

Eesti koolinoorte XLVII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA PIIRKONDLIK VOOR

12. veebruaril 2000. a.

Juhised lahenduste hindamiseks

Lp. hindaja!

1. Juhime Teie tähelepanu sellele, et alljärgnevas on 7.–9. klasside olümpiaadi I osa (testi) ning kõikide ülejäänud ülesannete hindamisjuhised esitatud erinevalt. Testide iga küsimuse jaoks on eraldi loetletud või kirjeldatud vastused, mille eest tuleks anda vastavalt kaks punkti või üks punkt (s.t. vastavaid punkte ühe küsimuse piires *ei tule* liita). Seevastu kõigi teiste ülesannete lahendused on jaotatud võimalust mööda osadeks (etappideks) ning näidatud lahenduse iga osa eest antav punktide arv (s.t. ühe ülesande eest antava punktisumma saamiseks *tuleb* lahenduse erinevate osade eest antud punktid liita).

2. Enamiku ülesannete korral (v.a. testid ja tõestusülesanded) on hindamisjuhiste lõpus näidatud, mitu punkti anda ainult õige vastuse eest. See hinne on mõeldud juhuks, kui puhtandis on antud ainult ülesande vastus ning mustand (üldse või selle ülesande kohta) *puudub*. Mustandi olemasolul tuleks hindamisel arvestada ka seal kirjapandut.

3. Kahtlemata esineb õpilaste töödes ka mõttekäike, mis ei mahu meie poolt pakutud skeemidesse. Selliste lahenduste hindamisel tuleb lähetuda eeskätt sellest, *kui suur osa* antud ülesandest on õpilasel lahendatud (arvestades seejuures lahenduse üksikute elementide erinevat raskusastet).

4. *Mistahes* täieliku ja matemaatiliselt korrektse lahenduse eest tuleb igal juhul anda maksimumpunktid, sõltumata selle lahenduse pikkusest või otstarbekusest võrreldes teiste lahendusviisidega.

VII klass, I osa.

- | | |
|----------------------------|------|
| 1. Antud õige vastus 1,77: | 2 p. |
| Antud vastuseks $-1,77$: | 1 p. |

2. Antud õige vastus $m = 2, n = 4$: 2 p.
 Antud ühe astendaja (m või n) õige väärtus: 1 p.
 Antud vastuseks $m = 4, n = 2$: 1 p.
3. Antud õige vastus 12 või loetletud õiged algarvud 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 ja 37: 2 p.
 Antud vastuseks 11 või 13: 1 p.
 Loetletud 11 õiget arvu, 11 õiget ja 1 vale arv või kõik 12 õiget ja 1 vale arv: 1 p.
4. Antud õige vastus 10234: 2 p.
 Antud vastuseks arv, mis erineb õigest ainult numbrite järjekorra poolest: 1 p.
5. Antud õige vastus O : 2 p.
 Antud vastuseks L : 1 p.
6. Antud õige vastus 180° või π : 2 p.
 Antud vastuseks 180 ilma kraadimärgita: 1 p.
7. Antud õige vastus $13,5 \text{ cm}^2$ või sama väärtus hariliku murruna, segaarvuna ja/või teistes pindalaühikutes (nt. $0,135 \text{ dm}^2$): 2 p.
 Antud vastuseks arv $13,5$ või sama väärtus hariliku murruna või segaarvuna, kuid ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
8. Antud õige vastus 9: 2 p.
9. Antud õige vastus 13: 2 p.
 Antud vastuseks 12 või 14: 1 p.
10. Antud õige vastus $n = 3$ ja märgitud 3 sobivat serva: 2 p.
 Antud õige vastus $n = 3$, servad märgitud valesti või märkimata: 1 p.
 Märgitud 3 sobivat serva, n väärtus vale või puudub: 1 p.

Sobivad mistahes kolm sellist kuubi serva, mis paiknevad kiivsirgetel.

VII klass, II osa.

1. Sulgavaldiste väärtusi määrava seaduspärasuse leidmise eest: 4 p.

Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

2. Kolmnurga ABC alusnurkade suuruse leidmise eest: 2 p.

Kolmnurga CAO alusnurkade suuruse leidmise eest: 4 p.

Nurga AOC suuruse leidmise eest: 1 p.

Õige joonise tegemise eest, kui lahendaja pole sellelt lahenduse jaoks olulisi tähelepanekuid teinud, anda 1 punkt.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

3. Tommy, Annika ja Pipi endi võetud karpides olevate pärlite arvude leidmise eest: 3 p.

Kõigi pärlite arvu leidmise eest, mis lapsed kokku saavad: 2 p.

Igale lapsele lisaks antavate pärlite arvude leidmise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti (kui vastuses on õiged kahele lapsele lisaks antavate pärlite arvud, siis 1 punkt).

VIII klass, I osa.

1. Antud õige vastus 7: 2 p.

2. Antud õige vastus 125: 2 p.

Antud vastuseks kolmekohaline arv, mis rahuldab ülesande muid tingimusi, kuid pole vähim: 1 p.

3. Antud õige vastus 1 (või 1%): 2 p.
4. Antud õige vastus 4 (või $a = 4$): 2 p.
5. Antud õige vastus 161: 2 p.
6. Antud õige vastus 105° või $\frac{7}{12}\pi$: 2 p.
 Antud vastuseks 105 ilma kraadimärgita: 1 p.
7. Antud õige vastus 30 cm^2 või sama väärtus teistes pindalaühikutes (nt. $0,3 \text{ dm}^2$): 2 p.
 Antud vastuseks arv 30 ilma ühikuta või vale ühikuga: 1 p.
8. Antud õige vastus $2 + \frac{\pi}{4}$: 2 p.
 Antud vastuseks ümardatud väärtus (2,8, 2,79 või täpsem), kus on õige vähemalt esimene koht pärast koma: 1 p.
9. Antud õige vastus 9: 2 p.
 Antud vastuseks 8 või 10: 1 p.
10. Antud õige vastus 20: 2 p.
 Antud vastuseks 19 või 21: 1 p.

VIII klass, II osa.

1. Tähelepaneku eest, et võimalikud numbrid on 2, 4, 8 ja 5: 2 p.
 Tähelepaneku eest, et arv sisaldab täpselt kolm numbrit 5: 2 p.
 Kõigi võimaluste leidmise eest ülejäänud numbrite jaoks: 2 p.
 Õigete arvude väljakirjutamise eest, arvestades ülesande viimast tingimust: 1 p.

Ainult kolme või nelja õiget arvu sisaldava vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti, ühe või kahe õige arvu eest 1 punkt.

2. Viirutamata või viirutatud osa sobiva tükelduse eest: 4 p.
Tükkide pindalade leidmise ja õige lõppvastuse saamise eest: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

3. Tähelepaneku eest, et iga tõerääkija pidi vastama jaatavalt täpselt ühele küsimusele: 1 p.

Tähelepaneku eest, et iga valetaja pidi vastama jaatavalt täpselt kahele küsimusele: 3 p.

Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.

Kui ülesanne on lahendatud lineaarvõrrandi koostamise abil, anda õige võrrandi koostamise eest 5 punkti ja selle lahendamise eest 2 punkti.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

IX klass, I osa.

1. Antud õige vastus 21 (või $2 + 3 + 5 + 11 = 21$): 2 p.

Loetletud õiged algtegurid, summa leidmata või vale: 1 p.

2. Antud õige vastus 24: 2 p.

3. Antud õige vastus 9876432105: 2 p.

Antud vastuseks arv 9876543210 (mis pole paaritu, kuid rahuldab kõiki ülejäänud tingimusi): 1 p.

4. Antud õige vastus 9 (või $n = 9$): 2 p.

5. Antud õige vastus 7211111: 2 p.

Antud vastuseks arv, mis erineb õigest ainult numbrite järjekorra poolest: 1 p.

6. Antud õige vastus 105° või $\frac{7}{12}\pi$: 2 p.

Antud vastuseks 105 ilma kraadimärgita: 1 p.

7. Antud õige vastus $8 : 1$ või 8 : 2 p.
 Antud vastuseks $1 : 8$ või $\frac{1}{8}$ või $0,125$: 1 p.
8. Antud õige vastus 0 : 2 p.
 Antud vastuseks punkti R õiged koordinaadid $R(-a, -b)$: 1 p.
9. Antud õige vastus 15 : 2 p.
 Antud vastuseks 14 või 16 : 1 p.
10. Antud õige vastus 54 : 2 p.

IX klass, II osa.

1. Lahendi $p = 2$, $q = 3$, $s = 5$, $t = 7$ leidmise eest: 2 p.
 Põhjenduse eest, miks $p = 2$ on ainuvõimalik: 2 p.
 Põhjenduse eest, miks $q = 3$, $s = 5$, $t = 7$ on ainuvõimalik: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

2. Teise võrrandi teisendamise eest ruutvõrrandiks y suhtes: 2 p.
 Väärtuse $y = 2$ leidmise eest saadud võrrandist: 1 p.
 Esimese võrrandi teisendamise eest ruutvõrrandiks x suhtes: 2 p.
 Väärtuste $x = -1 \pm \sqrt{3}$ leidmise eest saadud võrrandist: 2 p.

Kui x ja y väärtused on leitud mingil muul moel (mitte ruutvõrrandi abil), siis anda y väärtuse leidmise eest kuni 3 ja x väärtuste leidmise eest kuni 4 punkti vastavalt sellele, kuivõrd korrekselt on lahenduses põhjendatud, et leitud lahendid on ainsad.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

3. Horisontaalselt viirutatud kujundi pindala leidmise eest: 1 p.
 Sobiva tükelduse tegemise eest vertikaalselt viirutatud kujundi pindala leidmiseks: 2 p.

Vertikaalselt viirutatud kujundi pindala leidmise eest tehtud tükelduse abil: 2 p.

Leitud pindalade võrdlemise ja õige lõppjärelduse tegemise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse („horisontaalselt viirutatud kujundi pindala on suurem“) eest ilma selgitusteta anda 0 punkti.

4. Ülesande tingimuse „tagurpidise“ ärakasutamise eest (kui Betti kannab mingil päeval üht kübarat, siis ka *eelmisel* kolmel päeval peab ta kandma teisi kübaraid): 3 p.

Järeldamise eest, et Betti peab erinevatel nädalapäevadel kandma erinevaid kübaraid, koos selge põhjendusega: 4 p.

Selle ülesande hindamise juures tuleb hoolega jälgida lahenduses esitatud loogilise arutluse täielikkust. Lisaks näitamisele, et Betti peab kolmel mingile päevale eelneval ja kolmel sellele järgneval päeval kandma vaadeldava päeva kübarast erinevaid kübaraid, tuleb kindlasti ka põhjendada, miks need kõik peavad *omavahel* erinevad olema (s.t. miks sellest järeldeb vajadus 7 erineva kübara järele) — üks, kuid mitte ainus võimalus selleks on korrata sama arutlust iga nädalapäeva jaoks, nagu on tehtud žüriipoolses lahenduses. Lahenduse eest, milles sellekohane põhjendus puudub, anda mitte üle 4 punkti.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

X klass

1. Rombi siseringjoone raadiuse või läbimõõdu leidmise eest: 4 p.
Lahenduse lõpuleviimise eest: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

2. Võrratuse poolte ruututõstmise ja sulgavaldiste läbikorrutamise eest: 2 p.
Saadud võrratuse taandamise eest täisruudu mittenegatiivsusele vms. ilmselt kehtivale võrratusele: 3 p.
Järelduste ahela korrektse kirjapaneku eest: 2 p.

„Järelduste ahela korrektse kirjapaneku“ all peame silmas seda, et lahendusest oleks selgesti näha, *mis suunas* järeldusi tehakse. Piisab ka sellest, kui on mainitud, et iga järgmine võrratus on eelmisega samaväärne — kui aga lahendaja on ainult tuletanud tõestatavast võrratusest ilmselt kehtiva võrratuse mainimata, et seda protsessi saab ka pöörata, anda mitte üle 5 punkti.

3. Kolmnurga pindala valemi $S = pr$ kasutamise eest: 1 p.
Puutepunktide kasutuselevõtu ja puutujalõikude võrdsuse äramärgkimise eest: 3 p.
Suuruse p avaldamise eest R ja r kaudu, toetudes puutujalõikude võrdsusele: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt.

4. Näitamise eest, et 1×4 dm foto peab olema raami ülemises või alumises servas: 2 p.
Näitamise eest, et 2×2 dm foto peab olema ülejääva 3×4 dm ristküliku ühes nurgas: 1 p.
Näitamise eest, et ülejäänud fotode paigutus on kahe suurima foto paikapanemisega üheselt määratud: 2 p.
Võimalike paigutusvariantide õige kokkulugemise eest: 2 p.

Seda ülesannet saab ilmselt lahendada ka fotosid teises järjekorras raami paigutades ja seejuures tekkivaid valikuid analüüsides. Mistahes sellise lahenduse hindamisel anda paigutusvariantide analüüsi eest (koos selle käigus tehtavate valikute korraliku äranäitamisega, nii et kirjapandu põhjal oleks võimalik variandid kokku lugeda) kokku 5 punkti ning paigutusvariantide arvu õige leidmise eest esitatud arutluse põhjal 2 punkti.

Ainult õige vastuse („8 viisil“) eest ilma selgitusteta anda 0 punkti, ühe paigutusvariandiga joonise eest ilma selgitusteta 1 punkt ning ühe paigutusvariandiga joonise eest koos õige vastusega 3 punkti.

5. Ülesande a) osa lahenduse eest: 4 p.
Ülesande b) osa lahenduse eest: 3 p.

Lahenduse a) osas anda tähelepaneku eest, et otsitav arv peab

jaguma 2000-ga, 1 punkt.

Ainult a) osa või mõlema osa õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 1 punkt, ainult b) osa vastuse eest 0 punkti.

XI klass

1. Sobiva seose koostamise eest, mis võimaldab leida ringjoone raadiust: 4 p.

Raadiuse leidmise eest koostatud seosest: 3 p.

Lõppvastuse andmise eest kujul, kus irratsionaalarvud esinevad nii lugejas kui ka nimetajas, punkte mitte maha võtta. Kui lõppvastusesse on sisse jäetud $\tan 60^\circ$ vms. trigonomeetrilise funktsiooni väljaarvutamata väärtus, anda 1 punkt vähem.

Ainult õige vastuse eest ilma selgitusteta anda 2 punkti.

2. Sellele ülesandele anname hindamiskeemi lahenduste jaoks teguriteks lahutamise abil) (žürii lahendused 1 ja 2). Aritmeetilise ja geomeetrilise keskmise kasutamise korral žürii lahenduses 3 näidatud viisil (kui selliseid lahendusi üldse esineb) peame väga tõenäoliseks, et tõestus viiakse ka edukalt lõpuni, mistõttu me sellise lahenduse jaoks omaette hindamiskeemi ei esita.

Liikmete ühele poole viimise ja teguriteks lahutamise eest: 3 p.

Saadava võrratuse kehtivuse põhjendamise eest: 2 p.

Järelduste ahela korrektse kirjapaneku eest: 2 p.

„Järelduste ahela korrektse kirjapaneku“ all peame silmas seda, et lahendusest oleks selgesti näha, *mis suunas* järeldusi tehakse. Piisab ka sellest, kui on mainitud, et iga järgmine võrratus on eelmisega samaväärne — kui aga lahendaja on ainult tuletanud tõestatavast võrratusest ilmselt kehtiva võrratuse mainimata, et seda protsessi saab ka pöörata, anda mitte üle 5 punkti.

3. Lõikude AD ja BD pikkuste summa esitamise eest kaatetite pikkuste kaudu: 1 p.

Lõikude AD ja BD pikkuste vahe esitamise eest kaatetite pikkuste kaudu: 3 p.

Tõestuse lõpuleviimise eest: 3 p.

4. Põhjenduse eest, miks vähem kui 4 sinisest tipust ei piisa: 2 p.
 Näitamise eest, et 4 sinisest tipust piisab: 2 p.
 Põhjenduse eest, miks 4 siniseks värvitavat tippu saab valida kahel erineval viisil: 3 p.

Kui lahendaja on lugenud kuubi pöörämisel üksteisest saadavad värvimisviisid üheks viisiks ning seetõttu leidnud, et 4 sinist tippu saab valida ühelainsal viisil (ja see mõttekäik on lahenduses selgesti kirjas), siis selle eest punkte mitte maha võtta.

Ainult vastuse „4 tippu“ eest ilma selgituseta, kuidas need tipud tuleb valida, anda 0 punkti.

5. Selle ülesande lahendamisel võib arve rühmitada paljudel eri viisidel (žürii väljapakutud esimene lahendus kasutab sisuliselt rühmitamist 1000 kaupa, teine ja kolmas 10 kaupa, võib aga ka rühmitada nt. 50, 100 või 500 kaupa).

Arvude rühmitamise eest viisil, mis võimaldab ülesande küsimusele vastuse leida, koos vastava selgitusega: 5 p.

Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.

Ainult õige vastuse eest („mõlemat liiki arve on ühepalju“) anda 0 punkti.

XII klass

1. Idee eest esitada vaadeldav arv kujul $a \cdot 10^k + b$, kus a on selle arvu esimene number: 3 p.
 Tõestuse lõpuleviimise eest: 4 p.
2. Lahendite $x = 0$ ja $x = -1$ leidmise eest: á 1 p.
 Põhjenduse eest, miks rohkem lahendeid ei ole: 5 p.

Kui lahendaja on esitanud võrrandi kujul $f(x) = g(x)$, kus f ja g on mistahes sellised funktsioonid, millest üks on kogu määramispiirkonnas nõgus ja teine kumer, ning *skitseerinud õigesti nende funktsioonide graafikud*, kuid on kasutatud funktsioonide kumerust

ja nõgusust üksnes maininud, mitte aga tuletiste abil põhjendanud, siis anda selle osa eest ikkagi täispunktid.

Ainult mõlema õige lahendi kirjapaneku eest ilma selgituste ja kontrollita anda 1 punkt, ühe lahendi eest 0 punkti.

3. Näitamise eest, et saadava kolmnurga nurgad on võrdsed esialgse kolmnurga nurkade paarikaupa võetud aritmeetiliste keskmistega: 3 p.
Võimalike vastavusvariantide läbivaatamise eest: 4 p.

Nurkade võimalike vastavusvariantide läbivaatamise eest anda punkte vastavalt läbivaadatud variantide osakaalule kõigist võimalikest variantidest.

4. Sobiva näite eest paarisarvuliste n jaoks: 3 p.
Sobiva näite eest paaritu arvuliste n jaoks: 4 p.

Ainult näite eest juhu jaoks, kus n on suvaline täisruut, anda 2 punkti. Ainult näidete eest lõpliku arvu erijuhtude jaoks anda 1 punkt.

5. Vähima arvu leidmise eest juhu a) jaoks: 3 p.
Vähima arvu leidmise eest juhu b) jaoks: 4 p.

Kui juhul a) või b) on selgituseta eeldatud, et vähima arvu otsimisel piisab piirduda vähima võimaliku ristsummaga (vastavalt 10 ja 19) arvudega, anda selle osa eest vastavalt üks punkt vähem.

Ainult mõlema osa õigete vastuste eest ilma selgitusteta anda 2 punkti, ühe osa õige vastuse eest 1 punkt.