

Eesti koolinoorte XLI täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA II VOOR

15. jaanuar 1994. a.

Soovitused lahenduste hindamiseks

VII klass, I osa.

Ülesandes 3 anda 1 punkt ühe õige vastuse eest.

Ülesandes 4 anda 1 punkt, kui 86 asemel on vastuseks pakutud 14.

Ülesandes 6 anda 1 punkt nelja õige vastuse eest.

Ülesandes 8 anda 1 punkt õige lõikejoone märkimise eest ja 2 punkti, kui on märgitud õigesti ka vähemalt üks paar ühtivaid lõike.

VII klass, II osa.

1. Ainult vastus (ilma arvutuste ja põhjenduseteta): 0 p.
Põhimõtteliselt õige lahendus, esinevad arvutusvead: ≤ 5 p.
2. Leitud arv vastab kõigile ülesande tingimustele peale minimaalsuse: 5 p.
Leitud arv jagub arvudega 5 ja 9 ning koosneb numbritest 5 ja 9, ent sisaldab neid erineval arvul: 3 p.
On ainult märgitud, et selle arvu viimane number peab olema 5: 1 p.
Vastus peaks olema põhjendatud. Põhjenduse puudumisel anda 2p. vähem.
3. Ainult vastus (ilma arvutuste ja põhjenduseteta): 0 p.
On ainult märgitud, et ülesandes antud pindalad on risttahukate servade pikkuste paarikaupa korrutised: 2 p.
On avaldatud risttahuka servade pikkused tema kolme tahu pindalade kaudu: ≥ 5 p.

VIII klass, I osa.

Ülesandes 4 anda 1 punkt, kui 67 asemel on vastuseks pakutud 133.

Ülesandes 9 anda 1 punkt õige lõikejoone märkimise eest ja 2 punkti, kui on märgitud õigesti ka vähemalt üks paar ühtivaid lõike.

VIII klass, II osa.

1. Iga piirkonna 1, 3–6 õige pindala eest: 1 p.
Piirkonna 2 õige pindala eest: 2 p.

Kui on antud ainult vastused ilma arvutusteta, anda kokku ≤ 4 p.

2. Kui pole põhjendatud, et rohkem selliseid arve ei leidu, anda:

- ühe õige arvu eest: 1 p.
kahe õige arvu eest: 3 p.
kolme õige arvu eest: 5 p.

3. Tõestuse eest, et 8 külalist saavad igal juhul valida igaüks taldriku ja koogi, mis mahub sellele taldrikule: 4 p.
Näite eest, kus 9. külaline ei saa nii valida: 3 p.

Ainult õige vastuse eest ilma põhjenduseta anda 1 punkt.

IX klass.

1. Ainult õige vastus (ilma põhjenduseta): 4 p.
Põhimõtteliselt õige arutlus, vastuseks saadud 25: ≤ 4 p.

2. Mittetäieliku lahenduse üksikute osade eest anda punkte järgmiselt:

- Põhjendatud, et $x \neq 0$: 1 p.
Leitud, et peab olema $y = \pm 1$: 2 p.
Näidatud, et $y = 1$ viib vastuolule: 2 p.
Vaadeldud juht $y = -1$, leitud x väärtus: 2 p.

3. Ainult õige vastus (ilma põhjenduset): 4 p.

Samaväärseks lugeda lahendus, kus näidatakse, et otsitav pindala on võrdne poolega ruudu $ABCD$ pindala ja poolringjoonte kogupindala vahest (kui see väide pole põhjendatud, anda 1 p. vähem).

4. Mitte lugeda puuduseks, kui õpilasel on näidatud, et maletaja nr. 1 paariliseks ei saa olla ükski teine peale nr. 15, ent pole kontrollitud, et see tõesti sobib.

Mittetäieliku lahenduse üksikute osade eest anda punkte järgmiselt:

Märgitud, et iga paari summa peab olema 4, 9, 16 või 25: 2 p.

Näidatud, et 1 paariline ei saa olla 8: 2 p.

Näidatud, et 1 paariline ei saa olla 3: 3 p.

Ainult õige vastuse eest (ilma põhjenduset, et muud ei sobi), anda 1 punkt.

5. Tõestatud ainult erijuhtudel: ≤ 4 p.
Sealhulgas: ainult juhul, kui see nelinurk on ruut: 1 p.

X klass.

1. Samaväärseks lugeda lahendus, kus näidatakse, et otsitav pindala on võrdne poolega ristküliku $ABCD$ pindala ja poolringjoonte kogupindala vahest (kui see väide pole põhjendatud, anda 1 p. vähem).

Ainult õige vastus (ilma põhjenduset): 4 p.

2. Mittetäieliku lahenduse üksikute osade eest anda punkte järgmiselt:

Näidatud, et antud arv jagub arvuga 9^2 : 2 p.

Näidatud, et see arv ei jagu arvuga 9^3 : 5 p.

Sealhulgas:

Leitud esitus $10^{999} - 1$, tegureiks pole lahutatud: 1 p.

Lahutatud sobival viisil teguriteks: ≤ 3 p.

3. Tõestatud ainult erijuhtudel: ≤ 4 p.

Sealhulgas: ainult juhul, kui $ABCD$ on ruut: 1 p.

ainult juhul, kui $ABCD$ on ristkülik: 2 p.

ainult juhul, kui $ABCD$ on romb: 2 p.

4. Iga leitud lahendipaari $(x; y)$ ja $(y; x)$ eest, kus $x \neq y$: 1 p.

Lahendi $x = y = 20$ eest: 1 p.

Põhjenduse eest, miks rohkem lahendeid pole: 2 p.

Kui on leitud ainult üks lahend igast paarist, anda **kokku** 1 p. vähem.

5. Põhjenduse eest, et 19 mustast ruudust ei jätku: 4 p.

Näite eest 20 musta ruudu kohta: 3 p.

Põhjenduse eest, et 18 mustast ruudust ei jätku, anda 2 punkti.

Näite eest 21 või 22 musta ruudu kohta anda 1 punkt.

Ainult vastuse eest (pole põhjendust ega näidet) anda 0 punkti.

XI klass.

1. Viirutatud kujundi pindala leidmise eest: 4 p.

Suure ringjoone raadiuse leidmise eest: 3 p.

Kui on antud ainult vastused, siis anda kummagi õige vastuse eest 2 punkti.

2. Tõestatud ainult erijuhtudel: ≤ 4 p.

Sealhulgas: kõigi n korral, kus $2n$ pole täisruut: 4 p.

3. Tõestatud ainult erijuhtudel: ≤ 4 p.

Sealhulgas: ainult võrdkülgse kolmnurga jaoks: 1 p.

4. Täisväärtuslikuks lugeda ka tõestus funktsioonide $\sin x$ ja $\cos x$ graafikute abil.

Märgitud ainult, et x ja y samaväärsuse tõttu piisab näidata järeldumist ühes suunas: 1 p.

5. a) Näidatud ainult, et samad laulud ei saa lõpmata kaua tabelis püsida: 2 p.

b) Näidatud, et samad laulud ei saa tabelis püsida kauem kui 191 nädalat (kasutades tõestamata eeldust, et nad ei saa seal olla lõpmata kaua): 3 p.

c) Sama mis b), kuid seda eeldust ei kasutata või see on tõestatud: 5 p.

d) Põhjendatud (toodud näide), et samad laulud võivad tabelis püsida 191 nädalat: 2 p.

Kui lahenduses on jäänud arvestamata 1. nädal ja seetõttu saadud vastuseks 190, anda 1p. vähem.

XII klass.

1. Viirutatud kujundi pindala leidmise eest: 4 p.
Suure ringjoone raadiuse leidmise eest: 3 p.

Kui on antud ainult vastused, siis anda kummagi õige vastuse eest 2 punkti.

2. a) Näidatud, et $f(n)$, kus $n = 4k$, ei jagu viiega: 3 p.
Ainult juht $n = 4$: 1 p.
b) Näidatud, et $f(n)$, kus $n \neq 4k$, jagub viiega: 4 p.
Ainult erijuhud: ≤ 2 p.
c) Puuduvad a) ja b), ent on näidatud, et $f(n+4)$ ja $f(n)$ jaguvad või ei jagu viiega üheaegselt: 4 p.
d) Sama väide põhjenduseeta: 2 p.

3. Täisväärtuslikuks lugeda ka tõestus, kus ei leita lõigu PQ pikkuse sõltuvust nurgast β , ent näidatakse, et see pikkus on fikseeritud

nurga β korral sama punkti C mistahes kahe asendi juures (või: punkti C mistahes asendi ja mingi fikseeritud asendi juures).

Leitud ainult PQ pikkus mõnel erijuhul (näit. $C = O$): ≤ 2 p.

4. Mittetäieliku lahenduse üksikute osade eest anda punkte järgmiselt:

On leitud seos aritmeetilise jada vahe ja selle jada mingi liikme vahel, **või** näidatud, et võrrandi lahendid on $\pm a$, $\pm 3a$: 2 p.

On lahutatud võrrandi vasak pool sobivalt teguriteks, **või** kasutatud õigesti Viete'i valemeid: 2 p.

5. a) Näidatud ainult, et samad laulud ei saa lõpmata kaua tabelis püsida: 2 p.

b) Näidatud, et samad laulud ei saa tabelis püsida kauem kui 191 nädalat (kasutades tõestamata eeldust, et nad ei saa seal olla lõpmata kaua): 3 p.

c) Sama mis b), kuid seda eeldust ei kasutata või see on tõestatud: 5 p.

d) Põhjendatud (toodud näide), et samad laulud võivad tabelis püsida 191 nädalat: 2 p.

Kui lahenduses on jäänud arvestamata 1. nädal ja seetõttu saadud vastuseks 190, anda 1p. vähem.