

XLIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА II ТУР

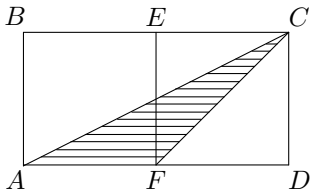
20 января 1996 г.

VII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти последнюю цифру числа $3^7 + 10^7$
2. Найти такое число, чтобы число, противоположное обратному к данному числу, равнялось 3.
.....
3. Сколько различных цифр потребуется для записи в десятичной системе исчисления значения выражения $10^{96} - 96$?
.....
4. Записать число 10 с помощью трех одинаковых цифр (можно использовать любые знаки операций).
.....
5. Разность квадратов двух нечетных чисел равна 32. Найти эти числа.
.....

6. Сколько процентов составляет площадь заштрихованного треугольника от площади прямоугольника $ABCD$, если $ABEF$ и $FECD$ равные квадраты?



.....

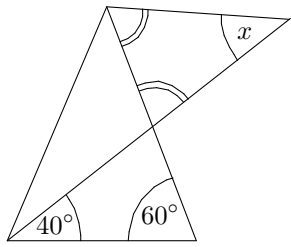
7. Начертить четырехугольник и пересекающую его прямую так, чтобы на рисунке образовались 4 треугольника.

8. Вершины прямоугольного треугольника имеют координаты $(5; 2)$, $(1; 6)$ и $(5; 6)$. Каковы будут координаты вершины прямого угла после зеркального отражения треугольника относительно оси y ?

.....

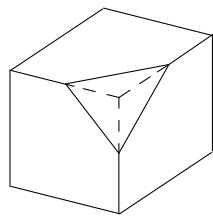
9. Найти величину угла x , если углы, отмеченные на рисунке двумя дугами, равны.

.....



10. С каждой вершины куба отсекается пирамида так, что сечения проходят через середины ребер куба (см. рисунок). Сколько граней имеет получающийся многогранник?

.....



XLIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА II ТУР

20 января 1996 г.

VIII класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Вписать в каждый квадрат один из знаков $+$, $-$, \cdot , $:$ так, чтобы каждый знак был использован хотя бы один раз и значение получающегося выражения было бы четным числом (скобки использовать нельзя):

$$7 \square 6 \square 2 \square 9 \square 3 \square 4 \square 8 \square 1 \square 5$$

2. Делится ли число 23456789101112 на 12?

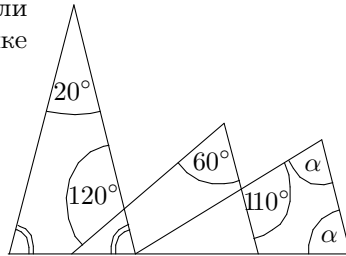
3. Найти $\frac{y}{x}$, если $\frac{x}{2z} = 5$ и $\frac{y}{3z} = 4$

4. Написать 4 первых натуральных числа, у которых нечетное число различных множителей (множителями числа считаем также 1 и само это число).
.....

5. Группа туристов взяла в трехнедельный поход 28 кг сухарей, которые разделили на равные дневные порции. К концу десятого дня похода выяснилось, что поход будет длиться на один день дольше, и решили оставшиеся сухари перераспределить на равные порции соответственно оставшимся дням похода. Найти величину дневной порции после перераспределения сухарей.
.....

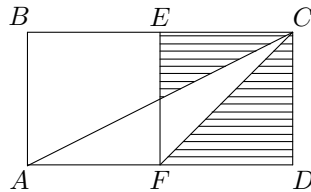
6. Найти величину угла α , если углы, отмеченные на рисунке двумя дугами, равны.

.....



7. Сколько процентов составляет общая площадь заштрихованных фигур от площади прямоугольника $ABCD$, если $ABEF$ и $FECD$ равны квадраты?

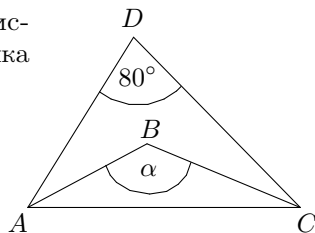
.....



8. Одна пара противоположных углов параллелограмма имеет величины $3x + 20$ градусов и $40 - x$ градусов. Один из двух оставшихся углов этого параллелограмма имеет величину градусов.

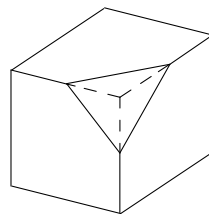
9. Найти величину угла α между биссектрисами AB и CB треугольника ADC .

.....



10. С каждой вершины куба отсекается пирамида так, что сечения проходят через середины ребер куба (см. рисунок). Сколько ребер имеет получающийся многогранник?

.....



XLIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА II ТУР

20 января 1996 г.

IX класс

I часть: Время, отводимое для решения: 40 минут.
На этом листке написать только ответы, для решения
можно использовать дополнительную бумагу.
Верный ответ каждой задачи дает 2 балла.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти сумму чисел, противоположных числам, обратным
к множителям числа 12.

.....

2. Какова последняя цифра числа 2^{1996} ?

.....

3. Найти n , если $(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^n$.

.....

4. В классе 35 учеников. Из них 20 посещают математи-
ческий кружок, 11 посещают биологический кружок и 10
учеников не посещают ни тот, ни другой кружок. Сколько
учеников, посещающих биологический кружок, посещают
также и математический кружок?

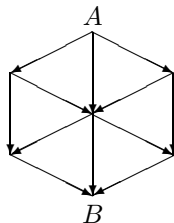
.....

5. Известно, что $5 \otimes 2 = 23$, $3 \otimes 3 = 6$ и $2 \otimes 4 = 0$. Найти
число $2 \otimes 8$ и написать закономерность, с помощью которой
найден ответ.

.....

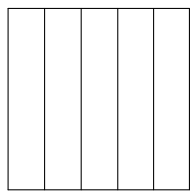
.....

6. Вдоль отрезков изображенной на рисунке фигуры разрешается двигаться только в направлениях, указанных стрелками. Сколькими различными путями можно указанным образом двигаться из точки A в точку B ?



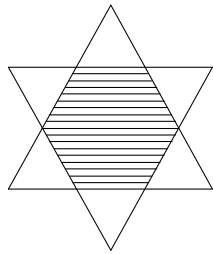
.....

7. Квадрат разбит на пять равных прямоугольников указанным на рисунке образом. Найти периметр квадрата, если периметр одного прямоугольника равен 30 см.



.....

8. Два равных правильных треугольника накладываются один на другой так, чтобы их общая часть является правильным шестиугольником (см. рисунок). Какую долю от площади одного треугольника составляет площадь этого шестиугольника?

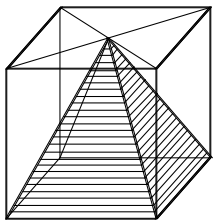


.....

9. Длины сторон прямоугольника равнялись 5 см и 10 см. Затем длины сторон этого прямоугольника уменьшили на 20%. Какова площадь полученного прямоугольника?

.....

10. В куб помещена пирамида (см. рисунок). Какую долю от объема куба составляет объем куба, расположенной вне пирамиды?



.....

XLIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА II ТУР

20 января 1996 г.

VII класс

II часть: Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи
дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти площадь шестиугольника $ABCDEF$, если его вершины имеют координаты $A(-2; 3)$, $B(1; 5)$, $C(2; 3)$, $D(6; 1)$, $E(1; -6)$ и $F(0; 1)$.
2. В бассейн вода втекает через три крана. Если бы открыт был только первый кран, бассейн наполнился бы за 4 часа. Только через второй кран бассейн наполнился бы в три раза медленнее, чем только через первый кран, а только через третий кран в два раза быстрее, чем только через второй. За сколько часов наполнится бассейн, если открыты все три крана?
3. Какие цифры следует вписать в пятизначное число $517**$ вместо звездочек, чтобы получившееся число делилось одновременно на числа 6, 7 и 9?

XLIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

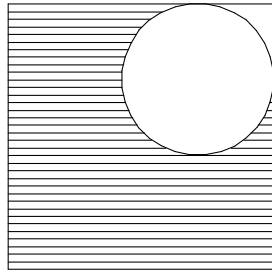
МАТЕМАТИКА II ТУР

20 января 1996 г.

VIII класс

- II часть:** Время, отводимое для решения: 2 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти площадь заштрихованной на рисунке фигуры, если длина стороны квадрата равна 7 см и радиус круга равен 2 см.



2. Для классного вечера закупили на равные суммы денег конфеты “Морские камушки” ценой 20 крон за килограмм и “Арахис в сахаре” ценой 30 крон за килограмм. Купленные сладости перемешали. Сколько стоит 100 граммов полученной смеси?
3. Возрасты трех школьников являются целыми числами, произведение которых равно 1872. При этом средний по возрасту школьник старше самого младшего на столько же, на сколько он младше самого старшего. Найти возрасты школьников.

XLIII Олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

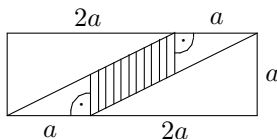
МАТЕМАТИКА II ТУР

20 января 1996 г.

IX класс

II часть: Время, отводимое для решения: 4 часа.
Решения задач написать на отдельном листе.
Верное и корректно оформленное решение каждой задачи дает 7 баллов.
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Пара кроссовок стоила 900 крон. Сначала цену кроссовок снизили на некоторый процент и через две недели еще раз на такой же процент, так что окончательная цена стала 400 крон. На сколько процентов снижали цену кроссовок каждый раз?
2. Найти число c , если $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 6 : 7 : 8$ и $a + b + c = 14$.
3. Какая доля от прямоугольника заштрихована на рисунке?



4. Два продавца арбузов повздорили из-за места на базаре. Хитрый Антс предложил им свою помощь для разрешения спора. Он расположил по кругу некоторое число корзин и сказал: “Это место получит тот, кто сможет разместить арбузы по корзинам так, чтобы в любых двух рядом стоящих корзинах число арбузов отличалось на единицу. Кто задачей не справится, отдаст 10 арбузов мне.” Какое число корзин расположил Хитрый Антс, если он был уверен, что с базара он уйдет с 20 арбузами?