XLV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

24 января 1998 г.

VII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. За купленные 6 кг яблок и 4 кг помидоров заплатили всего 140 крон. Сколько стоил килограмм яблок, если килограмм помидоров стоил 20 крон?

   ....

2. Через $a * b$ обозначим число $ab - a - b$. Найти $5 * (-3)$.

   ....

3. Наибольший простой делитель числа 1998 равен

   ....

4. Числа расставлены в ряды так, как показано на рисунке. Какое число находится в середине девятого ряда?

   ....

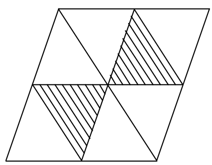
$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & 1 & 2 & 3 & & & & \\ & & & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & & & \\ & & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & & \\ & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & \\ 25 & 26 & \ldots & & & & & & & & \end{array}$$

5. Найти наименьшее делящееся на 3 число, сумма цифр которого равна 21.

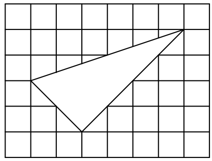
   ....

6. Сколько процентов площади фигуры заштриховано?

   ....

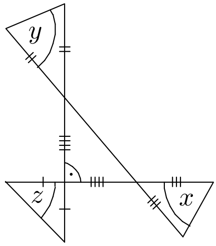


7. Площади какого числа маленьких квадратиков равна площадь треугольника?



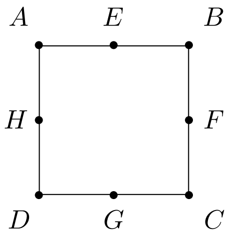
. . . .

8. Найти сумму величин углов x, y и z, если отрезки, одинаково обозначенные на рисунке, имеют равные длины.



. . . .

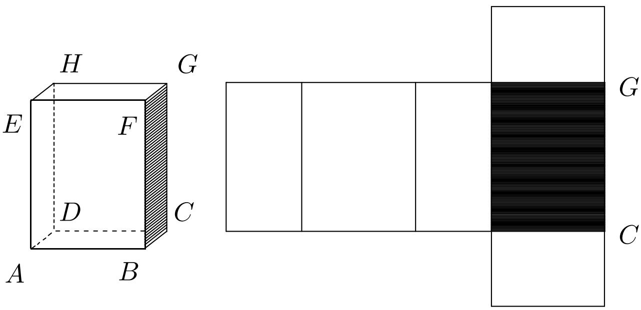
9. Точки E, F, G и H являются серединами сторон квадрата $ABCD$. Найти площадь квадрата $ABCD$, если $|FG| = 2$см.



. . . .

10. Одну из граней прямоугольного параллелепипеда закрасили. Для получения показанной на рисунке развертки необходимо разрезать этот параллелепипед вдоль ребер

. . . .



XLV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

24 января 1998 г.

VIII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Коля начал писать на листе бумаги по порядку натуральные числа $1, 2, 3, \ldots$. Когда он написал 200. цифру, зазвонил телефон. Число, которое Коля не дописал, было

....

2. Сумма двузначного числа и числа, полученного из него при перестановке цифр, делится на десять. Перечислить все такие двузначные числа.

....

3. Длину стороны квадрата увеличили на 10%. На сколько процентов увеличилась площадь квадрата?

....

4. Найти натуральные числа m и n $(m \leqslant n)$ такие, что $\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n} = \dfrac{9}{20}$.

$m =$ .... $n =$ ....

5. Вершины правильного многоугольника обозначены по порядку натуральными числами $1, 2, \ldots, n$. Для какого n вершины, обозначенные числами 7 и 17, расположены симметрично относительно центра многоугольника?

....

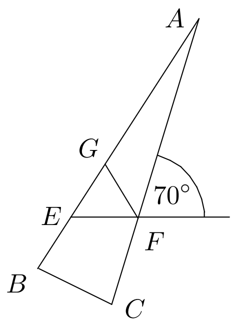
6. Если координаты вершин треугольника $(2;0)$, $(-1;0)$ и $(1;-2)$, то его площадь равна

....

7. Колесо радиусом 0,25 м катится по прямой дороге. Какое расстояние пройдет центр колеса за четыре полных оборота?

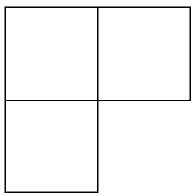
....

8. Найти величину угла при основании равнобедренного треугольника ABC, если треугольник EFG равносторонний.

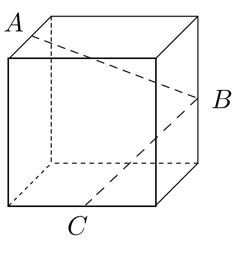


....

9. Дополнить рисунок одним квадратом так, чтобы получилось семь равных треугольников.



10. Точки A, B и C — середины ребер куба. Величина угла $\angle ABC$ равна



....

XLV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

24 января 1998 г.

IX класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Разность числа, обратного сумме чисел 4 и -6, и суммы их обратных чисел равна

   ....

2. Числа следующего ряда получены по одной и той же закономерности. Найти эту закономерность и следующее число в ряду.

   $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{27}{14}$; ....

   Закономерность: ....

3. Наполненная водой бутылка весит на 400 г больше, чем такая же бутылка, наполненная бензином. Найти объем бутылки, если литр бензина весит 700 г, а литр воды — 1000 г.

   ....

4. Пусть a и b некоторые положительные числа. Во сколько раз число $1000a+100(a+b)+10(a+b)+b$ больше числа $10a+b$?

   ....

5. Найти значение выражения $\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}}$.

   ....

6. Коэффициентами a и b в уравнении прямой $y = ax + b$ являются очки, полученные при бросании обычного игрального костя.

   Сколько различных прямых можно таким образом получить?

   ....

   Сколько из этих прямых проходят через точку $(1; 4)$?

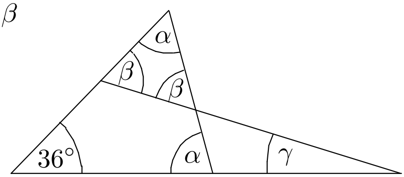
   ....

7. Найти величины углов α, β и γ.

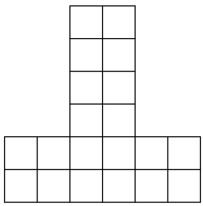
   $\alpha =$ ....

   $\beta =$ ....

   $\gamma =$ ....



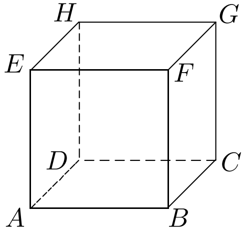
8. Проводя разрезы по сторонам квадратиков, разделить изображенную на рисунке фигуру на четыре одинаковые части.



9. Длины сторон треугольника натуральные числа, а периметр равен 30. Наибольшая возможная длина самой длинной стороны этого треугольника равна

   ....

10. Изображенный на рисунке куб разрезают вдоль ребер AE, EF, FB, FG, EH, DH и DC. Нарисовать получаемую развертку.



XLV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

24 января 1998 г.

VII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. На координатной плоскости отмечены точки $A(-1;-2)$, $B(2;-2)$ и $C(4;2)$. При отражении точки C относительно прямой AB получают точку D, а при отражении точек A и B относительно прямой CD — точки E и F соответственно. Найти координаты точек D, E и F. Сколько процентов от площади четырехугольника $ACED$ составляет площадь четырехугольника $BCFD$?

2. Последнюю цифру трехзначного числа ставят первой, не изменив порядок остальных цифр. Полученное таким образом число настолько же больше числа 400, насколько первоначальное число меньше числа 400. Найти первоначальное число, если известно, что оно заканчивается на цифру 4.

3. Страницы сборника нот, состоящего из нескрепленных листов, пронумерованы начиная с первого листа числами $1, 2, 3, 4, \ldots$. Коля сложил номера всех 30 страниц случайно выбранных 15 листов и получил в результате 1998. После этого Коля сложил номера страниц первых 10 листов сборника и получил 210.

   а) Посчитал ли Коля в первый раз правильно?

   б) Посчитал ли Коля во второй раз правильно?

XLV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

24 января 1998 г.

VIII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В трехзначном числе стерли число сотен и получили двузначное число, которое в семь раз меньше первоначального числа. Найти все такие трехзначные числа.

2. Число диагоналей выпуклого многоугольника в восемь раз больше числа сторон. Найти сумму внутренних углов этого многоугольника.

3. Для химического опыта требовалось смешивать вещества A, B и C в отношении $1 : 2 : 3$. Оказалось, что вместо этого лаборантка приготовила три смеси: первая из них содержит вещества A и B в отношении $1 : 2$, вторая — вещества B и C в отношении $2 : 3$ и третья — вещества C и A в отношении $3 : 1$. В каком отношении нужно брать эти три смеси, чтобы получить нужный результат? (Доказательства единственности найденного решения не требуется.)

XLV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

24 января 1998 г.

IX класс

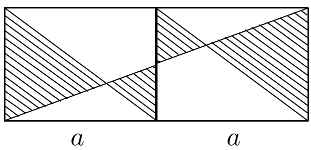
II часть: Время, отводимое для решения: 4 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Торговец купил за несколько золотых монет лошадь и перепродал ее позже за 24 золотые монеты. При этом он получил столько процентов дохода, сколько монет он заплатил за лошадь. Сколько процентов дохода торговец получил?

2. Найти все простые числа, на которые делится разность

$$6 \cdot 66 \cdot 666 \cdot 6666 - 4 \cdot 44 \cdot 444 \cdot 4444\,.$$

3. Найти отношение площадей заштрихованной и незаштрихованной частей прямоугольника.



4. Пять судей оценивают шесть пар, участвующих в финале танцевального конкурса. Каждый судья присуждает парам баллы от одного до шести, причем разные пары получают от одного и того же судьи различное число баллов. Победителем считается пара, набравшая наименьшую сумму баллов. Найти наибольшее и наименьшее возможное значение суммы баллов победителя (победителями могут стать и несколько пар).