

# Kontrollijate kommentaarid 2001. a. piirkondliku matemaatika-olümpiaadi tööde kohta

## Kokkuvõtteks

Ülesannete komplektid, välja arvatud ehk 7. ja 9. klassi omad, osutusid sellel aastal lahendajatele erakordselt rasketeks: lõppvooru pääsemise punktiühtlused kujunesid viimaste aastate madalaimateks (eriti 11. klassis) ning lõppvooru kutsutavate õpilaste õiglaseks määramiseks pidime hulga töid piirkondadest juurde küsima. See ei olnud mingil juhul komplektide koostajate eesmärk — tuleb tunnistada, et žürii eksis sel aastal piirkondliku vooru komplekte kokku pannes tunduvalt nende raskuse hindamisel.

Tänavu, nagu ka eelmisel aastal, ei vaadanud žürii läbi kõikides piirkondadest saadetud töödes kõiki ülesandeid, vaid ainult niipalju, kui oli vaja huvipäevale ja lõppvooru kutsutavate õiglaseks määramiseks. See tähendas, et kõikide kutsutavate õpilaste töödes vaadati läbi kõik ülesanded ning ükski õpilane, kelle töös mõned ülesanded jäid läbi vaatamata, ei tõuseks kutsutavate hulka ka siis, kui talle kõikide nende ülesannete eest antaks maksimaalsed punktid.

Läbi vaatamata jäänud ülesanded on tabelites eristatud halli (veebiversioonis oranži) taustavärviga. 9. ja 12. klasside kontrollijad vaatasid läbi kõikides töödes kõik ülesanded.

## 7. klass (Eelts Abel, Mart Abel)

### Test

**Ül. 6:** Mitmed õpilased olid püüdnud vastust saada jooniselt joonlaua abil lõikude pikkusi mõõtes. Vastust kiputi andma ümardatud kümnendmurruna.

### Ülesanne 1

See ülesanne osutus jõukohaseks enamusele, eksiti vähe.

### Ülesanne 2

Suur osa lahendajaid oli püüdnud joonestada mõõtudele vastava ristküliku ning siis ilmselt mõõtnud jooniselt vajalike lõikude pikkusi. Sõltuvalt sellest, milliste kujundite pindalade abil avaldati viirutatud osa pindala, oli tarvis leida ka erinevate lõikude pikkused. Jooniselt mõõtmise korral andis üks variant (lõigu  $EF$  pikkuse kasutamine) küll õige vastuse, kuid põhjenduste puudumise tõttu sai vaid osaliselt punkte. Teise variandi korral, kus mõõdeti punktide  $C$  ja/või  $D$  kauguseks nurgapoolitajate lõikepunktist 7 cm (tegelikult  $5\sqrt{2}$  cm ehk ligilähedaselt 7,071 cm), saadi pindalaks  $21 \text{ cm}^2$ . Täpselt samale valele tulemusele jõudsid need, kes poole viirutatud kujundist lugesid pindvõrdseks kolmnurgaga  $ADE$ .

### Ülesanne 3

Selle ülesande sarnaste lahenduste eest antud punktid varieerusid piirkonniti väga suure ulatuses. Seetõttu osutus vajalikuks kõigis komisjonile saadetud töödes see ülesanne läbi vaadata. Tüüpiliselt oli lahenduse eest, kus oli toodud vaid õige vastus ning kontrollitud, et see ülesande tingimusi rahuldab, kuid põhjendamata, miks teised algarvupaarid ei sobi, antud 7 punkti.

### 8. klass (Kati Metsalu, Eno Tõnisson)

#### Test

Testid olid hinnatud üldiselt hästi. Kõige rohkem probleeme tekitas õpetajatele 8. ülesande hindamine, paar muutust tuli teha ka ülesannetes 1 ja 7.

**Ül. 8:** Lisaks hindamisjuhendis toodutele said 2 punkti ka teised vastused, mis olid võrdsed õige vastusega (analoogiliselt ülesandele 7), näiteks  $\frac{\pi}{0,5}$ . Samuti andsime 2 punkti vastuste eest stiilis “ringi pindala on ruudu pindalast  $2\pi$  korda suurem”.

Peamised probleemid olid õpetajatel hindamisega, kas õpilase vastuse eest võib anda 1 punkti või pole ta seda siiski väärt. Kõikide hindamisjuhendis loetlemata valede vastuste eest (näiteks 3,14, 1 : 6,28) andsime 0 punkti.

### Ülesanne 1

Kui õpilane oli arvu 2001 valesti tegurdanud (arvates, et 667 on algarv), kuid kogu muu arutlus oli õige, võis ta saada kuni 5 punkti. Suuremate puudujääkide korral sai ta siiski 2 punkti (algteguriteks lahutuse — kuigi vale — ja veel millegi põhjal järelduse tegemise eest).

### Ülesanne 2

Ülesanne osutus küllaltki lihtsaks ning lihtne oli seda ka vastavalt hindamisjuhendile hinnata.

### Ülesanne 3

Selliste ülesannete puhul on alati probleemiks, milliseid väiteid tuleb rangelt tõestada ning milliseid võib nii ilmseks pidada, et neid tõestada ei tule. Siin ei saa ka hindamisjuhend paratamatult täiuslik olla ning kontrollijatel tuleb põhjenduse taset ise hinnata. Seepärast on punktide parandused selles ülesandes tingitud pigem ühtlustamisest ning hindajatele ei saa üldjuhul midagi ette heita.

## **9. klass** (Kalle Kaarli, Ahti Peder)

### **Ülesanne 1**

Ülesanne osutus küllaltki lihtsaks. Esines palju lahendusi, kus õige tulemuseni jõuti võrrandit koostamata, ning mõnel juhul ei olnud kontrollijad selliseid lahendusi õigeks lugenud. Probleemiks oli 1 punkti andmine tuhandeliste ja sajaliste arvu leidmise eest. Osa kontrollijaid olid rangelt 1 punkti maha võtnud, kui selgitus puudus. Samas oli selgituseks tihti viitamine n-ö. “tervele mõistusele” ja seega ei tundunud õiglasena nende karistamine, kes oma lahenduses “tervele mõistusele” tuginesid seda eraldi mainimata. Seepärast andsime selle punkti neil juhtudel õpilastele juurde. Samuti tuli ette, et punkte võeti maha selle eest, et ei olnud välja kirjutatud kümneliste ja üheliste võimalikke väärtusi, kuigi arutlus oli igati täielik ja loogiline. Ka need punktid andsime juurde.

### **Ülesanne 2**

Ülesanne osutus lihtsaks. Paljudes lahendustes olid selgitused kaarte pikkuste tuletamisel väga lakoonilised, ning hindajatel olid erinevad arusaamad sellest, mida tuleb põhjendada ja mida mitte. Paljudes lahendustes kasutati vahepealset ümardamist.

### **Ülesanne 3**

Paljudes töödes esitati kõigepealt hulk näiteid ja siis tehti nende järgi üldistused ilma midagi põhjendamata.

### **Ülesanne 4**

Lahendused näitasid järjekordselt, et nii õpilastel kui ka paljudel õpetajatel ei ole selge, mida tähendab väite korrektne põhjendamine. Paljudes töödes tuli antud 7 punkti vähendada 4-le, sest peale konkreetsete konfiguratsioonide äratoomise lahenduses midagi muud ei olnud. Rohkem üllatas see, et osa hindajaid ei olnud järginud hindamisjuhendis täiesti üheselt kirjas reeglit, kuidas hinnata töid, milles on ilma üldjuhtu käsitlemata ära toodud mingi arv võimalusi.

## **10. klass** (Meelis Kull, Emilia Käsper)

### **Üldised märkused**

Ülesannete komplekt oli tervikuna suhteliselt raske: seda näitab juba see, et maksimumpunkte kõigi ülesannete eest ei saanud keegi. Kõige lihtsamaks ülesandeks osutus viies ning kõige raskemateks esimene ja kolmas.

## Ülesanne 1

Selle ülesande kohta saime maksimumpunkte anda vaid kahel korral: unustati nimelt kontrollida, et  $b - a = 0$  korral ka tõepoolest leiduvad sobivad  $a$  ja  $b$ , mille korral on võrrandil olemas lahend. See on küll üsna ilmne, kuid kontrolli vajadust näitab ka järgnev. Nimelt väga paljud jõudsid pärast ruutvõrrandi lahendamist tulemusele  $b - a \leq \frac{1}{4}$  ning arvasid, et sellega on ülesanne lahendatud, unustades kontrollida, kas väärtus  $\frac{1}{4}$  on üldse saavutatav.

Selle ülesande hindamisskeem oleks ilmselt võinud olla selgem, sest hindamise ühtlustamist (s.t. punktide muutmist) oli palju.

## Ülesanne 2

Ülesanne osutus jõukohaseks suhteliselt paljudele lahendajatele. Neid, kes tulid mingi kavala joonise täiendamise viisi peale, oli aga üsna vähe. Põhiliselt lahendati ülesannet kasutades pindalavalemeid, kiirteteoreemi ja trigonomeetriavalemeid. Kõik näidislahendused esinesid siiski ka õpilaste töödes. Lisaks võib mainida ideed täiendada joonist rombiks küljepikkusega 5.

## Ülesanne 3

Põhiline probleem selles ülesandes oli näidata, et  $a$  ja  $b$  väärtused on tõkestatud. Paljudes töödes oli väidetud, et kui  $a$  kasvab, siis  $b$  kahaneb või muud sellist, kuid ilma põhjendusega. Sellised väited nõuaksid aga antud juhul kindlasti tõestamist. Et oluliseks sammuks lahenduseni jõudmisel oli  $a$  avaldamine  $b$  kaudu või vastupidi, siis selle eest otsustasime anda ka ühe punkti. Näidislahendusega 2 sarnaseid lahendusi töödes ei esinenud.

## Ülesanne 4

Žürii pakutud lahendust kasutasid selle ülesande puhul ainult paar õpilast (tuleb märkida, et õpilaste esitatud lahendused olid enamjaolt palju keerulisemad). Seetõttu polnud hindajad mitmel juhul märganud mingi osalise lahenduse olemasolu. Liiga kõrgelt hinnati erijuhtude läbivaatamist ja joonise põhjal arvutuste tegemist. Erijuhtude läbivaatamise eest andsime 1 punkti, kui oli üritatud kuidagi ka üldjuhule üle minna. Tööd, kus olid leitud pindalade arvulised väärtused konkreetse joonise põhjal, said 0 punkti.

## Ülesanne 5

Selle ülesande oli suurem osa õpilasi lahendanud korrektselt ja suutnud oma mõtted ka arusaadavalt kirja panna. Siiski esines mitmel korral järgmine väär arutluskäik: 4-tähelisi sõnu on ülimalt 16, järelikult ei saa ka pikemaid sõnu olla rohkem kui 16. Ilmselt

oli selline viga tingitud teksti väärnimõistmisest; üllatav oli aga see, et need tööd olid saanud hindeks 7 punkti. Ümberhindamisel said need tööd 0 punkti. Liiga rangelt oli meie arvates punkte maha võetud arvutusvigade eest — hindasime selle ülesande juures eldkõige ikkagi arutluskäigu õigsust.

## 11. klass (Härmel Nestra, Indrek Zolk)

### Ülesanne 1

Ülesanne oli mõeldud komplekti üheks lihtsamaks, paraku ajasid aga selle harjumatud tingimused paljud lahendajad segadusse. Kiputi vaikumisi eeldama, et seadusjärgne ministri palk on positiivne, “sest palk ei saa ju olla negatiivne”. Ilmselt oli paljude tööde vale järeldusega lõppeva pika segase jutu juured samuti selles: ei saadud aru, et see asi, mis nii vägisi kipub negatiivne tulema, ei ole (veel) kellegi reaalne palk, vaid ainult teatud seaduseelnõu tingimusi rahuldav suurus, mis võib vabalt osutada ka negatiivseks.

Kui töös oli eeldatud, et seadusjärgne ministri palk on positiivne, ja jõutud sellest vastuoluni, andsime 5–6 punkti (õpilased ise kippusid sel puhul ütleva: „tingimused on ebakorrektsed!“). Mitmed olid negatiivsuse mainimisest mööda hiilinud ja tuletanud otse, et seadusjärgne ministri palk on  $c$ -st väiksem. Selle eest sai täispunktid, kui see oli tehtud ilma eelduseta, et seadusjärgne ministri palk on positiivne.

Peab tunnustama, et ka poliitika-alane teadmine pole kõigil õpilastel kiita: mitmes töös arvati, et opositsioon kuulub valitsuse koosseisu.

### Ülesanne 2

Mitmed ülesande sisuliselt lahendanud õpilased pidasid arvu 2001 ainsaks esituseks kolme positiivse täisarvu korrutisena  $3 \cdot 23 \cdot 29$  (unustades võimaliku teguri 1). Isegi kui õpilane võis seejuures mõelda õigesti — antud juhul on see tõesti ainus *sobiv* tegurdus — eeldati seda vaikumisi. Mõned õpilased pidasid arvu  $667 = 23 \cdot 29$  algarvuks. Leidus ka neid, kellele oli üllatavalt lihtsam küllaltki kunstliku võtte leidmine (arvu 1 liitmine) võrduse vasaku poole tegurdamiseks, võrreldes näiteks avaldise  $ab + a + b + 1$  tegurdamisega. Siit tulenesid ka alternatiivsed lahenduskäigud, mille eest olid mõnikord piirkondade hindajad andnud meie arvates liiga vähe punkte.

### Ülesanne 3

See ülesanne osutus paljudele õpilastele parajalt “võimatuks”. Paljud ei suutnud leida lahenduseni viivat ideed ja keerutasid niisama teisendusi ja arutlusi teha. Lõpuks tehti mingi viga ja jõuti selle abil justnagu sihile. Piirkondades oli sellisel korral tihti palju punkte antud ning sellest tulenevalt on siin ohtralt meepoolseid suuri hindealandusi.

Sellele ülesandele leiti ka mitmeid lisalahendusi. Püüdsime anda veidi punkte ka selle eest, kui oli mainitud mõne niisuguse lahenduse seisukohalt olulisi fakte. Üksikute punktumuutuste kommentaariks on sellisel juhul “Leidub mõni lahenduse seisukohalt

oluline tähelepanek”. Tavaliselt oli selleks kolmnurga  $AOD$  külgede võrdsuse mainimine või joonisel märkimine (kus punkt  $O$  on  $AE$  ja  $CD$  lõikepunkt).

#### Ülesanne 4

Meie arvates andsid piirkondlikud žüriid siin liiga heldelt punkte — tihti anti 1 kuni 3 punkti ainuüksi mingi erijuhu (nt. arvud  $1, 2, \dots, 10$ ) läbivaatamise, arvudega 2, 3 jne. jaguvuse tunnuste loetlemise või lihtsalt pika ja suure osas mittekehtiva jutu eest. Arvestatav osa võistlejatest kasutas näiteks väidet, et iga kümne järjestikuse positiivse täisarvu seas on üks algarv — tegelikult pole näiteks arvude  $114, 115, \dots, 123$  seas ühtki algarvu. Mõnikord arvati ka, et mistahes positiivse täisarvu  $n$  korral on avaldise  $6n \pm 1$  väärtuseks algarv. Mõned lahendajad polnud ka ülesande tekstist korralikult aru saanud ning üritasid tõestada, et kümnel järjestikusel naturaalarvul ei leidu ühist tegurit.

#### Ülesanne 5

See ülesanne oli hindajatele tõeline “murelaps”. Žürii poolt väljapakutud hindamisskeem osutus ebaõnnestunuks, sest õiget konstruktsiooni esitati paljudel eri viisidel, mis olid erineva väärtusega konstruktsiooni õigsuse tõestamise seisukohalt. Mõne õpilase konstruktsioon sisaldas juba iseeneses niipalju infot, et midagi nagu tõestada enam ei jäänudki. Enamasti aga kirjeldati konstruktsioon kuidagi üldsõnaliselt, kuid samas määrates üheselt õige ühendamisviisi ära. Kuidas siis anda mõlemal juhul võrdselt 3 punkti! Seepärast koostasime selle ülesande jaoks uue hindamisskeemi, mida tööde ümberhindamisel järgisime.

##### 2 p. Konstruktsiooni tuum.

Sellega peame silmas midagi niisugust, mis on kõigi konstruktsioonikirjelduste ühisosa: mingil sellisel kujul antud kirjeldus, millest ei ole veel olulisi järeldusi läbi näha.

##### 1 p. Täpsustatud arvuliselt, kuidas peab joonistama.

Sellega mõtleme kirjeldust nagu “tõmbame igast punktist joone temast ringjoont pidi lugedes kaugusel  $n$  olevasse punkti”.

##### 1 p. Maksimaalsuskaalutlused.

Selle punkti sai siis, kui lisaks oli öeldud, et iga tõmmatav joon on maksimaalne võimalik antud punktide vaheline kõõl (vms). Seda punkti andsime sõltumatult eelmisest punktist, näiteks juhul, kui konstruktsioon oligi defineeritud maksimaalsete kõõlude kaudu.

##### 1 p. Täiendus kirjelduseks kinnise murdjoonena.

Enamikust konstruktsioonidest ei olnud selge, et tekib üldse mingi murdjoon. Selle punkti sai sisuliselt siis, kui konstruktsioonist oli näha, et vajalikud jooned saab tõmmata pliiaatsit paberilt tõstmata jõudes lõpus tagasi alguspunkti.

**2 p.** Tõestatud, et murdjoon on  $2n+1$  lüluga ja läbib iga tippu ühe korra. Siin andsime:

1 p. kui on näha, et murdjoonel on  $2n + 1$  erinevat lüli;

1 p. kui on näha, et läbitakse kõik tipud.

Õpilaste kirjapandu oli aga tihti nii ebaselge, et oli raske otsustada, mis seal ikkagi esineb. Sellest tulenevalt võivad ka meie üksikute punktimuutuste kommentaarid kohati mitte päris täpsed olla.

## **12. klass** (Reimo Palm, Nikita Salnikov)

### **Ülesanne 1**

Paljud kasutasid lahenduses sõna „tegur“, kuid mõtlesid selle all algtegurit. Sellise eksempluse eest ei võtnud me eriti palju punkte maha, kui lahendus on muidu korrektne.

Iseäranis vene õpilaste töödes oli mõnikord ülesande tekstis segamini aetud ühistegurita arvud ja algarvud. Niisuguseid lahendusi sai hinnatud selle järgi, kui palju leidis seal kasulikke ideid õige ülesande lahendamiseks.

Paaris töös oli arvatud, et mõiste „ühistegurita arvud“ puudutab arvude esitumist kahe naturaalarvu jagatisena — s.t. et kui arvudel on ühistegur, siis on need arvud esitatavad selliste jagatisena.

### **Ülesanne 5**

Üldiselt piirdus ühtlustamine siin hindamiskriteeriumi rakendamisega nendes töödes, kus seda polnud esialgsel hindamisel järgitud.

Mitmes töös tuli punkt maha võtta selle eest, et polnud selgelt põhjendatud, et iga sirge läbib vähemalt kahte doominokivi.

Mitmel juhul oli punkte antud näidete eest, millel kujutatakse olukorda, kus  $n = 4$  või  $n = 6$  küljepikkusega ruutu ei saa ülesandes nõutud viisil kividega katta. Üksainus näide pole loomulikult üldise väite tõestuseks ning selle eest siin punkte anda ei saa.