Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

12. veebruaril 2000. a.

VII klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvuti kasutamine ei ole lubatud.

1. Leia arvu a vastandarv, kui $a = 7{,}53 - |-5{,}73| + (-3{,}57)$.

   . . . .

2. Leia naturaalarvud m ja n, kui $12^2 = 3^m \cdot 2^n$.

   $m =$ . . . . $n =$ . . . .

3. Mitu algarvu on naturaalarvude 1 kuni 40 hulgas?

   . . . .

4. Arv b on viiekohaline, selle kõik numbrid on erinevad ja numbrite summa on 10. Leia vähim niisugune arv b.

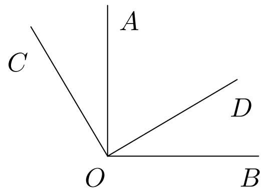
   . . . .

5. Naturaalarvud 1 kuni 2000 kirjutatakse kuueveerulisse tabelisse joonisel näidatud skeemi kohaselt. Millise tähega märgitud veergu kirjutatakse arv 2000?

K	L	M	N	O	P
1	2	3	4	5	6
12	11	10	9	8	7
13	14	15	16	17	18

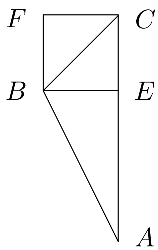
   . . . .

6. Joonisel kujutatud nurkade kohta on teada, et $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$. Leia nurkade COB ja AOD suuruste summa.



$\dots\dots\dots\dots$

7. Ruudu $BECF$ pindala on $9\ \mathrm{cm}^2$ ning $|AC| = 3|EC|$. Leia kolmnurga ABC pindala.

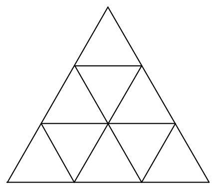


$\dots\dots\dots\dots$

8. Ring diameetriga 30 cm jaotatakse n osaks, nii et iga osa pindala on võrdne sellise ringi pindalaga, mille diameeter on 10 cm. Leia osade arv n.

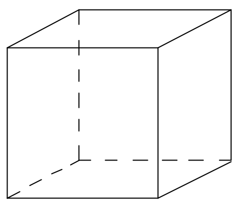
$\dots\dots\dots\dots$

9. Mitu kolmnurka on joonisel?



$\dots\dots\dots\dots$

10. Kuubi mõned servad värvitakse siniseks ja kõik ülejäänud punaseks nii, et igal tahul oleks vähemalt üks sinine serv. Leia siniste servade vähim võimalik arv n ja märgi sobivad n serva joonisel.



$n =$ $\dots\dots\dots\dots$

Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

12. veebruaril 2000. a.

VIII klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvuti kasutamine ei ole lubatud.

1. Leia arv n, mille korral $\left(1-\frac{1}{8}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)=1$.

....

2. Leia vähim selline kolmekohaline arv, mille kõik numbrid erinevad nullist, kuid numbrite korrutis jagub 10-ga.

....

3. Mitu protsenti esimesest sajast algarvust jagub 5-ga?

....

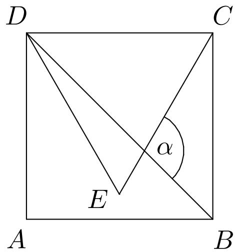
4. Kolmekohaliste arvude 329 ja $\overline{2a4}$ summa $\overline{5b3}$ jagub arvuga 3. Leia numbri a suurim võimalik väärtus.

....

5. Naturaalarvude 1 kuni 15 korrutustabelis on 225 korrutist. Mitu paarisarvu on selles tabelis?

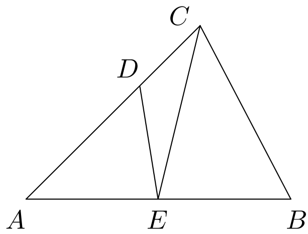
....

6. Nelinurk $ABCD$ on ruut ja kolmnurk DEC on võrdkülgne. Leia nurga α suurus.



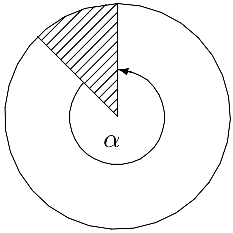
....

7. Punkt E on külje AB keskpunkt, $|AD| = 2|DC|$ ning kolmnurga CDE pindala on 5 cm^2. Leia kolmnurga ABC pindala.



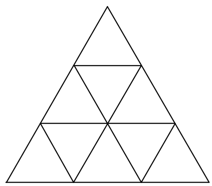
....

8. Ringi raadius on 1 cm ja $\alpha = 315^\circ$. Leia viirutatud sektori ümbermõõt.



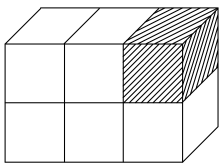
....

9. Mitu rombi on joonisel?



....

10. Kuuest ühikkuubist koosnevast risttahukast eemaldatakse üks nurgakuup (joonisel viirutatud). Mitmest ühikruudust koosneb saadava keha pinnalaotus?



....

Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

12. veebruaril 2000. a.

IX klass

I osa: Lahendamiseks on aega 40 minutit.
Sellele lehele kirjuta ainult vastused, lahendamiseks võid kasutada lisapaberit.
Iga ülesande õige vastus annab 2 punkti.
Taskuarvuti kasutamine ei ole lubatud.

1. Leia arvu 660 kõigi erinevate algtegurite summa.

....

2. Võistkond on seni peetud viieteistkümnest mängust võitnud kaheksa. Mitu mängu eelseisvast kahekümne viiest peab see võistkond veel võitma, et kokku oleks võistkond võitnud 80% kõigist mängudest?

....

3. Leia suurim kümnekohaline paaritu arv, mis koosneb erinevatest numbritest ning jagub arvuga 15.

....

4. Leia vähim naturaalarv n, mille korral $n^4 > 4^6$.

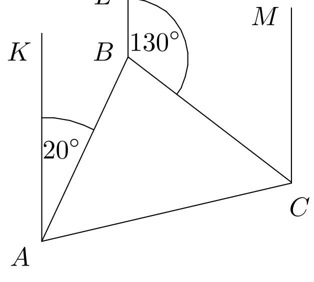
....

5. Leia suurim naturaalarv, mille numbrite summa ja numbrite korrutis on 14.

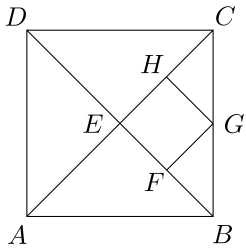
....

6. Joonisel on $AK \parallel BL \parallel CM$ ja $|AB| = |BC|$. Leia nurga ACM suurus.

....



7. Leia ruutude $ABCD$ ja $EFGH$ pindalade suhe.

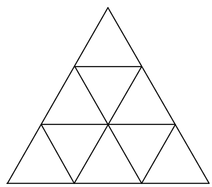


. . . .

8. Punkti $P(a;b)$ peegeldamisel x-telje suhtes saadud punkti peegeldatakse omakorda y-telje suhtes ja saadakse punkt $R(c;d)$. Leia avaldise $ab-cd$ väärtus.

. . . .

9. Mitu rööpkülikut on joonisel?



. . . .

10. Kuubil servapikkusega 3, mis koosneb 27 ühikkuubist, eemaldatakse kõik 8 nurgakuupi. Mitmest ühikruudust koosneb saadava keha pinnalaotus?

. . . .

Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

12. veebruaril 2000. a.

VII klass

II osa: Lahendamiseks on aega 2 tundi.
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.
Iga ülesande õige ja korrektselt vormistatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!
Taskuarvuti kasutamine ei ole lubatud.

1. Leia korrutise

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2000}\right)$$

väärtus (korrutis sisaldab 1999 tegurit).

2. Võrdhaarses kolmnurgas ABC on $|AB| = |BC|$ ja $\angle ABC = 50^\circ$. Aluse AC keskpunkti M peegeldamisel sirgest BC saadakse punkt K, punkti M peegeldamisel sirgest AB aga punkt L. Sirged KC ja LA lõikuvad punktis O. Leia nurga AOC suurus.

3. Enne Annika, Tommy ja Pipi lahkumist Kurrunurruvutisaarelt lasi kapten Pikksukk aarete koopast välja tuua 35 karpi järjekorranumbritega 1, 2, 3, $\ldots$, 34 ja 35, mis vastasid täpselt pärlite arvule vastavas karbis. Tommy võttis kõik karbid, mille järjekorranumber jagus kolmega, kuid ei jagunud samal ajal ei nelja ega viiega. Annika sai endale kõik karbid, mille järjekorranumber jagus neljaga, kuid ei jagunud samal ajal ei kolme ega viiega. Pipi võttis kõik karbid, mille järjekorranumber jagus viiega, kuid ei jagunud samal ajal ei kolme ega neljaga. Seejärel tühjendas kapten Pikksukk kõik need ülejäänud karbid, mille järjekorranumber jagus kas kolmega, neljaga või viiega ning jagas nende sisu lastele nii, et lõpuks olid kõik kolm saanud pärleid võrdselt. Mitu pärlit sai iga laps kaptenilt lisaks?

Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

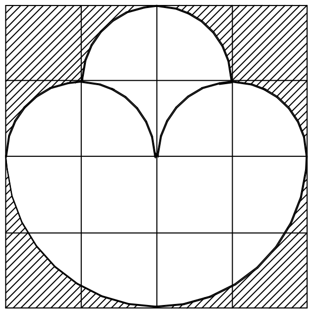
12. veebruaril 2000. a.

VIII klass

II osa: Lahendamiseks on aega 2 tundi.
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.
Iga ülesande õige ja korrektselt vormistatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!
Taskuarvuti kasutamine ei ole lubatud.

1. Leia kõik sellised naturaalarvud, mille numbrite korrutis on 2000, mis ei sisalda numbrit 1 ning mille igast kahest kõrvuti seisvast numbrist vasakpoolne ei ole suurem parempoolsest.

2. Ruutu küljepikkusega 4 joonestatakse üks poolringjoon raadiusega 2 ja kolm poolringjoont raadiusega 1 nii, nagu joonisel näidatud. Leia viirutatud kujundi pindala.



3. Puuslike saarel elab 100 pärismaalast. Osa neist räägib ainult tõtt, kõik ülejäänud aga ainult valetavad. Iga saareelanik kummardab täpselt ühte kolmest jumalast: Merejumalat, Tulejumalat või Päikesejumalat. Kui igalt Puuslike saare elanikult küsiti kolm küsimust: „Kas sa kummardad Merejumalat?“, „Kas sa kummardad Tulejumalat?“ ja „Kas sa kummardad Päikesejumalat?“, siis esimesele küsimusele saadi pärismaalastelt 60, teisele 40 ja kolmandale 30 jaatavat vastust. Mitu valetajat elab saarel?

Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

12. veebruaril 2000. a.

IX klass

II osa: Lahendamiseks on aega 4 tundi.
Ülesannete lahendused kirjuta eraldi lehele.
Iga ülesande õige ja korrektselt vormistatud lahendus annab 7 punkti. Ainult vastusest ei piisa!
Taskuarvuti kasutamine ei ole lubatud.

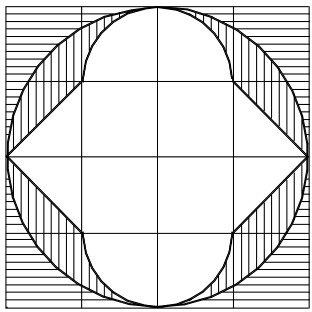
1. Leia kõik algarvude nelikud (p, q, s, t), mis rahuldavad võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} p + q = s \\ 2p + q = t \, . \end{cases}$$

2. Arvud x, y ja z on seotud võrdustega $x = \dfrac{1}{1 + \dfrac{x}{y}}$ ja $y = \dfrac{1}{1 - \dfrac{y}{z}}$.

   Leia arvud x ja y, kui $z = 4$.

3. Ruutu küljepikkusega 4 joonestatakse ringjoon raadiusega 2, kaks poolringjoont raadiusega 1 ja neli sirglõiku pikkusega $\sqrt{2}$ nii, nagu joonisel näidatud. Kumbapidi viirutatud kujund on suurema pindalaga? (Hindamisel arvesta, et $\pi = 3{,}141\ldots$.)



4. Betti tahab igal nädalapäeval kanda üht kindlat kübarat. Seejuures on ta nõus kandma üht ja sama kübarat ka mitmel erineval nädalapäeval, kuid kübarat, mida Betti ühel päeval kandnud on, ei nõustu ta kolmel järgmisel päeval pähe panema. Mitu kübarat peab Bettil vähemalt olema?