

XLVIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

27 января 2001 г.

VII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Абсолютная величина числа a на 2,5 больше числа 7,3.
Найти все возможные значения числа a .

.....

2. Сейчас 22.45. Сколько времени будет через 2001 час?

.....

3. Найти наибольшее простое число, на которое делится число 364.

.....

4. Натуральные числа, начиная с 1, располагают в треугольную таблицу, первые четыре строки которой показаны на рисунке. Каковы первое и последнее числа десятой строки этой таблицы?

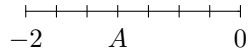
			1		
			2	3	
		4	5	6	
	7	8	9	10	
.....					

.....

5. В кружке Марины молока на 60% меньше чем в кружке у Юры. Во сколько раз молока в Юриной кружке больше чем в Мариной?

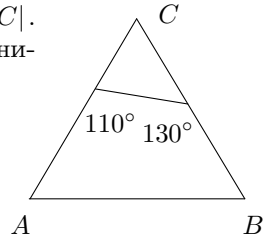
.....

6. Отрезок числовой прямой, концы которого соответствуют числам -2 и 0 , поделен на семь равных частей. Какое число соответствует букве A ?



.....

7. В треугольнике ABC имеем $|AC| = |BC|$. Найти величины углов этого треугольника.



.....

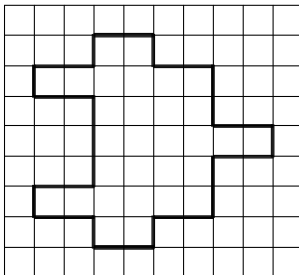
8. Площадь круга 9π см². Найти точную длину окружности этого круга.

.....

9. Найти объем такого прямоугольного параллелепипеда, у которого две третьих ребер имеют длину 5 см и две третьих граней имеют площадь 40 см².

.....

10. Разделить нарисованную на клетчатой бумаге фигуру на части, равные изображенной сбоку фигуре T (фигуру T можно поворачивать).



T

XLVIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

27 января 2001 г.

VIII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти натуральные числа m и n , которые меньше 30 и для которых $m : n = 3,125$.

$m = \dots\dots\dots$ $n = \dots\dots\dots$

2. Число a уменьшили на 40%, затем увеличили результат на 20% и получили число 18. Найти число a .

$\dots\dots\dots$

3. Написать в местах, отмеченных пунктиром, выражения $(2^3)^4$, $(3^2)^4$ и $(4^3)^2$, а в квадратах подходящие знаки $<$ или $=$ так, чтобы записанные соотношения выполнялись.

$\dots\dots \square \dots\dots \square \dots\dots$

4. Абсолютная величина числа $a + 1,3$ равно 9. Найти все возможные значения числа a .

$\dots\dots\dots$

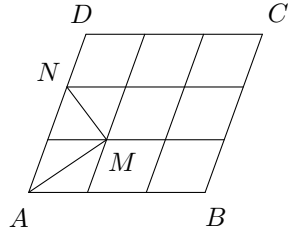
5. Натуральные числа, начиная с 1, располагаются в треугольную таблицу, первые четыре строки которой показаны на рисунке. На сколько самое левое число 17-ой строки этой таблицы меньше самого правого числа 19-ой строки?

				1
			2	3
		4	5	6
	7	8	9	10
$\dots\dots\dots$				

$\dots\dots\dots$

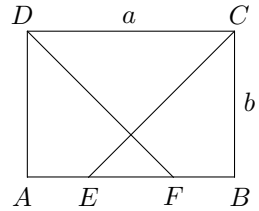
6. Ромб $ABCD$ разделен на девять равных ромбов. Найти площадь ромба $ABCD$, если $|AM| = 5$ см и $|NM| = 3$ см.

.....



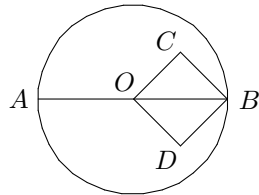
7. Отрезки DF и CE являются биссектрисами прямоугольника $ABCD$. Найти длину отрезка EF , если длины сторон прямоугольника равны a и b .

.....



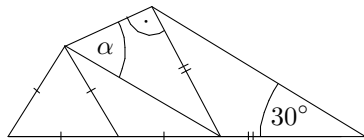
8. Вершина O квадрата $BCOD$ является центром, а AB диаметром круга. Найти отношение площадей круга и квадрата.

.....



9. Найти величину угла α , если длины одинаково обозначенных на рисунке отрезков равны.

.....



10. Даны 27 белых кубиков единичного размера. Некоторые их грани красят в желтый, а некоторые в зеленый цвет так, чтобы из них можно было бы собрать желтый куб размера $3 \times 3 \times 3$ и зеленый куб размера $3 \times 3 \times 3$. Найти наибольшее возможное число граней, окрашенных в зеленый цвет.

.....

XLVIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

27 января 2001 г.

IX класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения
можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти наименьшее простое число, на которое делится
сумма $3^4 + 5^3 + 7^2 + 11$.

.....

2. Зарплата редактора и корректора вместе составляет 5%
от денег, полученных в результате продажи книг. Автор
получает 10% от двух третей денег, полученных с продажи
книг. Сколько получил автор, если редактор и корректор
получили по 3000 крон каждый?

.....

3. Двузначное число a равно сумме своего числа десятков и
удвоенного числа единиц. Найти число a .

.....

4. В турнире каждая команда сыграла с каждой из остальных
команд один раз. Всего сыграли 105 игр. Сколько команд
участвовало в турнире?

.....

5. Натуральные числа от 1 до 2001
пишут в таблицу, состоящую из
семи столбцов, показанным на ри-
сунке способом. В столбец обо-
значенный какой буквой напишут
число 2001?

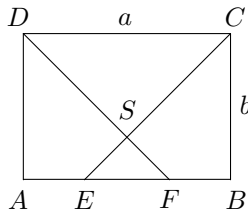
A	B	C	D	E	F	G
1		2		3		4
	5		6		7	
8		9		10		11
	12		13		14	

.....

6. Для составления трех квадратов с различными длинами сторон использовалось всего 49 единичных квадратов. Найти длину стороны наименьшего из трех квадратов.

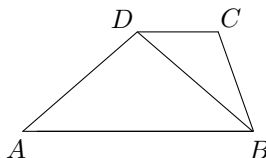
.....

7. Биссектрисы DF и CE прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке S . Найти площадь треугольника ESF , если длины сторон прямоугольника равны a и b .



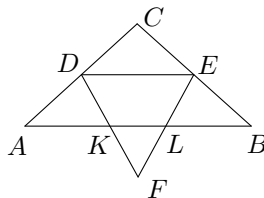
.....

8. AB и CD основания трапеции $ABCD$. Найти величину угла ADB , если $|AD| = |DB|$, $\angle BCD = 110^\circ$ и $\angle CBD = 30^\circ$.



.....

9. Треугольники ABC и DEF равнобедренные, D и E середины равных сторон AC и BC треугольника ABC , а K и L середины равных сторон DF и EF треугольника DEF . Найти отношение $|AB| : |KL|$.



.....

10. Даны 27 белых кубиков единичного размера. Некоторые их грани красят в желтый, а некоторые в зеленый цвет так, чтобы из них можно было бы собрать желтый куб размера $3 \times 3 \times 3$ и зеленый куб размера $3 \times 3 \times 3$. Найти наибольшее возможное число граней, оставшихся белыми.

.....

XLVIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

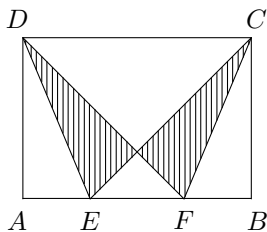
27 января 2001 г.

VII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Отец дал своим трем сыновьям некоторое количество монет так, что старший сын получил на 15 монет больше младшего. После того, как старший сын отдал из своей доли 30 монет среднему сыну, у среднего и младшего сыновей стало монет поровну, а у старшего осталось еще 45 монет. Сколько всего монет дал отец своим сыновьям?

2. Отрезки CE и DF делят пополам соответственно углы BCD и CDA прямоугольника $ABCD$. Найти площадь заштрихованной на рисунке фигуры, если длины сторон прямоугольника равны 10 см и 7 см.



3. Известно, что a , b и $10a + b$ простые числа и $a \leq b < 10$. Найти все возможные значения произведения $ab \cdot (10a + b)$.

XLVIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

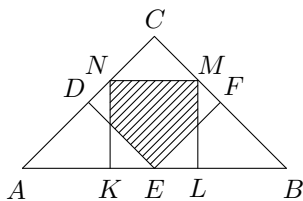
МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

27 января 2001 г.

VIII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Если в компьютер Миши ввести натуральное число n , то компьютер умножит все натуральные числа от 1 до n и покажет результат на экране. Например, при вводе числа 6, компьютер найдет произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ и покажет на экране число 720. Но если найденное произведение делится на 2001, то компьютер сыграет вдобавок веселую мелодию. Какое наименьшее натуральное число должен ввести Миша, чтобы компьютер исполнил ему музыку?
2. На летних каникулах Толик работал продавцом газет. На покупку дискет Толик потратил 25% из заработанных денег, 25% оставшихся денег он заплатил за автобусную экскурсию. На покупку рождественских подарков друзьям Толик потратил на треть меньше чем заплатил за экскурсию. После этого из заработанных Толиком денег у него осталось на 80 крон меньше, чем было уже потрачено. Сколько заработал Толик за каникулы?
3. На сторонах равнобедренного прямоугольного треугольника ABC взяты точки D, E, F, K, L, M, N , как показано на рисунке, так что $CDEF$ и $KLMN$ квадраты. Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь общей части этих квадратов (которая на рисунке заштрихована)?



XLVIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

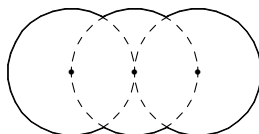
27 января 2001 г.

IX класс

II часть: Время, отводимое для решения: 4 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Счетовод Юрий заметил, что в 2001 году его возраст станет равен удвоенной сумме цифр его года рождения. Размышляя дальше, он с удивлением обнаружил, что точно такая же история с его сестрой Юлией, которая младше его на несколько лет. Сколько лет исполнится в этом году Юрию и Юлии?

2. Три окружности, изображенные на рисунке, имеют одинаковый радиус r , их центры расположены на одной прямой и две крайние окружности проходят через центр третьей. Найти периметр фигуры, образованной этими тремя окружностями.



3. Пусть k целое число. Доказать, что если число $k^2 - k$ не делится на 6, то число $k^2 - k - 2$ делится на 18.

4. Четыре ученика купили в магазине книги. Известно, что

- каждый из них купил ровно три разные книги;
- каждая пара учеников купила ровно одну одинаковую книгу.

Сколько всего разных книг купили ученики? Найти все возможные варианты.