

# Eesti koolinoorte XLII täppisteaduste olümpiaad

## MATEMAATIKA II VOOR

21. jaanuar 1995. a.

Soovitused lahenduste hindamiseks

### VII klass, I osa.

Ülesandes 3 anda 1 punkt, kui vastuseks on antud 1995.

Ülesandes 5 anda 1 punkt, kui vastuseks antud arv jagub kolmega, ent pole vähim.

Ülesandes 6 anda 1 punkt, kui vastuseks on antud 210 (ilma kraadimärgita).

Ülesandes 7 anda 1 punkt, kui vastuseks on antud  $36 - 4,5\pi$  cm või  $36 - 4,5\pi$  (ühikuta) või on eksitud ühega arvudest 36, 4,5 (kuid ühik on õige).

Ülesandes 9 anda 1 punkt, kui vastuseks on antud 9 või 11.

### II osa.

- Ringi raadiuse leidmise eest: 1 p.  
Õige joonise või selgituse eest, miks ring paikneb tervenisti kolmnurga sees: 3 p.  
Kolmnurga pindala leidmise eest: 2 p.  
Lõppvastuse leidmise eest: 1 p.  
  
Õige joonis lugeda piisavaks põhjenduseks ringi ja kolmnurga paiknemise kohta.
- Tähelepaneku eest, et otsitav arv on 1 võrra suurem arvude 3, 4, 5, 8 mingist ühiskordsest: 3 p.  
Tähelepaneku eest, et 1 ei sobi: 1 p.  
Tähelepaneku eest, et 121 ei sobi: 1 p.  
Kontrolli eest, et 241 on algarv: 2 p.

3. Osa a) eest: 3 p.  
Osa b) eest: 4 p.

Kui osa a) lahenduses on sõiduskeemiks ekslikult pakutud  $20 \rightarrow 9 \rightarrow 17 \rightarrow 6 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1$ , anda selle osa eest 1p.

Kui osas b) on vastatud (ja põhjendatud), et saab sõita kõikidele korrustele peale 20-nda, anda selle osa eest 2p.

### VIII klass, I osa.

Ülesandes 1 anda 1 punkt, kui ainult üks kordajatest on õige.

Ülesandes 2 anda 1 punkt, kui vastuseks on antud 190.

Ülesandes 4 anda 1 punkt, kui alla on tõmmatud kas ainult kaks õiget avaldist või vähemalt kaks õiget ja üks vale avaldis.

Ülesandes 5 anda 1 punkt, kui ainult üks osa vastusest on õige.

Ülesandes 7 anda 1 punkt, kui vastuseks on antud  $\frac{n^2}{m^2}$ .

### II osa.

1. Sobiva võrrandi koostamise eest, mis seob puude arvu enne ja pärast katsetavat raiet: 5 p.  
Võrrandi lahendamise (vastuse leidmise) eest: 2 p.

2. Õige joonise eest (täisnurgad, terav- ja nürinurk õigete tipude juures): 2 p.  
Külgede  $AD$ ,  $AB$ ,  $BC$  pikkuste leidmise ja trapetsi ümbermõõdu arvutamise eest: 5 p.

Ainult ühe ülalmainitud külje pikkuse leidmise eest anda 1p., kahe külje eest 3p.

Kui joonis ja arvutused on õiged, ent puuduvad vajalikud selgitused, anda kuni 5p.

3. Osa a) näite eest: 3 p.  
Osa b) korrektse põhjenduse eest: 4 p.

Ainult *mõlema* osa õigete vastuste eest anda *kokku* 1p. Kui ühe osa eest on juba punkte saadud ja teise osa kohta on antud ainult vastus, siis selle eest punkte mitte anda.

### IX klass.

1. Sobiva võrrandi koostamise eest: 5 p.  
Võrrandi lahendamise (vastuse leidmise) eest: 2 p.
2. Puudulikult kirjutatud lahenduse eest anda:  
Ainult vastuse eest (joonisega või ilma): 1 p.  
Joonise ja õigete arvutuste eest, kui puuduvad vajalikud selgitused: 5 p.  
Kui vastus pole esitatud protsentides, anda kuni 6p.
3. Ainult vastuse eest (selgituste puudumisel) anda:  
Täieliku vastuse eest: 2 p.  
Kui igast arvupaarist  $\overline{xy}$ ,  $\overline{yx}$  on antud vähemalt üks arv: 1 p.  
Muu osalise vastuse eest: 0 p.  
Lahenduse eest kõikide kahekohaliste arvude läbivaatamise teel (kui arvutused on näidatud ja vastus täielik) anda 7p.  
Kui võrrandist  $n^2 = 11 \cdot (x + y)$  järeldatakse põhjendamata, et  $x + y = 11$ , anda kuni 5p.
4. Õige joonise eest, kus märgitud kõik antud punktid: 1 p.  
Tähelepaneku eest, et punktid  $A, P, M, Q$  asuvad ühel ringjoonel: 3 p.  
Edasise lahenduse eest: 3 p.
5. Lahendi  $x = 0$  eest: 1 p.  
Teisendamise eest ruutvõrrandiks  $y = x^{499}$  suhtes: 4 p.  
Selle ruutvõrrandi lahendamise eest: 2 p.

6. Idee eest vaadelda erinevate tantsupaaride arvu (isegi kui seda pole kaugemale arendatud) anda vähemalt 3p.

### X klass.

1. Juhu  $n = -3$  eest: 2 p.  
Juhu  $n^2 + n - 1 = 1$  eest: 2 p.  
Juhu  $n^2 + n - 1 = -1$  eest: 3 p.

Kui juhul  $n^2 + n - 1 = -1$  pole arvestatud, et  $n + 3$  peab olema paarisarv (ka  $n = 0$  on loetud lahendiks), siis anda selle juhu eest 1p.

2. Kolmnurga (poole) küljepikkuse esitamise eest sobivate lõikude pikkuste summana: 3 p.  
Tähelepaneku eest, et ühe lõigu pikkus on  $r$ : 1 p.  
Teise lõigu pikkuse leidmise eest: 3 p.

3. Lahendite  $x_{1,2}$  avaldamise eest  $p$  ja  $q$  kaudu: 1 p.  
Suuruse  $(x_1 - x_2)^2$  avaldamise eest: 3 p.  
Selgituse eest, miks  $(x_1 - x_2)^2 \neq 1995$ : 3 p.

Selgituseta vastuse eest anda 0p.

4. Tähelepaneku eest, et kolmnurk  $BCD$  on võrdkülgne (koos põhjendusega): 2 p.  
Tähelepaneku eest, et  $\angle DCA = 30^\circ$ , või et kolmnurk  $CDA$  on võrdhaarne: 1 p.  
Edasiste arvutuste eest: 4 p.

Kui on õigesti leitud ainult ühe viirutatud ala pindala, anda kuni 4p.

5. Võrrandi  $y^{1994} \cdot (y - x) = 0$  saamise eest: 2 p.  
Lahendite  $y = 0$ ,  $x = \pm 1$  leidmise eest: 2 p.  
Ülejäänud lahendite leidmise eest: 3 p.

Kui on puudu negatiivse  $x$  väärtusega lahendid, anda kuni 5p.

6. Idee eest vaadelda erinevate tantsupaaride arvu: 2 p.  
Võrduse  $p = \frac{m \cdot n}{2}$  saamise eest: 3 p.  
Edasise arutluse eest: 2 p.

### **XI klass.**

1. Võrduse  $|EF| = |AB|$  selgitamise eest: 2 p.  
Võrduse  $|CD| = |AB|$  selgitamise eest: 3 p.  
Edasise arutluse eest: 2 p.
2. Arvude 17 ja 23 kordsete lõpunumbrite leidmise eest: 2 p.  
Tähelepaneku eest, et tagant ettepoole liikudes saame arvu numbrid üheselt määrata: 3 p.  
Selle tähelepaneku õige rakendamise eest: 2 p.  
Selgituseta õige vastuse eest anda 1p.
3. Sobiva funktsiooni koostamise eest: 2 p.  
Selle tuletise nullkohtade leidmise eest: 2 p.  
Põhjenduse eest, miks leitud muutuja väärtus on otsitav miinimumkoht: 1 p.  
Jooksuraja vähima pikkuse arvulise leidmise eest: 2 p.
4. Lõigu keskpunkti koordinaatide avaldamise eest: 2 p.  
Keskpunkte sisaldava joone võrrandi leidmise eest: 4 p.  
Võrrandi tõlgendamise (joone tüübi määramise) eest: 1 p.
5. Esimese  $2n$  liikme summa avaldamise eest: 1 p.  
Järgmise  $n$  liikme summa avaldamise eest: 2 p.  
Jada vahe leidmise eest: 2 p.  
Esimese  $n + 2$  liikme summa arvutamise eest: 2 p.

6. Tähelepaneku eest, et lahti jäävad ukсед, mille asendit muudetakse paaritu arv kordi: 1 p.
- Tähelepaneku eest, et ukse asendit muudab niipalju valvureid, kuipalju on selle ukse järjekorranumbril tegureid: 2 p.
- Tähelepaneku eest, et paaritu tegurite arvuga on parajasti täisruudud: 3 p.
- Täisruutude arvu leidmise eest: 1 p.

## XII klass.

1. Kolme paari nurkade võrdsuse tähelepanemise eest: 2 p.
- Pikkuse  $|AX|$  või  $|BX|$  jaoks võrrandi koostamise eest: 3 p.
- Selle võrrandi lahendamise eest: 2 p.
2. Võrrandi teisendamise eest ruutude summaks: 4 p.
- Selgituse eest, miks see summa ei saa olla võrdne nulliga: 3 p.
3. Tähelepaneku eest, et arvu numbrid ei ületa 6: 1 p.
- Tähelepaneku eest, et arvu numbrid ei ületa 5: 1 p.
- Tähelepaneku eest, et arvus leidub number 5: 1 p.
- Tähelepaneku eest, et arvu esimene number on 1: 2 p.
- Järelejäänud juhtude läbivaatamise eest: 2 p.
- Lahenduse eest kõigi summade  $x! + y! + z!$  läbivaatamise teel (koos arvutuste ja vajalike selgitustega) anda 7p.
- Vastuse 145 eest (selgituseta, miks see on ainus) anda 1p.
4. Punkti  $M$  konstrueerimise eest: 1 p.
- Siinusteoreemi rakendamise eest kolmnurgas  $ABM$ : 1 p.
- Suhte  $\frac{c}{b}$  avaldamise (vms. samaväärse) eest: 2 p.
- Koosinusteoreemi sobiva rakendamise eest: 2 p.
- Lahenduse lõpuleviimise eest: 1 p.
- Koosinusteoreemi rakendamise eest anda 2 punkti ainult juhul, kui on selge, kuidas saadud tulemust kavatsetakse kasutada.

5. Suuruse  $A$  avaldamise eest  $a_1$  ja  $q$  kaudu: 1 p.  
 Suuruse  $B$  avaldamise eest: 2 p.  
 Tähelepaneku eest, et  $a_1 \cdot a_n = \frac{A}{B}$ : 1 p.  
 Tähelepaneku eest, et  $a_1 \cdot a_n = a_k \cdot a_{n-k+1}$ : 2 p.  
 Lahenduse lõpuleviimise eest: 1 p.
6. Idee eest vaadelda mingi märgitud punkti ümbrust ja kasutada vastuväitelist tõestust: 2 p.  
 Märkimata ruutude õige leidmise eest selles ümbruses: 1 p.  
 Tähelepaneku eest, et ruudud  $A$  ja  $D$  on märgitud: 2 p.  
 Lahenduse lõpuleviimise eest: 2 p.