

Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

VII klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia arvude $a = 5 - (-2)^2$ ja $b = (-1)^3 - 3^2$ summa.

.....

2. Tähistagu $x * y$ arvu $\frac{y}{x} - \frac{x}{y}$. Arvuta $2 * 1$.

.....

3. Kõik positiivsed täisarvud kirjutatakse neljaveerulisse tabelisse allpool näidatud viisil. Mitmendasse ritta kirjutatakse arv 2002?

1	3	5	7
2	4	6	8	
9	11	13	15	
10	12	14	16	
.....				

4. Kaupluses on kolme värvi palle, mis pakendatakse viiekaupa karpidesse nii, et igas karbis on täpselt kahte värvi palle. Mitu erisugust pallide komplekti on niimoodi võimalik saada?

.....

5. Mari sooritas õigesti jagamistehte $111333555777999 : 111$. Mitmekohalise arvu sai ta vastuseks?

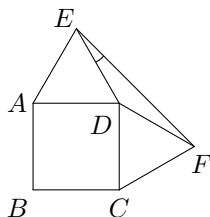
.....

6. Koordinaatteljel on kumbki lõikudest $[0; 1]$ ja $[2; 3]$ jaotatud võrdseteks osadeks. Leia lõigu AB pikkus.



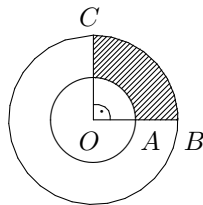
.....

7. Ruudu $ABCD$ külgedele AD ja DC konstrueeritakse võrdkülgset kolmnurkad AED ja DFC , nagu joonisel näidatud. Leia nurga DEF suurus.



.....

8. Kahe joonisel näidatud ringi ühine keskpunkt on O . Suure ringi raadiused OB ja OC moodustavad täisnurga ning $|OA| = |AB| = 1$. Leia viirutatud kujundi pindala.

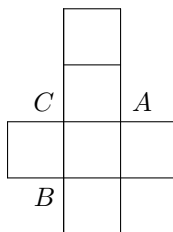
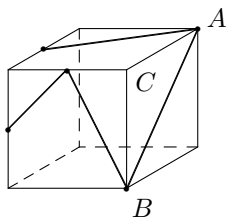


.....

9. Võrdhaarse kolmnurga alus on haarast 3 cm pikem. Leia selle kolmnurga ümbermõõt, kui haara pikkus on 4 cm.

.....

10. Kuubi kolm tippu on A , B ja C . Kuubi tahkudele on joonestatud murdjoon. Joonesta see murdjoon kuubi pinnalaotusele.



Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

VIII klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia arv n , mille korral $5^7 : 5^4 \cdot 5^n = 5^5$.

.....

2. Tähistagu $a * b$ arvu $3 \cdot (a - 2) - 5 \cdot (2 - 3b)$. Arvuta $0 * 1$.

.....

3. Kõik positiivsed täisarvud kirjutatakse kuueveerulisse tabelisse allpool näidatud viisil. Mitmendasse ritta kirjutatakse arv 2002?

8	9	10	11	12	1
7	6	5	4	3	2	
20	21	22	23	24	13	
19	18	17	16	15	14	
.....						

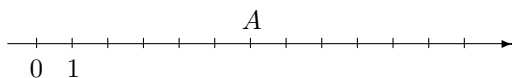
4. Leia avaldise $ab + bc + cd + da$ suurim võimalik väärtus, kui a , b , c ja d on arvud 1, 2, 3 ja 4 mingis järjekorras võetuna.

.....

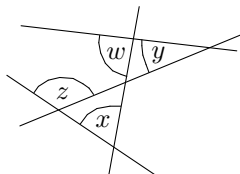
5. Leia kõik kahekohalised arvud, mille kümneliste number on tüheliste numbrist 5 võrra suurem ja numbrite summa on mingi täisarvu ruut.

.....

6. Märki koordinaatteljel punktid B , C ja D nii, et $|AB| = 2$, $|CD| = 1$ ja $|BC| = 4$ ning punktid B ja D paiknevad lõigul AC .

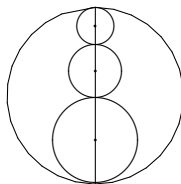


7. Nurk x on 20° võrra suurem nurgast y . Mitme kraadi võrra on nurk z suurem nurgast w ?



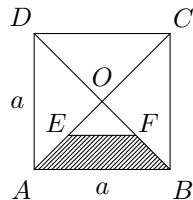
.....

8. Suurima ringi diameeter on jaotatud kolmeks osaks, mis omakorda on väiksemate ringide diameetriteks nagu joonisel näidatud. Leia kolme väiksema ringi ümbermõõtude summa, kui suurima ringi ümbermõõt on 17 cm.



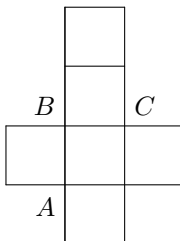
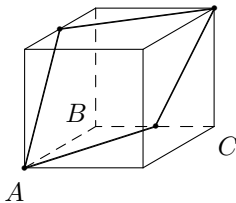
.....

9. Ruudu $ABCD$ küljepikkus on a . Punktid E ja F poolitavad vastavalt lõigud AO ja BO . Leia nelinurga $ABFE$ pindala.



.....

10. Kuubi kolm tippu on A , B ja C . Kuubi tahkudele on joonestatud murdjoon. Joonesta see murdjoon kuubi pinnalaotusele.



Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

IX klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia arv n , mille korral $7^{2n-2} : 7^{n+4} \cdot 7^3 = 49$.

.....

2. Leia arvude -8 ja $0,5$ vastand arvude korrutise ja pöördarvude summa jagatis.

.....

3. Kõik positiivsed täisarvud kirjutatakse kaheksaveerulisse tabelisse allpool näidatud viisil. Mitmendasse ritta kirjutatakse arv 2002?

1	4	5	8	9	12	13	16
3	2	7	6	11	10	15	14	
17	20	21	24	25	28	29	32	
19	18	23	22	27	26	31	30	
.....								

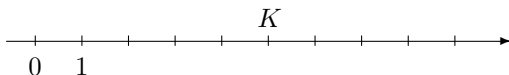
4. Leia naturaalarv a , mis on 56 võrra väiksem oma ruudust.

.....

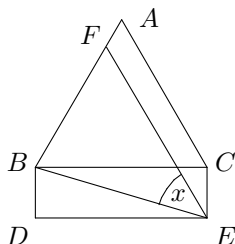
5. Jüri sooritas õigesti korrutamistehte $99999 \cdot 77777$. Milline oli tulemuseks saadud arvu numbrite summa?

.....

6. Punktid K , L ja M paiknevad koordinaatteljel nii, et $|KL| = 2$, $|LM| = 1$ ning punkt L asetseb lõigul KM . Tähista ristikesega sirge kõik sellised punktid X , mille korral $|KX| + |LX| = |MX|$.



7. Viisnurk $ABDEC$ koosneb võrdkülgsest kolmnurgast ABC ja ristkülikust $BDEC$. Lõik BE poolitab nurga ABD ning lõik FE on paralleelne lõiguga AC . Leia joonisel märgitud nurga x suurus.

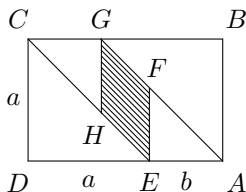


.....

8. Korrapärase hulknurga igast tipust saab tõmmata 7 diagonaali. Leia selle hulknurga sisenurkade summa.

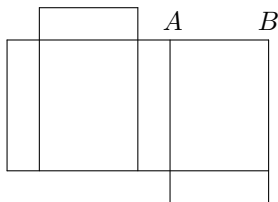
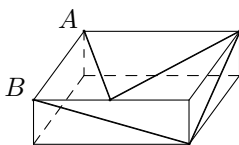
.....

9. Lõik AG on paralleelne lõiguga CE ning lõigud EF ja GH on paralleelsed ristküliku küljega AB . Leia viirutatud rõõpküliku pindala, kui $|CD| = |DE| = a$ ja $|EA| = b$.



.....

10. Risttahuka kaks tippu on A ja B . Risttahuka tahkudele on joonestatud murdjoon. Joonesta see murdjoon risttahuka pinnalaotusele.



Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

VII klass

II osa: Lahendamiseks on aega 2 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Kolm sõpra Rein, Madis ja Ahto külastavad raamatukogu internetipunkti alati kell 14, kuid Rein igal neljandal päeval, Madis igal viiendal päeval ja Ahto igal kuuendal päeval. Viimati kohтусid nad internetipunktis esmaspäeval, 7. jaanuaril 2002. Mitme päeva pärast, mis kuupäeval ning millisel nädalapäeval kohtuvad nad internetipunktis järgmine kord?
2. Ristküliku $ABCD$ külge DA pikendatakse üle tipu A ning valitakse sellel punkt E nii, et $|ED| = |DC|$. Leia kolmnurga ABE pindala, kui kolmnurga EDC pindala on 8 cm^2 ja kolmnurga BCD pindala on 3 cm^2 .
3. Kollases pakis on 1 kg küpsiseid ja see maksab 50 krooni. Punases pakis on 10% võrra rohkem küpsiseid kui kollases pakis ning rohelises pakis on 20% võrra vähem küpsiseid kui punases pakis. Roheline pakk maksab 12% vähem kui kollane pakk ning punane pakk maksab 10% rohkem kui roheline pakk. Millises pakis olevate küpsiste 1 kg hind on kõige madalam?

Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

VIII klass

II osa: Lahendamiseks on aega 2 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Arvu 15 saab esitada nii kolme kui ka viie järjestikuse naturaalarvu summana: $15 = 4 + 5 + 6$ ja $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$. Leia kõik sellised arvust 100 väiksemad naturaalarvud, mida saab esitada nii kolme kui ka viie järjestikuse naturaalarvu summana. Põhjenda, miks neid ei ole rohkem.
2. Rööpküliku $ABCD$ pindala on 240 cm^2 ning K ja L on vastavalt külgedele AD ja CD keskpunktid. Leia kolmnurga BKL pindala.
3. Lennuk tõusis õhku linnast A kell 7.00 kohaliku aja järgi ja maandus linnas B. Pärast 3-tunnist peatust linnas B alustas lennuk tagasilendu kell 12.00 sealse aja järgi ning maandus linnas A kell 16.30 kohaliku aja järgi. Milline oli kohalik aeg linnas B hetkel, mil lennuk tõusis õhku linnast A, kui lend linnast A linna B kestis 30 minutit vähem kui lend linnast B linna A?

Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

IX klass

II osa: Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Olgu x , y ja z mistahes kolm erinevat reaalarvu. Näita, et

$$\frac{x(y+z)}{(x-y)(x-z)} + \frac{y(z+x)}{(y-z)(y-x)} + \frac{z(x+y)}{(z-x)(z-y)} = -1.$$

2. Kolmnurgas ABC on $\angle BCA = 90^\circ$. Küljel AB märgitakse punktid K ja L nii, et $|AC| = |AK|$ ja $|BC| = |BL|$. Leia nurga KCL suurus.

3. a) Kui palju leidub arvust 100 väiksemate naturaalarvude hulgas selliseid, mille ruut avaldub kolme järjestikuse naturaalarvu summana?

b) Kas leidub naturaalarve, mille ruut avaldub nelja järjestikuse naturaalarvu summana?

4. Risttahukas mõõtmetega $3 \times 4 \times 5$ koosneb 60 ühikkuubist. Kui mitut neist kuupidest läbib risttahuka kaht vastastippu ühendav diagonaal?