

## Hindamisskeemid

1. (*Hannes Jukk*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.
  - Korrektne lahendus (sarnane ametlikule lahendusele): 7 p
  - Ilma põhjendamata eeldati, et parandatavate teelõikude pikkused on võrdsed, edasi tehti algebraliselt rehkendused õigesti: 6 p
  - Teisendusviga, mille parandamisel oleks saanud õige tulemuse: 5 p
  - Teisendusviga lahenduses, mil kasutati väär eeldust tööloikude võrdsuse kohta: 4 p
  - Tähistati muutujad korrektselt ning loodi õiged seosed muutujate vahel võrreldes aegasid kolmes situatsioonis, kuid ei suudetud leida otsitavat seost kiiruste vahel: 2 p
  - Eksiti selle vastu, et mõlema teelõigu remontimisega võib üldist keskmist lineaarselt suurendada kolmandiku võrra: 0 p
2. (*Eltz Abel*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
  - Leitud ainuke sobiv arv 512: 5 p
  - Muudetud õigesti numbrite järjekorda ja leitud korrutis 2008: 2 p
3. (*Oleg Košik*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
  - Tähelepanek, et ringide keskpunktid ja puutepunkt asuvad ühel sirgel: 1 p
  - a)-osa lahendus: 3 p
  - b)-osa lahendus (näide koos selgitusega): 3 p
4. (*Emilia Käsper*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
  - Ruutude arvu  $6n^2$  leidmine: 1 p
  - Lõikepunktide arvu  $6n^2 + 2$  leidmine: 2 p
  - Lahenduse lõpuleviimine: 4 p

Tööd, mis selle skeemi järgi punkte ei saanud, aga kus oli läbi vaadatud juht  $n = 1$ , said 1 punkti.

Mitmes töös oli väidetud, et murdjoon peab kuupi katma „siksakina“ või „sirgena“, see aga pole võimalik. Üheski sellises töös aga ei olnud veenvat põhjendust, miks murdjoon ühelgi teisel kujul olla ei saa. Kuna pole põhjust arvata, et viimase väite tõestamine on lihtsam kui algne ülesanne, selline arutlus punkte ei andnud.

5. (Toomas Krips)

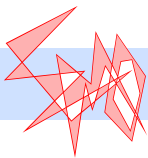
*Lahendus 1.*

- Näidatud, et peab leiduma kaks sisemist sektorit, mis on täielikult kohakuti mingisuguste välimiste sektoritega: 3 p
- Pandud tähele seaduspärasust, kuidas see, kas vastassektorid on sama või eri värvi, sõltub paarsusest: 2 p
- Rakendatud seda näitamaks, et vastassektorite paarist üks on sama ja teine eri värvi: 2 p

*Lahendus 2.*

- Leitud suvaline tingimustega sobiv asend: 1 p
- Konstruktsioon, kuidas keerates alati leidub mingisugune sise- mine sektor, mis on välimisega kohakuti: 4 p
- Põhjendus: 2 p

Kui leidis idee alge, mis oleks arendamisel sihile viinud, siis anti vastavalt idee kasutatavusele üks või kaks punkti.



## Hindamisskeemid

1. (*Mati Abel*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.
  - Leitud 1 lahend või alustatud lahendamist: 1 p
  - Leitud 2 lahendit: 2 p
  - Leitud 3 lahendit, kuid selgitused puuduvad: 3 p
  - Leitud 3 lahendit, kuid teiste lahendite leidmisel tehtud vigu: 4 p
  - Leitud 4 lahendit, kuid põhjendused ebatäpsed: 5 p
  - Leitud kõik lahendid, kuid selgitused ebatäpsed: 6 p
  - Korrektne lahendus: 7 p
2. (*Aleksei Lissitsin*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.
  - Ei ole õiget näidet, kuid on tähelepanek vahetada kaks lippu keskel 3 sammuga: 2 p
  - Õige näide on olemas, kuid ei ole tõestust, miks see on minimaalne: 4 p
  - On olemas õige näide ja selgitus, miks 4 nurgalippu saab vahetada minimaalselt 5 käiguga: 5 p
  - On olemas õige näide ja selgitus, miks keskel olevate lipude vahetamiseks on tarvis minimaalselt 18 käiku: 6 p
  - Täislahendus: 7 p

Väikese vea korral sai lahendus 1 punkti vähem.
3. (*Juhan Aru*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
  - Tõestatud väide ühes suunas: 3 p
  - Tõestatud väide teises suunas: 3 p
  - Märgatud, et on vaja tõestada kahes suunas: 1 p
4. (*Toomas Paaver*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
  - a)-osa täislahendus: 2 p
  - b)-osa täislahendus: 5 p

*Sealhulgas tüüpiliste lahenduste eest*

  - õige vastus koos üldise selgitusega: 1 p

- lahendus, mille koosseisus kasutatakse mõnda õiget, aga tõestamata väidet:

3 p

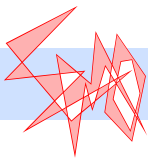
5. (*Kalle Kaarli*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Põhimõtteliselt õige lahenduskäik, kus esines väiksemaid puudusi (arvutusvead, mõne juhu äraunustamine):
- Lahendus, kus oli tähele panemata jäetud võimalus  $m = n$  (näiteks saab tahvlile kirjutatud arvudest genereerida  $2 \cdot 2 + 2 + 2 = 8$ ):
- Lahendused, kus oli küll mingil määral analüüsitud, milliseid arve saab genereerida, kuid lõplikule lahendusele viivat ideed ei olnud:

5–6 p

3 p

1 p

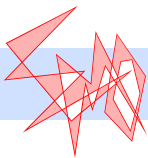


## Hindamisskeemid

1. (*Härmel Nestra*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
- Näitamine, et lühema külje pikkus on vähemalt 5: 2 p
  - Näitamine, et kui lühema külje pikkus on 5, siis pikema külje pikkus on vähemalt 7: 2 p
  - Näitamine, et  $5 \times 7$  ristküliku saab tükeldada: 2 p
  - Mainimine, et kui lühema külje pikkus on vähemalt 6, siis pindala pole minimaalne: 1 p
2. (*Jevgeni Martjušev*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
- Juhtum, kui  $b$  on paaritu arv: 4 p
  - Juhtum, kui  $b$  on paarisarv: 3 p
- Ainult õige vastuse eest anti 0 punkti. Tõestuse eest, et  $a$  on paaritu arv, anti 0 punkti.
3. (*Jan Willemson*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.
- Tõestatud, et  $AB \parallel CD$ : 1 p
  - Tõestatud, et  $\angle KAL = \angle KBM$ : 2 p
  - Tõestatud, et  $K$  asub sirgel  $BC$  või  $\angle BKD = 90^\circ$  või mõni samaväärne väide: 2 p
  - Tõestatud, et  $\angle ALK = \angle KMB$ : 2 p
- Kui muidu suuremas osas täielikus lahenduses unustati ära, et on võimalik kaks põhimõtteliselt erinevat pilti ja lahendus sõltus punktide järjekorrast sirgel  $BD$ , siis võeti summast maha 1 punkt.
4. (*Kaie Kubjas*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt (lahenduskaik sarnane žürii poolt toodule, proovitakse avaldise teisendamist ruutude summaks).
- Leitud üks kolmest žürii lahenduses toodud ruudust: 2 p
  - Leitud kaks kolmest žürii lahenduses toodud ruudust: 4 p
  - Avaldis esitatud ruutude summana: 6 p
  - Täislahendus: 7 p

Esines mitmeid žürii lahendusest erinevaid lahendusi. Neid hinnati vastavalt sellele, kui suur osa ülesandest oli lahendatud. Tööd, kus oli idee teisendada avaldis ruutude summaks, kuid õigeid ruute ei saadud, said 1–2 punkti olenevalt sellest, kas oli ka muid edasiviivaid ideid. Paljudes töödes oli kirjutatud, et võrdus kehtib, kui  $a = b = c = 0$  – selle eest punkte ei antud.

5. (*Laur Tooming*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.
- Kasutatud kuusnurga nurkade summat  $720^\circ$ : 1 p
  - Kasutatud keskristsirgete seost ümberringjoontega: 1 p
  - Tõmmatud lõigud kolme ringjoone ühisest punktist punktidesse  $A$ ,  $C$  ja  $E$ : 1 p
  - Leitud alumised või ülemised tõkked kumera kuusnurga nurkade hulgas olla võivate nüri- või teravnurkade arvule: 2 p
  - Kasutatud kõõlnelinurkade omadusi: 4 p
  - Peaaegu täielik lahendus ebatäpsustega: 6 p
  - Täislahendus: 7 p



## Hindamisskeemid

1. (*Mart Abel*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

*Skeem 1.*

- Avaldise  $(1 + u^2)(1 + v^2)$  esitamise eest vaid ühe muutuja kaudu: 1 p
- Funktsiooni  $f(u) = u^4 - 2u^3 + 3u^2 - 2u + 2$  või funktsiooni  $f(v) = v^4 - 2v^3 + 3v^2 - 2v + 2$  sissetoomise eest: 1 p
- Funktsiooni  $f$  tuletise leidmise eest: 1 p
- Funktsiooni tuletise  $f'$  avaldamise eest kujul  $f'(u) = 2(2u - 1)(u^2 - u + 1)$  või kujul  $f'(v) = 2(2v - 1)(v^2 - v + 1)$ : 1 p
- Näitamise eest, et tagumisel ruutvõrrandil lahendid puuduvad: 1 p
- Kontrolli eest, et  $f''\left(\frac{1}{2}\right) > 0$ : 1 p
- Õige vastuse eest: 1 p

*Skeem 2.*

- Asenduste  $u = \frac{1}{2} + x$  ja  $v = \frac{1}{2} - x$  sissetoomise eest: 2 p
- Teisenduse  $(1 + u^2)(1 + v^2) = \frac{25}{16} + \frac{3}{2}x^2 + x^4$  eest: 2 p
- Järelduse eest, et miinimum saavutatakse, kui  $x = 0$ , ja sellele vastavate  $u$  ja  $v$  korral õige vastuse leidmise eest: 3 p

*Skeem 3.*

- Teisenduse  $(1 + u^2)(1 + v^2) = 2 - 2uv + (uv)^2$  eest: 2 p
- Uuele muutujale  $s = uv$  ülemineku eest: 1 p
- Näitamise eest, et  $s \in \left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$ : 1 p
- Funktsiooni kahanevuse põhjal järelduse, et miinimum saavutatakse kohal  $s = \frac{1}{4}$ , tegemise eest: 2 p
- Vastuse leidmise eest: 1 p

2. (*Reimo Palm*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Tõestatud tarvilikkuse osa, st et kui kolmnurkade  $AOB$  ja  $COD$  ümberringjooned puutuvad, siis  $AC$  ja  $BD$  on risti: 3 p

- Tõestatud piisavuse osa, st et kui  $AC$  ja  $BD$  on risti, siis kolmnurkade  $AOB$  ja  $BOC$  ümberringjooned puutuvad: 4 p
- Sealhulgas*
- põhjendatud, miks  $ABCD$  on romb: 2 p
- tõestatud, et rombi puhul vastavate kolmnurkade ümberringjooned puutuvad: 2 p

3. (*Konstantin Tretjakov*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

- Alamülesande a) puhul tõestatud, et leidub vähemalt üks  $n$ -ga jaguv vahesumma: 2 p
- Alamülesande a) puhul tõestatud, et leidub ülimalt üks  $n$ -ga jaguv vahesumma: 2 p
- Alamülesande b) puhul tõestatud, et leidub parajasti üks  $n$ -ga jaguv vahesumma: 3 p

Alamülesande b) pooliku lahenduse eest punkte ei antud.

4. (*Indrek Zolk*) Lahenduse allpool märgitud osade eest antud punktid summeeriti.

*Lahendused, mis kasutasid žürii esimese lahenduse ideid.*

- Juht, kus  $X \neq O$ ,  $Z_1 \neq O$  ja  $|AX| \neq |AZ_1|$ : 3 p
- Juht, kus  $|AX| = |AZ_1|$  (sealhulgas juht, kus  $|AX| = |AZ_1| = |XZ_1|$ ): 2 p
- Juhud, kus  $X = O$  või  $Z_1 = O$ : 2 p

*Lahendused, mis kasutasid žürii teise lahenduse ideid.*

- Juht, kus kolmnurk  $AXZ_1$  on võrdkülgne: 1 p
- Ülejäänud juhud: 6 p
- Sealhulgas:*
- leitud ainult üks punkt  $Z_2$ : 3 p
- leitud mõlemad punktid  $Z_2$  ja  $Z_3$ : 6 p

5. (*Peeter Laud*) Tüüpiliste lahenduste eest anti punkte järgmiselt.

- Täislahendus: 7 p
- Leitud, et ülesande lahendamiseks piisab näitamisest, et seos „takistab kukkumist“ pulkade vahel on tsükliteta: 1 p