XLIV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

18 января 1997 г.

VII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. 25% от числа 25 равно

   .....

2. Зачеркнуть те из чисел

   1023, 1025, 825, 960, 760,

   которые делятся как на 3, так и на 5.

3. Произведение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного чисел 16 и 12 равно

   .....

4. Взяв какие-то две или три рядом стоящие цифры из числа 213453093101, получим соответственно двух- или трехзначное число. Сколько простых чисел имеется среди всех полученных таким образом двух- и трехзначных чисел?

   .....

5. В магическом квадрате суммы чисел, расположенных в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны между собой. Найти в данном магическом квадрате числа x и y.

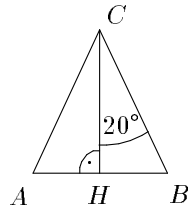
-2	y	2
x	-4	b
-10	a	c

   $x =$ ..... $y =$ .....

6. Площадь прямоугольника равна $18\,\text{cm}^2$. Длина стороны квадрата, имеющего в два раза большую площадь, равно

   .....

7. Найти величины углов треугольника ABC, если $|AH| = |HB|$.

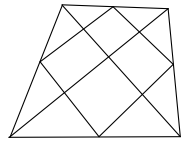


   $\angle ACB =$ .....

   $\angle CAB =$ .....

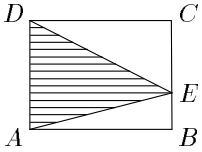
   $\angle CBA =$ .....

8. Сколько треугольников на рисунке?



   .....

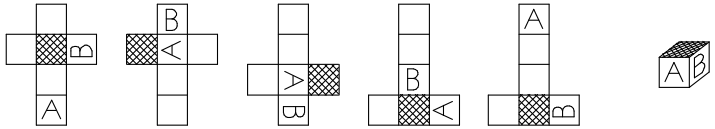
9. Площадь заштрихованного на рисунке треугольника равна $12\,\text{cm}^2$ и $|CE| = 2\,|EB| = 2\,\text{cm}$. Периметр прямоугольника $ABCD$ равен



   .....

10. Из каких разворотов, приведенных ниже, можно сложить изображенный на рисунке куб?

    .....



XLIV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

18 января 1997 г.

VIII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти обыкновенную дробь, равную дроби $\frac{4}{7}$, у которой разность знаменателя и числителя равна 21.

.....

2. Обозначим через n^* число $\frac{1}{n}$. Найти число $10^* : 2^*$.

.....

3. На поляне посадят всего 2000 сосновых и березовых саженцев, причем на каждые три березы приходится пять сосен. Сколько сосновых и сколько березовых саженцев требуется?

..... сосен, ... берез.

4. Сколько цифр имеет число $4^8 \cdot 5^{14}$?

.....

5. Найти все простые числа, на которые делится разность $6 \cdot 66 - 4 \cdot 44$.

.....

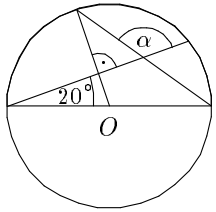
6. В районе шесть городов. Каждая пара городов соединены между собой собственной телефонной линией. Сколько междугородних телефонных линий в районе?

.....

7. Длины одной из сторон ромба и одной его диагонали равны. Каковы величины углов этого ромба?

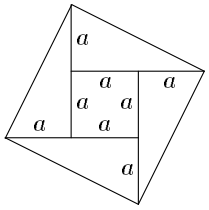
.....

8. Какова величина угла α, если O — центр окружности?



.....

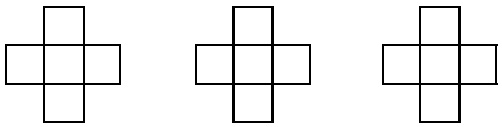
9. Все отрезки, отмеченные на рисунке буквой a, имеют одинаковую длину. Сколько процентов составляет площадь маленького квадрата от площади большого четырехугольника?



.....

10. На рисунке приведены вид спереди, сбоку и сверху некоторого тела, сложенного из одинаковых кубиков. Сколько кубиков в этом теле?

.....



вид спереди вид сбоку вид сверху

XLIV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

18 января 1997 г.

IX класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. При каком минимальном числе учеников в школе можно утверждать, что в этой школе найдутся три ученика, у которых в 1996 году день рождения был в один и тот же день?

   .....

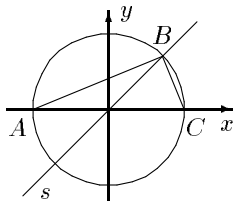
2. Длины оснований трапеции относятся как $1:3$. В каком отношении точка пересечения диагоналей этой трапеции делит диагонали?

   .....

3. Кайе имеет два тюльпана различных цветов, три розы различных цветов и четыре гвоздики различных цветов. Сколько различных способов Кайе имеет для составления букета, если в букете будет один тюльпан, одна роза и одна гвоздика?

   .....

4. Прямая s делит пополам первую и третью четверти координатной плоскости. Найти величины углов треугольника ABC.



   $\angle ABC =$ .....

   $\angle BCA =$ .....

   $\angle CAB =$ .....

5. Найти наибольшее целое число N, на которое число $n(n^2-1)(n^2-4)$ делится при любом целом положительном числе n.

   .....

6. В пространстве даны десять различных точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Через каждую пару данных точек проводится прямая. Сколько прямых получается?

   .....

7. В магическом квадрате суммы чисел, расположенных в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны между собой. Найти в данном магическом квадрате сумму $x+y+z$.

z	2	5
	3	x
1		y

   .....

8. Найти произведение $(1+1)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{1996}\right)$.

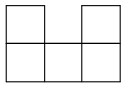
   .....

9. Найти значения x, при которых выполняется равенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x-3}=1$.

   .....

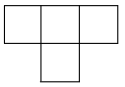
10. На рисунке приведены вид спереди, сбоку и сверху некоторого тела, сложенного из одинаковых кубиков. Сколько кубиков в этом теле?

    .....



вид спереди

вид сбоку



вид сверху

XLIV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

18 января 1997 г.

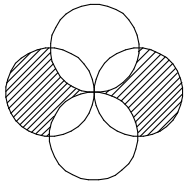
VII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

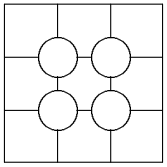
1. Найти положительные целые числа x, y и z такие, что выполняется равенство

$$x + \cfrac{1}{y + \cfrac{1}{z}} = 1\frac{3}{7}\,.$$

2. Найти площадь заштрихованной на рисунке фигуры, если радиусы всех окружностей равны $4\,\text{cm}$.



3. В квадраты на приведенном рисунке в некотором порядке записываются числа $1, 2, \ldots, 9$. В каждый круг записывается среднее арифметическое чисел, расположенных в окружающих этот круг четырех квадратах. Найти наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, записанных в кругах.



Замечание: среднее арифметическое чисел a, b, c и d равно $\dfrac{a+b+c+d}{4}$.

XLIV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

18 января 1997 г.

VIII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Все цифры положительного целого числа a различны. Из цифр числа a можно образовать шесть различных двузначных чисел, у которых цифра в разряде десятков отличается от цифры в разряде единиц. Сумма полученных шести чисел в два раза больше числа a. Найти число a.

2. Большая диагональ ромба является диаметром круга периметром $8\pi\,\text{cm}$. Меньшая диагональ ромба является диаметром круга площадью $9\pi\,\text{cm}^2$. В меньший круг вписан квадрат, две вершины которого совпадают с вершинами ромба. Найти разность площадей ромба и квадрата.

3. Анне, Пилле и Сийри имеют по две пары джинс. Однажды девочки обнаружили, что все они одели одинаковые джинсы. Какие эти джинсы, если Анне имеет узкие джинсы с карманами и светло-голубые джинсы без карманов; Пилле имеет джинсы без карманов и светло-голубые узкие джинсы с карманами; Сийри имеет широкие джинсы и темно-синие узкие джинсы с карманами.

XLIV Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА РЕГИОНАЛЬНЫЙ ТУР

18 января 1997 г.

IX класс

II часть: Время, отводимое для решения: 4 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Дрессировщик стоит на краю кругообразной цирковой арены. Два щенка одновременно начинают от него бежать в разные стороны вдоль края арены. Когда они в первый раз встречаются, один щенок пробежал на пять метров больше другого. Обратно к дрессировщику первый щенок прибежит через девять секунд после встречи и второй через семь секунд после первого. Найти диаметр цирковой арены, если каждый щенок бежит с постоянной скоростью.

2. Выразить площадь S равнобедренного прямоугольного треугольника через радиус r окружности, вписанной в этот треугольник.

3. При делении целого числа $N \geqslant 5$ на 3 получается остаток 2. Доказать, что квадрат числа N нельзя представить в виде суммы простого числа и квадрата некоторого целого числа.

4. До сушки в грушах было 65% воды и 5% сахара. После сушки в них 10% воды. Сколько процентов сахара содержат сушеные груши?