.....

9. Отрезок  $AG$  параллелен отрезку  $CE$ , а отрезки  $EF$  и  $GH$  параллельны стороне  $AB$  прямоугольника. Найти площадь заштрихованного параллелограмма, если  $|CD| = |DE| = a$  и  $|EA| = b$ .



.....

10.  $A$  и  $B$  — две вершины прямоугольного параллелепипеда. На гранях параллелепипеда нарисована ломаная. Нарисовать эту ломаную на развертке параллелепипеда.



# XLIX Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

## МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

26 января 2002 г.

VII класс

**II часть:** Время, отводимое для решения: 2 часа.

Решения задач написать на отдельном листе.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Три друга Рома, Миша и Андрей посещают интернет-кафе библиотеки всегда в 14 часов, но Рома каждый четвертый, Миша каждый пятый, а Андрей каждый шестой день. Последний раз они встретились в интернет-кафе в понедельник, 7-го января 2002. Через сколько дней, какого числа и в какой день недели они встретятся в интернет-кафе в следующий раз?
2. Сторона  $DA$  прямоугольника  $ABCD$  продолжается за вершину  $A$  и на ней выбирается точка  $E$  так, что  $|ED| = |DC|$ . Найти площадь треугольника  $ABE$ , если площадь треугольника  $EDC$  равна  $8 \text{ cm}^2$  и площадь треугольника  $BCD$  равна  $3 \text{ cm}^2$ .
3. В желтой пачке 1 кг печенья и она стоит 50 крон. В красной пачке на 10% больше печенья, чем в желтой, а в зеленой на 20% меньше печенья, чем в красной. Зеленая пачка стоит на 12% меньше, чем желтая пачка, а красная пачка стоит на 10% больше, чем зеленая. В какой пачке стоимость 1 кг печенья ниже всего?

**XLIX Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии**

**МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР**

26 января 2002 г.

VIII класс

**II часть:** Время, отводимое для решения: 2 часа.  
Решения задач написать на отдельном листе.  
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи  
дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!  
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Число 15 можно представить суммой как трех, так и пяти последовательных натуральных чисел:  $15 = 4+5+6$  и  $15 = 1+2+3+4+5$ . Найти все такие натуральные числа меньше 100, которые можно представить в виде суммы как трех, так и пяти последовательных натуральных чисел. Обосновать, почему их не больше.
2. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна  $240 \text{ см}^2$ , а точки  $K$  и  $L$  соответственно середины сторон  $AD$  и  $CD$ . Найти площадь треугольника  $BKL$ .
3. Самолет взлетел из города А в 7.00 по местному времени и приземлился в городе В. После трехчасовой остановки в городе В самолет начал обратный полет в 12.00 по времени города В и приземлился в городе А в 16.30 по местному времени. Какое было местное время в городе В в момент взлета самолета из города А, если полет из города А в город В продолжался на 30 минут меньше, чем полет из города В в город А?



# XLIX Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

## МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

26 января 2002 г.

IX класс

**II часть:** Время, отводимое для решения: 4 часа.  
Решения задач написать на отдельном листе.  
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!  
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Пусть  $x$ ,  $y$  и  $z$  три любых различных действительных числа. Показать, что

$$\frac{x(y+z)}{(x-y)(x-z)} + \frac{y(z+x)}{(y-z)(y-x)} + \frac{z(x+y)}{(z-x)(z-y)} = -1.$$

2. В треугольнике  $ABC$  угол  $\angle BCA = 90^\circ$ . На стороне  $AB$  обозначаются точки  $K$  и  $L$  так, что  $|AC| = |AK|$  и  $|BC| = |BL|$ . Найти величину угла  $KCL$ .
3. а) Сколько среди натуральных чисел меньше 100 найдется таких, квадрат которых выражается в виде суммы трех последовательных натуральных чисел?  
б) Найдется ли натуральное число, квадрат которого выражается в виде суммы четырех последовательных натуральных чисел?
4. Прямоугольный параллелепипед размера  $3 \times 4 \times 5$  состоит из 60 единичных кубиков. Через сколько этих кубиков проходит диагональ, соединяющая две противоположные вершины параллелепипеда?