Kontrollijate kommentaarid 1997.a. piirkondliku matemaatikaolümpiaadi tööde kohta

7. klass (Elts Abel, Mart Abel)

Test

Ül. 4: Ühele viiendikule õpilastest valmistas raskusi kahe arvu suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse korrutise leidmine.

Ül. 9: Üllatuslikult osutus mitmetele eksitavaks ülesande tekstis antud võrduste ahel $|CE| = 2|EB| = 2\text{cm}$, mida tõlgendati kahe võrdusena $|CE| = 2$ ja $|EB| = 2\text{cm}$.

Ül. 10: Kolmandik õpilastest rahuldus vaid ühe sobiva pinnalaotuse leidmisega.

Ülejäänud ülesannetes esines üksikuid eksimusi. Üksikuid eksimusi oli ka tulemuste hindamisel; juhendis antud võimalusi mittetäielike vastuste hindamiseks 1 punktiga ei olnud alati kasutatud.

II osa: ülesanded 1–3

Üksikutel juhtudel ei olnud kontrollijad vääriliselt hinnanud originaalsemaid (zhürii poolt väljapakutuist erinevaid) lahendusi, seda eriti ülesandes 2. Rõhuv enamik hindemuutustest olid siiski tingitud ühtlustamisvajadusest.

Õpilastele tuleks soovitada arendada oma oskust põhjendada ja selgitada leitud vastuseid, samuti tuleks rohkem tähelepanu pöörata lahenduste vormistamisele. Kõik vajalikud joonised, skeemid, tabelid ja ka arvutused tuleb töö puhtandisse kirja panna.

8. klass (Kati Metsalu, Targo Tennisberg)

Test

Ül. 5: Selle ülesande hindamisega oli kõige rohkem probleeme. Juhindusime täpselt juhendist, s.t. 1p andsime kas kolme õige ja ühe vale arvu eest või kahe õige arvu eest. Valeks arvuks oli kõige sagedamini arv 1. Kahe õige ja ühe vale arvu eest (nt. 1,5,11) eest punkti ei saanud.

Ül. 10: Mitmes töös oli antud õige vastuse eest 0 või 1 punkt.

Lisaks oli paaris töös erinevate ülesannete juures vaja veel teha parandusi seal, kus ilmselt eksikombel oli vale vastus õigeks loetud või õige vastuse eest 0p antud.

Ülesanne 1

Selle ülesande eest sai paljudel punkte vähendatud. Lõppskeem punktide osas oli selline: ainult õige vastuse eest andsime 2p; kui lisaks oli märgitud, miks arv peab olema kolmekohaline, siis +1p; kui veel oli kusagil öeldud, et esimeseks numbriks tuleb võtta 1, siis +1p (nende kolme kombinatsioonina saadi reeglina 2-4p). Punkte ei andnud selgituste eest stiilis "võtan esimese numbri võimalikult väikese ja kaks tagumist võimalikult suured", samuti ei lugenud kolme punkti vääriliseks esimese numbri leidmise osa, kui põhjenduseks oli "esimene number peab olema üks, sest muidu ei tule kuue arvu summa kahekordne võrdne arvuga a".

Ülesanne 2

Siin esines igasuguseid variante sellest, mis oli leitud ja mis mitte. Kuna kriteeriumid olid võrdlemisi selgelt ette antud, siis eriti palju muudatusi teha ei tulnud. Peamine muutused tulenesid sellest, et vahel oli antud punkte ruudu või rombi pindala leidmise eest siis, kui see oli tegelikult täiesti valesti leitud – mõnes tööd sai sellepärast hinnet 3-4 punkti pealt 1-2 punkti peale alandatud. Mõnes töös oli punkte maha võetud joonise puudumise eest – kuna kusagil pole öeldud, et joonis peab olema, said nendele punktid tagasi antud.

Ülesanne 3

Seda ülesannet oli lahendatud väga mitmel moel – oli lihtsalt arutletud erinevate variantide üle, ainult vastus välja kirjutatud või mitmesuguseid huvitavaid jooniseid tehtud. Kuna antud ülesande korral on olulisel määral sisetunde küsimus, millist varianti pidada korrektseks põhjenduseks ja millist mitte, jäi enamik punkte muutmata. Osa lahenduste puhul, kus peale vastuse mitte midagi mõistlikku öeldud polnud või lihtsalt mingite kummaliste mõttekäikude läbi vale tulemus saadud, võtsime punkte maha, aga needki muudatused jäid mõne punkti piiridesse.

9. klass (Kalle Kaarli)

Üldised märkused

Enamikul juhtudel ei peaks kohalikud kontrollijad tundma end puudutatuna, kui nende pandud hindeid on muudetud. Põhiliseks muutuste ajendiks oli ühtlustamine, sest samu puudusi oli kohtadel hinnatud erinevalt. Möönan ka seda, et paljugi võib siin ikkagi sõltuda hindaja maitsest. Neil juhtudel, kus tuli hindeid oluliselt muuta, on allpool eraldi peatutud. Üldine etteheide kontrollijatele on, et nad väga tihti ei ole töödele märkinud, kus täpselt ja mille vastu lahendaja patustab ning mille eest konkreetselt on punkte maha võetud.

Huvitav oleks analüüsida testi ja töö põhiosa tulemuste vahekorda. Igatahesl esines täiesti vastandlikke olukordi – leidus õpilane, kes lahendas vigadeta töö põhiosa kõik 4 ülesannet, kuid kogus testi eest vaid 10 punkti. Samas esines ka töö, kus testi eest saadud 20 punktile lisandus töö põhiosast vaid 8 punkti.

Test

Ül. 2: See oli parandamise seisukohalt kõige probleemsem ülesanne. Hindamisjuhendis ette nähtud vastuste kõrval esines nende variatsioone, mida oli hinnatud erinevalt. Otsustasin vastuseid 1:4, $\frac{1}{3}$ hinnata nulliga. Erandina jätsin alles 1 punkti vastuse $\frac{1}{4}$ eest, mis esines vaid ühes töös – võib ju seda tõlgendada nii, et diagonaalide lõikepunkt eraldab diagonaalist ühe neljandiku.

Ül. 4: Ühes töös oli nurkade järjekord vale ja seda oli õigesti hinnatud 1 punktiga. Ühel juhul oli hinnatud 1 punktiga vastust, kus üks nurk oli vale ilmselt lahutamisel tehtud vea tõttu – aktsepteerisin seda. Ühel juhul oli aga 1 punktiga hinnatud vastust, milles oli antud ainult üks nurk. Selle punkti võtsin ära.

Ül. 5: Paljude erinevate vastusevariantide seas äratasid tähelepanu need, mis sõltusid parameetrist n.

Ül. 8: Enamik valesid vastuseid olid üsna mõttetud. Ainult ühel juhul oli nähtavasti tähelepanematusest antud vastus 1996.

Ül. 9: See ülesanne osutus suhteliselt raskeks, õige vastuse andsid 33 lahendajat. Huvitaval kombel oli palju (14) neid, kes said ainult ühe lahendi eest 1 punkti. Ühel juhul oli antud 1 punkt vastuse eest, kus oli esitatud 2 lahendit, neist üks õige. Et juhendis niisugust võimalust ei olnud ette nähtud, siis võtsin selle punkti ära.

Ül. 10: Esines ainult 5 vale vastust (5,7,8,12). Mõnevõrra üllatas, et selline head ruumitaju nõudev ülesanne nii hästi lahendati.

Ülesanne 1

Õigete võrrandite leidmine nõudis parasjagu tähelepanelikkust ja see oligi lahendamisel põhiprobleemiks. Korrigeerimisel ma enamikul juhtudel lisasin punkte – enamasti sellepärast, et ma tegin endale igal konkreetsel juhul selgeks, kus õpilane eksis ja kui palju ta õigesti lahendas. Tundus, et paljudel juhtudel ei olnud kohapealne kontrollija seda teinud, või vähemalt ei olnud töödel sellekohaseid jälgi. Tõsisemaid hindamise vigu oli kaks. Klettenberg (Viljandi) oli täiesti arusaadavalt esitanud korrektse lahenduse, kuid lõpus unustas, et vastusena nõuti areeni diameetrit. Ta andis vastuseks ümbermõõdu 35 m ja sai oma lahenduse eest 1 punkti. Kontrollija oli vedanud lahenduse kõrvale punase joone ja ümbritsenud punase ringiga 9s, mis peab tähendama 9 sekundiga. Andsin lahenduse eest 6 punkti. Niisama arusaamatu on, miks on Batrashovi (Tallinn) korrektset lahendust hinnatud 2 punktiga. Mõni sõna rohkem võiks ju võrrandite saamise juures selgituseks olla, aga on selge, et lahendaja pidi need ise tuletama. Samuti ei saa suureks veaks lugeda seda, et pärast täpse vastuse esitamist asendab lahendaja π lähendiga 3,14, kasutades seejuures võrdusmärki. Mina leidsin, et kuna õpilane on kõik põhimõttelised raskused ületanud, siis väärib lahendus 7 punkti.

Ülesanne 2

See lihtne geomeetriaülesanne osutus ootamatult raskeks. Probleemiks on eelkõige ilmselt puudulikud teadmised geomeetria põhitõdede vallas. Nii mõnigi viga oleks tulnud välja, kui õpilane pööraks tähelepanu vastuse dimensioonile. Nii jääksid ära vastused, kus pindala esitub kahe joonmõõtme suhtena või siis avaldisena, kus joonmõõtmete korrutiste kõrval esineb ka joonmõõtmeid ja dimensioonita konstante.

Teistest töödest eristuvad jälle kaks, mille hinnet tuli oluliselt muuta. Mäeotsa (Võru) töös on korralik joonis koos vajalike joonelementidega ja sellelt on tõesti ilmne, et kolmnurga kaatet on $r+r+r\sqrt{2}$ ja seega pindala $S=\frac{1}{2}(2r+r\sqrt{2})^2$. Vastuse oleks ju võinud sobivamale kujule viia ja mõni täiendav sõna selgituseks poleks ka paha teinud, aga üldisel nõrgal taustal ei saa sellist lahendust kuidagi 2 punktiga hinnata. Vastupidine olukord oli Babenko (Paldiski) lahendusega, mida oli hinnatud 6 punktiga. Õpilane oli kasutanud ligikaudseid meetodeid, mida võiks kasutada maamõõtmisel ja oli vastuseks saanud 5,6r^2. Kuna tegemist oli matemaatikaülesandega, siis pidasin võimalikuks jätta vaid 2 punkti. Veel mainiksin Ossimovi (Võru) tööd, kus õpilane oli lähtunud valemist $S=\frac{p}{r}$ ja saanud vastuseks $S=\frac{2a+c}{2r}$. Näiliselt väike viga – korrutamine ja jagamine on segi aetud – toob kaasa absurdse vastuse, kus dimensioonid ei klapi. Ometigi oli seda lahendust hinnatud 3 punktiga.

Küll aga andsin 3 punkti kõigile, kes olid pindala avaldanud r ja kolmnurga mõne külje kaudu. Selliseid lahendusi oli mitu ja neid oli hinnatud kohtadel 1 kuni 4 punktiga. Lõpuks, kolmele 6 punktiga hinnatud õpilasele panin punkti juurde, sest nende ainukeseks puuduseks oli see, et vastus ei olnud teatud kindlal kujul.

Ülesanne 3

Enamik õpilasi, kes näiliselt tõestuseni jõudis, ei saanud tegelikult tekstist aru. Tüüpiline "lahendus" oli järgmine:

Teisendame: $(3x+2)^2=9x^2+12x+4=9x^2+4(x+1)$. Siin $9x^2$ on täisruut, aga $4(x+1)$ ei ole algarv. Järelikult on väide tõestatud.

Jätsin kõigile selle lahenduse variatsioonidele 2 punkti, aga reeglina oli antud palju rohkem. Oluliselt tõstsin hinnet ühel juhul – Parts (Tartu) oli ühena vähestest osanud kasutada ruutude vahe valemit ja teinud kõige olulisema sammu teel lahendusele. Ta ei olnud analüüsinud aga juhtu, kus üks teguritest võrdub ühega ja nii polnud ta kasutanud ühte eeldust. Kontrollija oli lahendust hinnanud nulliga, tegemata sinna juurde vähimatki märkust. Andsin selle eest neli punkti. Tartu õpetajaid võiks huvitada, kellele selle ülesande parandamine oli usaldatud. On kaks võimalust – kas suhtus parandaja oma ülesannetesse lubamatu hoolimatusega või ei suuda ta eristada valet lahendust õigest.

Ülesanne 4

Punkte said juurde tööd, kus ehk liiga lakooniliste arutluste teel oli jõutud õige tulemuseni. Reeglina oli neid töid hinnatud 5-6 punktiga, kuid ma ei pidanud punktide mahavõtmist vajalikuks. Nulliga hindasin kõiki töid, kus mingil hetkel vaadeldi protsente erinevatest arvudest sama liiki suurustena, mida võib liita ja lahutada. Neid oli kohtadel hinnatud 0 kuni 2 punktiga. Selle ülesande juures torkas silma, et nii mõnigi õpilane oleks oma vea avastanud, kui ta oleks vähegi püüdnud hinnata ligikaudu õiget vastust. Vee väikese osakaalu tõttu kuivatatud pirnides on ju selge, et vastus peab olema veidi väiksem kui 100:7 $\approx$ 14,3. Ometi pakuti vastuseks arve 14,4, 37,25, 17,5, $21\frac{3}{7}$.

10. klass (Uve Nummert, Eno Tõnisson)

Ülesanne 1

Rõhuv enamus lahendajaist oli selle ülesande lahendamist alustanud põhimõtteliselt teise toodud lahendusidee järgi st. diskriminandi negatiivsust aluseks võttes. Küll ei mindud tavaliselt täpselt seda rada, mis juhendis toodud. Mõnigi kord oli antud 7 punkti rohkem või vähem ebatäpse tõestuse eest.

Ülesanne 2

Selle ülesande eest said paljud lahendajad punkte juurde – 1-2 punkti oli sageli maha võetud mitmesuguste ilu- ja näpuvigade, hindaja arvates liig lakooniliste selgituste või ebaotstarbeka arutluse eest. Mitmel juhul ei olnud hinde alandamise põhjuste kohta tööl ühtegi märki.

Ülesanne 3

Ülesannet lahendati paljudel juhtudel umbes samal viisil nagu juhendis oli "ette nähtud" – iseasi on, kui kaugele jõuti. Seega oleks seda ülesannet võinud olla suhteliselt lihtne hinnata, paraku aga tuli suhteliselt palju punkte juurde anda. Märkimistvääriv hindamisviga oli, et kuigi lahendi kontroll on tehtud korrektselt, võeti punkt maha selle eest, et nimetajat ei ole eraldi analüüsitud. Mimel juhul oli täpselt juhendis toodud olukorra puhul ka 3 asemel 2 punkti antud.

Ülesanne 4

Selles ülesandes olid lahendajad suutnud hindajaid küllalt tihti segadusse ajada. Kuna rõhuv enamik oli jõudnud õige vastuseni, siis sagedamini suhtusid parandajad lahendustesse liiga hästi.

Ülesanne 5

Midagi olulist ära teha suutsid selle ülesande juures vähesed. Kirjapandud (ja enamasti mitte kuhugi viivaid) arutlusi oli kohtadel hinnatud erinevalt, sellest ka enamus hindemuutusi 1-2 punkti võrra.

Ühel juhul (Masalõgin) polnud hindaja täiesti korrektsest, kuid zhürii väljapakutust oluliselt erinevast lahendusest ilmselt aru saanud. Mitmes töös oli aga asi vastupidi – lahenduses kasutati tõestatavat väidet rohkem või vähem varjatult eeldusena, kuid hindaja oli selle eest andnud 5-7 punkti.

11. klass (Härmel Nestra, Reimo Palm)

Ülesanne 1

Veaks lugesime ülesande lahendamisel kasutatud ekslikku eeldust arvu a mittepositiivsuse kohta. Kui see eeldus on tehtud, aga seda lahendamisel ei kasutata, siis seda veaks ei lugenud. Punkte võtsime maha ka vigade eest võrratusesüsteemide teisendamisel.
Kommentaar: Kirjutis "Olgu a ja $b \leq 0$ reaalarvud ..." tähendab, et a ja b on reaalarvud, kusjuures $b \leq 0$. Kui on vaja väljendada, et $a \leq 0$ ja $b \leq 0$, siis kirjutatakse kas mõlemad võrratused välja või öeldakse sõnadega: "Olgu a ja b mittepositiivsed reaalarvud ...". Ülesande eeldused on tehtud selleks, et ruutvõrrandite kordajad oleksid määratud.

Ülesanne 2

Veaks ei lugenud paralleelsirgega eraldatud kolmnurga ja esialgse kolmnurga sarnasuse tõestamata jätmist, sest see on piisavalt ilmne. Kui lahenduses oli kasutatud mediaanide lõikepunkti omadust, siis nõudsime pikemal tõestussammul sellele viitamist.

Ülesanne 3

Palju oli töid, milles õpilane oli kirja pannud mingeid oma arvuteoreetilisi teadmisi, mida antud ülesande juures üldse vaja ei olnud – eriti armastati minna paaris- ja paaritute arvude vaatlemisele – kuid tihti anti selliste tööde eest 4 või 5 punkti, nagu oleks oluline osa täislahendusest kirjas. Teistes töödes jälle oli tõepoolest lahendamisega arvestatavale kaugusele jõutud, kuid seda oli 0-2 punktiga hinnanud. Rohkem esines ülekohtuselt madalaid hindeid juhtudel, kui mindi zhürii poolt väljapakutud lahendusest oluliselt erinevat teed pidi.

Millegipärast olid paljud õpilased teinud lahendamisel täiendavaid eeldusi. Üllatavalt paljud eeldasid näiteks, et ühistegurita liikmed, mille olemasolu oli ülesandes antud, on jadas järjestikused. Kui lahendus oli sellisel eeldusel korrektselt läbi viidud, andsime 3 punkti, sest seda võib käsitleda osana tegeliku ülesande lahendusest. Mõned õpilased olid kahe arvu ühistegurita olemist käsitlenud kui neist arvudest moodustatud hariliku murru taandumatust. Neil võtsime punkti maha, sest sellega jääb vaatluse alt välja juht, kus jadas esineb nulle.

Ülesanne 4

Massiline hinnete muutmine 1-2 punkti võrra 7 punkti läheduses on tingitud sellest, et püüdsime eristada hästi kirja pandud lahendusi neist, kust oli küll aimata, et õpilane on aru saanud, kuidas ülesande lahendus tuleb, kuid ei ole seda päris täielikult kirja pannud.

Ülesanne 5

Kui oli püütud tõestada, et lõikude ühendamine on alati võimalik, siis andsime 0 punkti. Kui oli väidetud, et ühendamine pole alati võimalik ning vihjatakse kahe lõikudegrupi eraldamisele ühe (pika) lõiguga, siis andsime 1 punkti.

12. klass (Jan Villemson, Ülar Kahre)

Ülesanne 1

Üllatuslikult osutus see ülesanne üheks raskemaks. Levinuim viis selle ülesande lahendamiseks oli graafikute joonestamine. Kuna pildi peal paistsid funktsioonide $\cos x$ ja $1-\frac{x^2}{2}$ graafikud teineteisest üsna kaugel olevat (see tundus mõnel juhtumil lausa taotluslik), siis arvati, et eks ikka see võrratus kehtib küll. Sellised lahendused said reeglina 2 punkti. Võrratust püüti tõestada ka proovimise teel: eelistatumad x väärtused olid siin 3,14, 1,57, 1,00... Ainult proovimise eest punkte ei andnud.

Lahendusele jõuti tublisti lähemale töödes, kus teisendati võrratust $\cos x > 1-\frac{x^2}{2}$. Selle tulemusel saadi üsna lihtsalt võrratus $\left|\frac{x}{2}\right| > \left|\sin\frac{x}{2}\right|$, mille tõestamisega aga jäädi tihtipeale hätta. Olenevalt lahenduse täielikkusest andsime siin 4-7 punkti. Et zhürii poolt ei olnud sellist lahendust komisjonidele välja pakutud, siis oli kohtadel sageli täiesti korrektseid lahendusi hinnatud 0 punktiga. Enamik 7-punktilisi lahendusi olid zhürii lahenduses sisalduva idee ja eelpool toodud võrratuse süntees.

Ülesanne 2

Selle ülesande juures leidsid umbes pooled ülesande lahendanud õpilastest alternatiivse lahenduse. Joonestades ringi diameetri ühe otspunktiga nt. tipus D ja teise otspunktiga punktis K, osutub trapets $ABCD$ võrdhaarseks. Järelikult $AB = KC$ ja Pythagorase teoreemi rakendades ongi tulemus käes. Kahjuks lõi siingi jälle välja vana viga: sisuliselt korrektne, kuid hindamisjuhistes mainimata lahenduse eest anti piirkondades sageli 0 punkti.

Mõned õpilased kippusid uppuma vektorarvutuse või trigonomeetria voogudesse ega suutnud sealt alati edukalt välja rabeleda. Ühest küljest näitab see head ettevalmistust tehnika osas, jättes aga teisest küljest soovida teadmiste sihikindla rakendamise poole pealt.

Ülesanne 3

Selle ülesande lahendamine ei tekitanud üldiselt probleeme ja lahendused olid enamasti samas laadis, mis ametlikult välja pakutud. Siiski tuleb märkida, et päris paljud ei osanud korrektselt sõnastada vastuväitelise tõestuse ideed. Mõningaid õpilasi viis eksiteele valemi $\log_n m = \frac{\log m}{\log n}$ kasutamine. Arvati, et kuna $\log m$ ja $\log n$ ei saa samaaegselt täisarvud olla, siis ei saa $\log_n m$ olla ratsionaalarv. Kahe silma vahele jäeti aga võimalus, et $\log m$ ja $\log n$ on mõlemad irratsionaalarvud.

Ülesanne 4

Sellele ülesandele väljapakutud lahendused jagunesid laias laastus kahte lehte. Üks osa õpilastest sai aru, mida tuleb teha, ja pani kirja vähem või rohkem käänulise vähemate või rohkemate puudustega arutelu, mis iga haru lõpus jõudis ühevärviliste tippudega võrdhaarse kolmnurga konstruktsioonini.

Teine osa õpilastest aga esitas lahenduste pähe mitmeleheküljelisi pseudomatemaatilisi tekste. Näiteks prooviti ülesandele kallale minna tõenäosusteooria vahenditega või valida tasandil “2 sinist punkti nii, et nendevaheline kaugus on väga väike”. Loomulikult ei või 12. klassi õpilase käest veel nõuda, et tal oleks välja kujunenud sajaprotsendiline matemaatilise korrektsuse taju. Sellegipoolest oleks õpetajatele palve pöörata matemaatikatunnis laste tähelepanu enam oma väidete põhjendatusest aruandmisele.

Ülesanne 5

See ülesanne oli valdavalt lahendatud väga hästi. Probleeme ei tekitanud ei kolmnurkade pindalade vahelise seose leidmine ega geomeetrilise jada äratundmine. Segadusi esines aga tähistustes – üsna tihti tähistati lõpmatu rea summat S_n või kirjutati koguni $S_n = S_1 + S_2 + \ldots + S_n$. Kui ülesanne oli muidu õigesti lahendatud, siis nende eksimuste eest me punkte maha ei võtnud. Samas näitavad sellised kirjutised, et õpilased pole abstraktse lõpmatuse ideest (ja seega ka jadast – antud juhul geomeetrilisest) täiel määral üle.