

Eesti koolinoorte XLIX täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

26. jaanuaril 2002. a.

Juhised lahenduste hindamiseks

Lp. hindaja!

1. Juhime Teie tähelepanu sellele, et alljärgnevas on 7.–9. klasside olümpiaadi I osa (testi) ning kõikide ülejäänud ülesannete hindamisjuhised esitatud erinevalt. Testide iga küsimuse jaoks on eraldi loetletud või kirjeldatud vastused, mille eest tuleks anda vastavalt kaks punkti või üks punkt (s.t. vastavaid punkte ühe küsimuse piires *ei tule* liita). Seevastu kõigi teiste ülesannete lahendused on jaotatud võimalust mööda osadeks (etappideks) ning näidatud lahenduse iga osa eest antav punktide arv (s.t. ühe ülesande eest antava punktisumma saamiseks *tuleb* lahenduse erinevate osade eest antud punktid liita).

2. Enamiku ülesannete korral (v.a. testid ja tõestusülesanded) on hindamisjuhiste lõpus näidatud, mitu punkti anda ainult õige vastuse eest. See hinne on mõeldud juhuks, kui puhtandis on antud ainult ülesande vastus ning mustand (üldse või selle ülesande kohta) *puudub*. Mustandi olemasolul tuleks hindamisel arvestada ka seal kirjapandut.

3. Mõnede ülesannete kohta, mida saab lahendada mitmel oluliselt erineval viisil, anname eraldi hindamisskeemid erinevate lahendusviiside jaoks. Rõhutame, et iga konkreetset mittetäielikku lahendust tuleb hinnata ainult *ühe* sellise skeemi järgi (selle, mille kohaselt ta saaks kõige rohkem punkte).

4. Kahtlemata esineb õpilaste töödes ka mõttekäike, mis ei mahu meie poolt pakutud skeemidesse. Selliste lahenduste hindamisel tuleb lähtuda sellest, *kui suur osa* antud ülesandest on õpilasel lahendatud, kasutades lahenduse üksikute osade kaalu määramisel võimaluse korral võrdluseks punktide jaotust meie pakutud hindamisskeemides.

5. *Mistahes* täieliku ja matemaatiliselt korrektse lahenduse eest tuleb igal juhul anda maksimumpunktid, sõltumata selle lahenduse pikkusest või otstarbekusest võrreldes teiste lahendusviisidega.

VII klass, I osa.

1. Antud õige vastus -9 : 2 p.
Antud vastuseks $a = 1$ ja $b = -10$, summa leidmata: 1 p.
2. Antud õige vastus $-1\frac{1}{2}$ (või $-\frac{3}{2}$ või $-1,5$): 2 p.
Antud vastuseks $1\frac{1}{2}$ või $\frac{3}{2}$ või $1,5$): 1 p.
3. Antud õige vastus 502 : 2 p.
Antud vastuseks 501 : 1 p.
4. Antud õige vastus 12 : 2 p.
Antud vastuseks 15 (loetud ka üht värvi pallide komplektid): 1 p.
5. Antud õige vastus 13 : 2 p.
Antud vastuseks õige jagatis 1003005007009 : 1 p.
6. Antud õige vastus $2\frac{4}{15}$ (või $\frac{34}{15}$): 2 p.
Antud vastuseks $2,26$ või $2,27$ või täpsem lähisväärtus: 1 p.
7. Antud õige vastus 15° (või $\frac{\pi}{12}$): 2 p.
Antud vastuseks arv 15 ilma kraadimärgita: 1 p.
8. Antud õige vastus $\frac{3}{4}\pi$ (või $0,75\pi$): 2 p.
Antud vastuseks $2,35$ või $2,36$ või täpsem lähisväärtus: 1 p.
9. Antud õige vastus 15 cm: 2 p.
Antud vastuseks arv 15 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
10. Näidatud pinnalaotusel õige murdjoon: 2 p.

VII klass, II osa.

1. Kahe järjestikuse kohtumise vahelise päevade arvu leidmise eest: 3 p.
Järgmise kohtumise nädalapäeva leidmise eest: 2 p.
Järgmise kohtumise kuupäeva leidmise eest: 2 p.

Kui mingi osa kohta on antud ainult õige vastus ilma selgitusteta, anda selle osa eest 1 punkt. Täieliku õige vastuse eest (kõik kolm osa) ilma selgitusteta anda 2 punkti.

Kui järgmise kohtumise kuupäev on leitud valesti ainult sellepärast, et on eksitud päevade arvuga jaanuaris ja/või veebruaris, anda selle osa eest 1 punkt.

2. Selle ülesande kohta esitame neli hindamisskeemi vastavalt sellele, kas lahenduses kasutatakse kujundi täiendamist ruuduks ja seda, et iga vaadeldav kolmnurk moodustab poole vastavast ristkülikust või ruudust, või kasutatakse erinevate kolmnurkade pindalade võrdsust, või leitakse antud kolmnurkade pindalade kaudu kõigepealt ristküliku $ABCD$ küljepikkused, või avaldatakse kolmnurkade pindalad antud ristküliku küljepikkuste vm. sobivate suuruste kaudu.

Lahendus ristkülikute abil (žüri lahendus 1):

- Joonise täiendamise eest ruuduks, millest kolmnurk EDC moodustab poole (ka siis, kui pole mainitud, et saadav ristkülik on ruut): 2 p.
- Tähelepaneku eest, et iga vaadeldav kolmnurk (EDC , BCD ja ABE) moodustab poole vastava ristküliku pindalast: á 1 p.
- Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Lahendus võrdpindsete kolmnurkade abil (žüri lahendused 2 ja 3):

- Tähelepaneku eest, et kolmnurgad ABD ja BCD on võrdse pindalaga: 1 p.
- Tähelepaneku eest, et kolmnurgad EDB ja EDC (või kolmnurgad BCD ja BCE) on võrdse pindalaga: 3 p.
- Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.

Lahendus ristküliku ABCD küljepikkuste leidmise abil (žürii lahendus 4):

Ristküliku pikema külje pikkuse leidmise eest kolmnurga *EDC* pindalast: 2 p.

Ristküliku lühema külje pikkuse leidmise eest kolmnurga *BCD* pindalast: 2 p.

Kolmnurga *ABE* lühema kaateti pikkuse ja pindala leidmise eest: 3 p.

Lahendus kolmnurkade pindalade avaldamise abil (žürii lahendus 5):

Ühe kolmnurga (*EDC*, *BCD* või *ABE*) pindala avaldamise eest sobivate lõikude pikkuste kaudu: 2 p.

Teise kolmnurga pindala avaldamise eest samade lõikude pikkuste kaudu: 2 p.

Kolmanda kolmnurga pindala avaldamise eest samade lõikude pikkuste kaudu: 1 p.

Lõppvastuse leidmise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

3. Selle ülesande kohta esitame kaks hindamisskeemi vastavalt sellele, kas lahenduses arvutatakse välja iga paki hind ja küpsiste kogus või leitakse küpsiste 1 kg hinnad ilma pakside hindu ja küpsiste koguseid välja arvutamata (nagu žürii lahenduses 2).

Lahendus pakside hindade ja koguste väljaarvutamise abil:

Küpsiste koguse leidmise eest punases ja rohelises pakis: 2 p.

Punase ja rohelise paki hinna leidmise eest: 2 p.

Erinevate pakside küpsiste 1 kg hinna leidmise või sobiva hindamise ning õige lõppjäreluse tegemise eest: 3 p.

Lahendus pakside hindu ja koguseid välja arvutamata:

Rohelise paki küpsiste õige 1 kg hinna leidmise eest: 3 p.

Punase paki küpsiste õige 1 kg hinna leidmise või hindamise (nagu on tehtud žürii lahenduses 2) eest: 3 p.

Õige lõppjäreluse tegemise eest: 1 p.

Ainult õige vastuse eest (“punases pakis”) ilma selgitusteta anda 0 punkti.

VIII klass, I osa.

1. Antud õige vastus 2: 2 p.
2. Antud õige vastus -1 : 2 p.
3. Antud õige vastus 333: 2 p.
Antud vastuseks 334: 1 p.
4. Antud õige vastus 25: 2 p.
Antud vastuseks 24: 1 p.
5. Antud õige vastus 72: 2 p.
Antud vastuseks arvud 72 ja 27 või ainult arv 27: 1 p.
6. Näidatud punktide B , C ja D õige paigutus: 2 p.
Näidatud punktide B , C ja D selline paigutus, mis rahuldab tingimusi $|AB| = 2$, $|CD| = 1$ ja $|BC| = 4$, kuid üks või mõlemad punktidest B , D ei paikne lõigul AC : 1 p.
7. Antud õige vastus 20 (või 20°): 2 p.
8. Antud õige vastus 17 cm: 2 p.
Antud vastuseks arv 17 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
9. Antud õige vastus $\frac{3}{16}a^2$ (või $0,1875a^2$): 2 p.
Antud vastuseks arv $\frac{3}{16}$ või $0,1875$: 1 p.
10. Näidatud pinnalaotusel õige murdjoon: 2 p.

VIII klass, II osa.

1. Näitamise eest, et kolme järjestikuse naturaalarvu summana esituvad parajasti 3-ga jaguvad arvud: 2 p.

Näitamise eest, et viie järjestikuse naturaalarvu summana esituvad parajasti 5-ga jaguvad arvud: 2 p.

Nende tähelepanekute alusel otsitavate arvude leidmise eest: 3 p.

Kui esimeses kahes lõigus toodud väited on esitatud ilma põhjendusega, anda nende eest á 1 punkt. Kui vastuses on antud ka arv 0, anda 1 punkt vähem.

Ainult õige vastuse eest (kõik kuus õiget arvu) ilma selgitusteta anda 2 punkti. Kui on antud ka nende arvude esitused 3 ja 5 järjestikuse naturaalarvu summana, ent pole selgitatud, kuidas need arvud leiti või miks selliseid arve rohkem pole, siis anda 4 punkti. Kui vastuseks on antud neli või viis õiget arvu või lisaks õigetele arvudele ka üksikuid mittesobivaid arve, anda 1 punkt (kui on antud ka nende arvude esitused summadena, siis 2 punkti).

2. Idee eest avaldada kolmnurga pindala rööpküliku pindala ja ülejäänud kolme kolmnurga pindalade vahena: 1 p.

Ülejäänud kolme kolmnurga pindalade avaldamise eest rööpküliku pindala kaudu: 4 p.

Lahenduse lõpuleviimise ja õige lõppvastuse saamise eest: 2 p.

Kui lahenduses on vaadeldud mingit erijuhtu (nt. ristkülikut, rombi või ruutu) ning lahenduskäik kasutab oluliselt tehtud lisaeldusi, siis anda mitte üle 4 punkti. Kui lahenduskäik tehtud lisaeldusi ei kasuta ja on mainitud, et sama arutlus sobib ka üldjuhul, siis erijuhtu vaatlemise eest punkte mitte maha võtta; kui seda mainitud ei ole, anda 1 punkt vähem.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

3. Selle ülesande lahendamisel arutletakse tõenäoliselt väga erinevatel viisidel. Mittetäielike lahenduste hindamisel tuleks järgnevat hindamisskeemi, mis põhineb ühel võimalikul arutlusel, kasutada võrdluseks arutluse üksikute etappide osakaalu määramisel.

Edasi-tagasi lennule koos vahepeatusega linnas B kulunud aja leidmise eest: 1 p.

Ainult edasi-tagasi lennule (arvestamata vahepeatust linnas B) kulunud aja leidmise eest: 1 p.

- Ühes suunas lennule (linnast A linna B või linnast B linna A) kulunud aja leidmise eest: 2 p.
- Linnast B väljalennu kellaaaja leidmise eest linna A kohaliku aja järgi: 1 p.
- Linnade A ja B ajavahe ning lõppvastuse leidmise eest: 2 p.
- Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

IX klass, I osa.

1. Antud õige vastus 5: 2 p.
2. Antud õige vastus $-2\frac{2}{15}$ (või $-\frac{32}{15}$): 2 p.
Antud vastuseks $-2,13$ või $-2,14$ või täpsem lähisväärtus: 1 p.
3. Antud õige vastus 252: 2 p.
Antud vastuseks 251: 1 p.
4. Antud õige vastus 8: 2 p.
Antud vastuseks arvud -7 ja 8 või ainult arv -7 : 1 p.
5. Antud õige vastus 45: 2 p.
Antud vastuseks õige korrutis 7777622223: 1 p.
6. Märgitud sirgel mõlemad sobivad punktid: 2 p.
Märgitud sirgel üks sobiv punkt (teine punkt märkimata või valesti märkitud): 1 p.
7. Antud õige vastus 45° (või $\frac{\pi}{4}$): 2 p.
Antud vastuseks arv 45 ilma kraadimärgita: 1 p.
8. Antud õige vastus 1440° (või 8π): 2 p.
Antud vastuseks arv 1440 ilma kraadimärgita: 1 p.
9. Antud õige vastus $ab - b^2$ (või sellega võrdne avaldis): 2 p.

10. Näidatud pinnalaotusel õige murdjoon: 2 p.

IX klass, II osa.

1. Murdude õige viimise eest ühisele nimetajale: 2 p.

Saadud murru lugeja ja/või nimetaja sobiva teisendamise eest näitamaks, et need on teineteisest saadavad märkide muutmiseega: 5 p.

2. Kolmnurga *CAK* võrdhaarsuse ärakasutamise eest: 2 p.

Kolmnurga *LBC* võrdhaarsuse ärakasutamise eest: 2 p.

Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

3. Osa a) lahenduse eest kokku: 4 p.

Näitamise eest, et kolme järjestikuse naturaalarvu summana esituvad parajasti 3-ga jaguvad arvud: 2 p.

Tähelepaneku eest, et arvu ruut jagub 3-ga parajasti siis, kui arv ise jagub 3-ga: 1 p.

Selle alusel a) osa õige vastuse leidmise eest: 1 p.

Osa b) lahenduse eest kokku: 3 p.

Tähelepaneku eest, et nelja järjestikuse naturaalarvu summana annab 4-ga jagamisel jäägi 2: 1 p.

Selle alusel näitamise eest, et naturaalarvu ruut ei esitu nelja järjestikuse naturaalarvu summana: 2 p.

Kui a) osas väide, et kolme järjestikuse naturaalarvu summana esituvad parajasti 3-ga jaguvad arvud, on esitatud ilma põhjenduseta, anda selle eest 1 punkt. Kui sobivaks arvuks on loetud ka 0 ja seetõttu saadud vale vastus, anda 1 punkt vähem.

Ainult a) osa õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt, b) osa õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.

4. Selle ülesande lahendamisel arutletakse tõenäoliselt väga erinevalt. Alltoodud hindamiskeemi, mis põhineb küll ühel võimalikul arutlusel, tuleks ka teistsuguste mittetäielike lahenduste hindamise juures

kasutada võrdluseks arutluse üksikute etappide osakaalu määramisel.

Idee eest loendada diagonaali üleminekuid ühest kuubist teise: 1 p.

Sobiva loendamisstrateegia määratlemise eest (žürii lahenduses risttahuka tahkudega paralleelsed tasandid): 2 p.

Sellel strateegial põhineva arutluse eest, mis tõestab, et diagonaali üleminekuid ühest kuubist teise on ülimalt 9: 2 p.

Põhjenduse eest, miks neid üleminekuid on täpselt 9 (žürii lahenduses: diagonaal ei löika mitut tasandit korraga): 2 p.

Kui selle, miks diagonaali üleminekuid ühest kuubist teise on täpselt 9, või ekvivalentse väite põhjendamisel on mainitud asjaolu, et arvud 3, 4 ja 5 on ühistegurita, siis anda selle osa eest vähemalt 1 punkt.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

X klass

1. Jagatava teisendamise eest harilikuks murruks: 2 p.

Jagaja teisendamise eest harilikuks murruks: 2 p.

Õige jagatise leidmise eest hariliku murruna: 1 p.

Jagatise teisendamise eest lõpmatuks perioodiliseks kümnendmurruks: 2 p.

Ainult lõpmatu perioodilise kümnendmurruna antud õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti, hariliku murruna antud vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

2. Determinantide õige lahtikirjutamise eest: 2 p.

Ainult x ja ainult y sisaldavate ruutvõrrandite saamise eest: 3 p.

Nende ruutvõrrandite lahendamise ja õige lõppvastuse leidmise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti, kui on leitud kõik 4 lahendit; 2 või 3 lahendi eest anda 1 punkt, 1 lahendi eest 0 punkti.

3. Näite eest a) osa jaoks: 2 p.
 Põhjenduse eest, miks b) osa jaoks sobivat kolmnurka ei leidu: 2 p.
 Näidete eest c) ja d) osa jaoks: 3 p.

Kui on toodud näide ainult c) osa või ainult d) osa jaoks ja teine näide puudub või on väidetud, et selliste küljepikkustega kolmnurka ei leidu, siis anda viimase lõigu eest 1 punkt.

Ainult kõigi nelja osa õigete vastuste eest ilma selgitusteta anda 1 punkt. Kui mõne osa vastus puudub või on vale, siis selgituste puudumisel anda 0 punkti.

4. Näitamise eest, et nurk AOB (või nurk AMB) on 120° : 2 p.
 Kolmnurga BMO võrdkülsuse näitamise eest: 2 p.
 Kolmnurga BRO võrdkülsuse näitamise eest: 2 p.
 Lõppjärgelduse tegemise eest: 1 p.

5. Tähelepaneku eest, et $c < a + b$: 1 p.
 Võrratuse $b \geq 502$ kehtivuse näitamise eest: 2 p.
 Võrratuse $b \leq 999$ kehtivuse näitamise eest: 2 p.
 Näite eest, et $b = 502$ on võimalik: 1 p.
 Näite eest, et $b = 999$ on võimalik: 1 p.

Kui on saadud võrratus $b \geq 501$ või $b \leq 1000$ ja pole kontrollitud, kas sellise b jaoks sobivaid kolmnurki leidub, anda vastava osa eest 1 punkt. Kui on saadud selline võrratus ja on põhjendatud, et sellise b jaoks sobivat kolmnurka siiski ei leidu, siis lugeda see võrdväärseks vastavalt võrratuse $b \geq 502$ või $b \leq 999$ tõestamisega.

Ainult õige vastuse (*mõlemad* arvud 502 ja 999) eest ilma selgitusteta ja näideteta anda 1 punkt, ühe õige arvu eest anda 0 punkti.

6. Idee eest vaadelda ruudustiku 4 keskmist ruutu: 2 p.
 Tähelepaneku eest, et tahvlid küljepikkustega üle 50 katavad igal juhul kõik need ruudud: 2 p.
 Tähelepaneku eest, et tahvel küljepikkusega 50 katab igal juhul ühe neist ruutudest: 2 p.
 Lõppjärgelduse tegemise eest: 1 p.

XI klass

1. Võrrandi teisendamise eest kujule $P(x) = Q(x)$, kus $P(x)$ ja $Q(x)$ on polünoomid: 2 p.
Võrrandi $4x^3 + 6x^2 = 0$ (või sellega ekvivalentse) saamise eest: 2 p.
Lahendite $x = 0$ ja $x = -\frac{3}{2}$ leidmise eest: 2 p.
Kontrolli eest, et mõlemad lahendid sobivad: 1 p.

Kontrolli eest 1 punkti andmiseks lugeda piisavaks, kui on mainitud, et mõlema lahendi korral on esialgse võrrandi murdude nimetajad erinevad nullist (või on tehtud arvutused, kust see on näha).

Ainult õige vastuse (*mõlemad* lahendid) eest ilma selgitusteta ja sobivuse kontrollita anda 1 punkt, ainult ühe lahendi eest 0 punkti. Kui lahendite sobivust on kontrollitud, aga nende leidmise kohta selgitused puuduvad, anda mõlema lahendi eest 2 punkti ja ühe lahendi eest 1 punkt.

2. Esimesel sammul (graafiku nihutamise järel) saadava funktsiooni õige leidmise eest: 2 p.
Teisel sammul (graafiku peegeldamise järel) saadava funktsiooni õige leidmise eest: 3 p.
Saadud funktsiooni määramispiirkonna leidmise eest: 1 p.
Saadud funktsiooni muutumispiirkonna leidmise eest: 1 p.

Kui esimese sammu tõlgendamisel on tehtud viga, aga teisel sammul on seda funktsiooni edasi teisendatud õigesti, anda teise sammu eest 2 punkti. Kui leitud funktsioon ei ole küll õige, kuid õige funktsiooniga sarnase kujuga ning selle määramis- ja/või muutumispiirkond on leitud õigesti, siis anda neist kummagi leidmise eest ikkagi 1 punkt.

Ainult õige vastuse eest (funktsioon $y = \sqrt{-x + 3}$ koos õige määramis- ja muutumispiirkonnaga) ilma selgitusteta anda 2 punkti. Ainult õige funktsiooni eest anda 1 punkt.

3. Sobivate võrrandite kirjapaneku eest, kust on võimalik leida järgmise ruudu küljepikkus 4: 2 p.
Järgmise ruudu küljepikkuse 4 tegeliku leidmise eest koostatud võrranditest: 1 p.

Sobivate võrrandite kirjapaneku eest, kust on võimalik leida
ülejäanud ruutude küljepikkused: 2 p.

Ülejäanud ruutude küljepikkuste leidmise eest: 2 p.

Kui on kirja pandud keeruline paljude võrranditega süsteem, kuid selle lahendamiseks pole kuhugi jõutud, anda maksimaalselt 2 punkti (seda ka ainult juhul, kui süsteem on õige ja põhimõtteliselt lahendi leidmiseks piisav).

Ainult õige vastuse eest (kõikide ülejäanud ruutude küljepikkused) ilma selgitusteta anda 2 punkti; 6 või 7 õige küljepikkuse eest anda 1 punkt, vähem kui 6 õige küljepikkuse eest 0 punkti.

4. Võrduse saamise eest, mis seob aluse pikkust, haara pikkust ning nende lõikude pikkusi, milleks haarale tõmmatud kõrguse aluspunkt jaotab haara: 2 p.

Arusaamise eest, et on kaks võimalikku juhtu: 1 p.

Aluse ja haara (või haara ja aluse) suhte jaoks võrrandi saamise eest kummalgi juhul: á 1 p.

Nendest võrranditest haara ja aluse suhte võimalike väärtuste leidmise eest: á 1 p.

Vastavalt ülaltoodud hindamisskeemile võib lahendus, kus on vaadeldud ainult ühte kahest võimalikust juhust, saada maksimaalselt 4 punkti.

Ainult õige vastuse eest (mõlemad võimalikud suhted) ilma selgitusteta anda 2 punkti; ainult ühe õige suhte eest anda 1 punkt.

5. Selle ülesande kohta esitame kaks hindamisskeemi vastavalt sellele, kas lahenduses kasutatakse avaldise $(n + 1)^n - 1$ teguriteks lahutust (žürii lahendus 1) või binoomvalemit (žürii lahendus 2).

Lahendus avaldise $(n + 1)^n - 1$ teguriteks lahutuse abil:

Avaldise $(n + 1)^n - 1$ teguriteks lahutamise eest: 2 p.

Tähelepaneku eest, et üks teguritest on n : 1 p.

Põhjendamise eest, miks teine tegur jagub n -ga: 4 p.

Lahendus binoomvalemi abil:

Binoomvalemi õige rakendamise eest: 3 p.

Tähelepaneku eest, et $\binom{n}{1} = n$ ning üks liidetav tuleb parajasti n^2 : 2 p.

Tähelepaneku eest, et pärast 1 ja -1 koondamist kõik ülejäänud liidetavad jaguvad n^2 -ga: 2 p.

6. Tähelepaneku eest, et igal sammul üks piraat saab täpselt 9 münti juurde ja igaüks ülejäänutest kaotab 1 münti: 2 p.

Järelduse eest, et müntide arvude vahe mistahes kahes kuhjas jääb alati samaks *modulo* 10 (või et see kas jääb samaks või muutub täpselt 10 võrra): 2 p.

Järelduse eest, et kapteni ja pootsmani kuhjas olevate müntide arvud ei saa kunagi võrdseks: 3 p.

Teises alalõigus mainitud 2 punkti saamiseks piisab ka sellest, kui vastav järeldus on sõnastatud ainult kapteni ja pootsmani kuhjade jaoks.

Ainult õige vastuse “ei” eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.

XII klass

1. Arusaamise eest, et punkti C z -koordinaat on 0: 1 p.

Kolmnurga võrdhaarsusest võrduse $x = y$ saamise eest: 2 p.

Kolmnurga täisnurksusest ruutvõrrandi saamise eest x või y jaoks: 2 p.

Võrrandi lahendamise ja õige lõppvastuse leidmise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse (*mõlemad* sobivad punktid) ilma selgitusteta anda 2 punkti, ainult ühe sobiva punkti eest anda 1 punkt.

2. Selle ülesande kohta esitame kaks hindamisskeemi vastavalt sellele, kas lahenduses kasutatakse paraboole määravate funktsioonide tuletiste võrdsust puutepunktis (žürii lahendus 1) või seda, et parabolide ainus ühine punkt on nende puutepunkt (žürii lahendus 2).

Lahendus tuletiste võrdsustamise abil:

Arusaamise eest, et puutepunkt on punkt, kus langevad kokku nii paraboole määravate funktsioonide kui ka nende tuletiste väärtused: 2 p.

Nende tingimuste kirjapaneku eest võrranditena x ja a suhtes:	1 p.
Saadud võrrandisüsteemi lahendamise eest, arvestades a positiivsuse nõuet:	2 p.
Puutepunkti y -koordinaadi leidmise eest:	1 p.
Paraboolide ühise puutuja tõusu leidmise eest:	1 p.

Lahendus paraboolide ainsa ühise punkti leidmise abil:

Arusaamise eest, et paraboolide ainus ühine punkt on nende puutepunkt:	1 p.
Selle tingimuse esitamise eest kujul $D = 0$, kus D on vastava ruutvõrrandi diskriminant:	2 p.
Sellest tingimusest väärtuse $a = 2$ leidmise eest (arvestades positiivsust):	1 p.
Puutepunkti x -koordinaadi leidmise eest:	1 p.
Puutepunkti y -koordinaadi leidmise eest:	1 p.
Paraboolide ühise puutuja tõusu leidmise eest:	1 p.

Ainult *täieliku* õige vastuse eest (a väärtus, puutepunkti koordinaadid ja puutuja tõus) ilma selgitusteta anda 2 punkti. Kui vastus sisaldab kolmest komponendist õigesti kaks, anda 1 punkt, ainult ühe õige komponendi eest 0 punkti.

3. Selle ülesande kohta esitame kaks hindamisskeemi vastavalt sellele, kas lahenduses kasutatakse nurga $A'XB'$ poolitamist (žürii lahendus 1) või koosinusteoreemi (žürii lahendus 2).

Lahendus nurga $A'XB'$ poolitamise abil:

Lõigu $A'X$ või $B'X$ pikkuse leidmise eest:	2 p.
Nurga $\frac{\angle A'XB'}{2}$ siinuse või koosinuse leidmise eest:	2 p.
Lahenduse lõpuleviimise eest:	3 p.

Lahendus koosinusteoreemi abil:

Lõigu $A'X$ või $B'X$ pikkuse leidmise eest:	2 p.
Idee eest kasutada koosinusteoreemi kolmnurgas $A'XB'$:	2 p.

- Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.
- Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.
4. Tähelepaneku eest, et mistahes 6-st järjestikusest naturaalarvust täpselt kaks jaguvad 3-ga: 2 p.
- Järelduse eest, et siis peaksid arvudest a , b , c ja d vähemalt kolm jaguma 3-ga: 2 p.
- Järelduse eest, et siis peaksid nende suurimatest ühisteguritest vähemalt kolm jaguma 3-ga: 2 p.
- Saadud vastuolu põhjal õige lõppjärelduse tegemise eest: 1 p.
- Ainult õige vastuse “ei leidu” eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.
5. Osa a) lahenduse eest kokku: 4 p.
- Näitamise eest, et antud võrdus on samaväärne võrdusega*
 $a_{i-1} - 2a_i + a_{i+1} = 0$: 1 p.
- Selle võrduse esitamise eest kujul $a_i - a_{i-1} = a_{i+1} - a_i$:* 1 p.
- Siit järeldamise eest, et jada on aritmeetiline:* 2 p.
- Osa b) lahenduse eest kokku: 3 p.
- Tähelepaneku eest, et nelja esimese liikme väärtused võime valida suvaliselt:* 1 p.
- Siit järelduse tegemise eest, et jada ei tarvitse olla aritmeetiline:* 2 p.
6. Osa a) lahenduse eest: 3 p.
- Osa b) lahenduse eest: 4 p.

Kui on tõestatud, et keskmises ruudus peab alati olema 0, kuid ei ole sellest järeldatud, et juhul b) ei ole soovitud tulemuse saamine alati võimalik, siis anda selle eest 3 punkti.

Osa b) lahenduseks piisab ka konkreetsest kontranäitest — peab olema põhjendatud, miks selliste arvude korral ülejäänud ruute soovitud viisil täita ei saa, kuid seejuures ei tarvitse olla jõutud tulemuseni, et keskmises ruudus peab kindlasti olema 0.

Ainult õige vastuse (“jah” ja “ei”) eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.