XLVII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

12 февраля 2000 г.

VII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти противоположное число для числа a, если $a = 7{,}53 - |-5{,}73| + (-3{,}57)$.

   ....

2. Найти натуральные числа m и n, если $12^2 = 3^m \cdot 2^n$.

   $m =$ .... $n =$ ....

3. Сколько простых чисел среди натуральных чисел от 1 до 40?

   ....

4. Число b пятизначное, все его цифры разные и сумма цифр равна 10. Найти наименьшее такое число b.

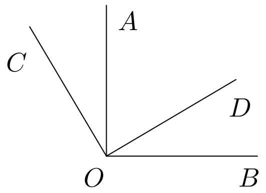
   ....

5. Натуральные числа от 1 до 2000 записывают в шесть столбиков таблицы по приведенной на рисунке схеме. В столбик с какой буквой запишут число 2000?

K	L	M	N	O	P
1	2	3	4	5	6
12	11	10	9	8	7
13	14	15	16	17	18

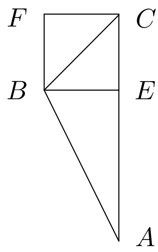
   ....

6. Про изображенные на рисунке углы известно, что $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$. Найти сумму величин углов COB и AOD.



....

7. Площадь квадрата $BECF$ равна $9\,\text{см}^2$ и $|AC| = 3|EC|$. Найти площадь треугольника ABC.

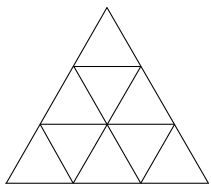


....

8. Круг диаметром 30 см делят на n частей так, что площадь каждой части равна площади круга диаметром 10 см. Найти число частей n.

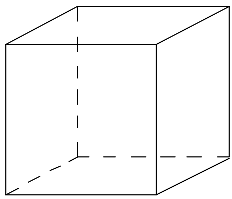
....

9. Сколько треугольников на рисунке?



....

10. Некоторые ребра куба красят в синий цвет, а все остальные — в красный цвет так, что у каждой грани имеется по крайней мере одно синее ребро. Найти наименьшее возможное число синих ребер n и отметить на рисунке подходящие n ребер.



$n =$ ....

XLVII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

12 февраля 2000 г.

VIII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти число n, для которого $\left(1-\frac{1}{8}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)=1$.

....

2. Найти такое наименьшее трехзначное число, все цифры которого отличны от нуля, но произведение цифр делится на 10.

....

3. Сколько процентов из первых ста простых чисел делится на 5?

....

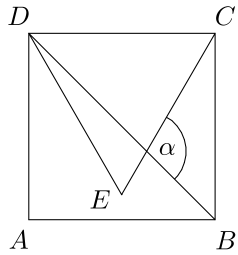
4. Сумма $\overline{5b3}$ трехзначных чисел 329 и $\overline{2a4}$ делится на 3. Найти наибольшее возможное значение цифры a.

....

5. В таблице умножения натуральных чисел от 1 до 15 имеется 225 произведений. Сколько четных чисел в этой таблице?

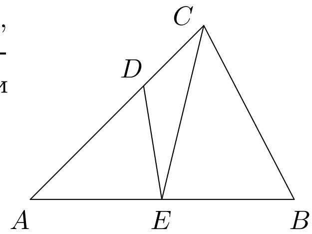
....

6. Четырехугольник $ABCD$ квадрат, а треугольник DEC равносторонний. Найти величину угла α.



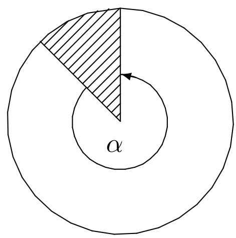
....

7. Точка E — середина стороны AB, $|AD| = 2|DC|$ и площадь треугольника CDE равна 5 см^2. Найти площадь треугольника ABC.



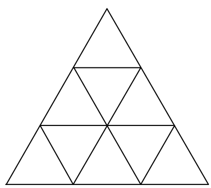
....

8. Радиус круга 1 см, а $\alpha = 315^\circ$. Найти периметр заштрихованного сектора.



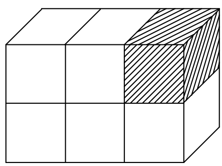
....

9. Сколько ромбов на рисунке?



....

10. Из прямоугольного параллелепипеда, состоящего из шести единичных кубов, удаляют один угловой куб (заштрихованный на рисунке). Из скольких единичных квадратов состоит развертка полученного тела?



....

XLVII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

12 февраля 2000 г.

IX класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти сумму всех различных простых множителей числа 660.

....

2. Из пятнадцати состоявшихся игр команда выиграла восемь. Сколько игр из предстоящих двадцати пяти должна еще выиграть эта команда, чтобы всего команда выиграла 80% из всех игр?

....

3. Найти наибольшее десятизначное нечетное число, которое состоит из различных цифр и делится на 15.

....

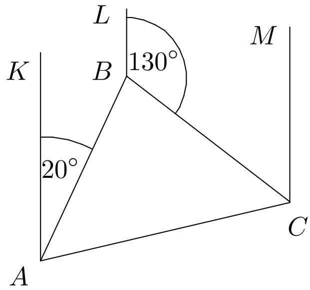
4. Найти наименьшее натуральное число n, для которого $n^4 > 4^6$.

....

5. Найти наибольшее натуральное число, сумма и произведение цифр которого равны 14.

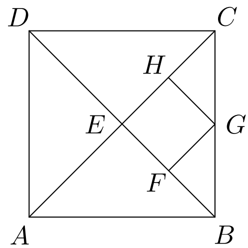
....

6. На рисунке $AK \parallel BL \parallel CM$ и $|AB| = |BC|$. Найти величину угла ACM.



. . . .

7. Найти отношение площадей квадратов $ABCD$ и $EFGH$.

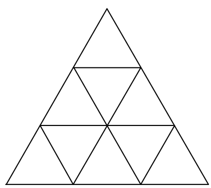


. . . .

8. Точку, полученную при отражении точкии $P(a;b)$ относительно оси x, отражают относительно оси y и получают точку $R(c;d)$. Найти значение выражения $ab - cd$.

. . . .

9. Сколько параллелограммов на рисунке?



. . . .

10. У куба с длиной ребра равной 3, состоящего из 27 единичных кубов, удаляют все 8 угловых кубов. Из скольких единичных квадратов состоит развертка полученного тела?

. . . .

XLVII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

12 февраля 2000 г.

VII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти значение произведения

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2000}\right)$$

(произведение содержит 1999 множителей).

2. В равнобедренном треугольнике ABC имеем $|AB|=|BC|$ и $\angle ABC=50^\circ$. При отражении середины M основания AC относительно прямой BC получают точку K, а при отражении M относительно прямой AB — точку L. Прямые KC и LA пересекаются в точке O. Найти величину угла AOC.

3. До отъезда Анники, Томми и Пеппи с острова Курре-курредут капитан Длинныйчулок приказал вынести из пещеры с сокровищами 35 коробок с порядковыми номерами 1, 2, 3, ..., 34 и 35, которые точно соответствовали числу жемчужин в соответствующей коробке. Томми взял все коробки, порядковый номер которых делился на три, но при этом не делился ни на четыре, ни на пять. Анника получила все коробки, номер которых делился на четыре, но не делился ни на три, ни на пять. Пеппи же взяла все коробки, номер которых делился на пять, но не делился ни на три, ни на четыре. После этого капитан Длинныйчулок опустошил все те оставшиеся коробки, номер которых делился или на три, или на четыре, или на пять, и разделил содержимое коробок среди детей так, что в конце концов у всех троих детей жемчужин было поровну. Сколько жемчужин добавил капитан каждому ребенку?

XLVII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

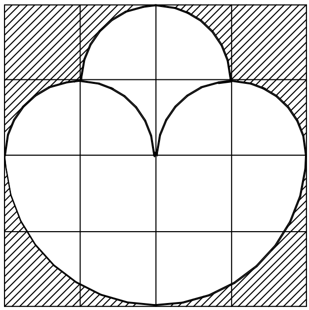
12 февраля 2000 г.

VIII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все такие натуральные числа, у которых произведение цифр равно 2000, среди цифр нет цифры 1 и среди каждых двух соседних цифр левая не больше правой.

2. В квадрат с длиной стороны равной 4 рисуют одну полуокружность радиусом 2 и три полуокружности радиусом 1 так, как показано на рисунке. Найти площадь заштрихованной фигуры.



3. На Острове Идолов живет 100 туземцев. Часть из них говорит только правду, все остальные всегда лгут. Каждый житель острова поклоняется ровно одному из трех богов: Богу Моря, Богу Огня или Богу Солнца. Когда у каждого жителя острова Идолов спросили три вопроса: "Ты поклоняешься Богу Моря?", "Ты поклоняешься Богу Огня?" и "Ты поклоняешься Богу Солнца?", то на первый вопрос получили 60 положительных ответов, на второй — 40 и на третий — 30. Сколько лгунов живет на острове?

XLVII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

12 февраля 2000 г.

IX класс

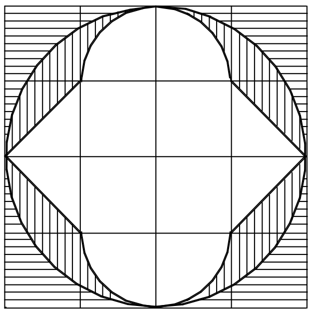
II часть: Время, отводимое для решения: 4 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов. Написать только ответ недостаточно!
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти все четверки простых чисел (p, q, s, t), которые удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} p + q = s \\ 2p + q = t\ . \end{cases}$$

2. Числа x, y и z связаны равенствами $x = \dfrac{1}{1 + \dfrac{x}{y}}$ и $y = \dfrac{1}{1 - \dfrac{y}{z}}$. Найти числа x и y, если $z = 4$.

3. В квадрат с длиной стороны равной 4 вписывают окружность радиусом 2, две полуокружности радиусом 1 и четыре отрезка длиной $\sqrt{2}$ так, как показано на рисунке. Фигура с какой штриховкой имеет бо́льшую площадь? (При оценке считать $\pi = 3{,}141\ldots$.)



4. Каждый день недели Бетти хочет носить одну определенную шляпку. При этом она согласна носить одну и ту же шляпку и в разные дни недели, но шляпку, которую Бетти надевала в один из дней, она не согласна надевать три следующих дня. По крайней мере сколько шляпок должно быть у Бетти?