9. klass

Ülesanne 1 (Toomas Paaver)

Antud võrrandi teisendamine sobivale kujule	**3 p.**
Õigete järelduste tegemine leitud kujust (ruutude summa ärakasutamine)	**3 p.**
Õige vastus	**1 p.**
	7 p.

Erijuht: lahendus lisaeeldusel, et x ja y on täisarvud	4 p.

Ülesanne 2 (Urmo Kaber)

Esitatud sobiv arvude viisik, kus suurim arv on 13	**3 p.**
Esitatud sobiv arvude viisik, kus suurim arv on 12	**5 p.**
Täielik lahendus (koos minimaalsuse põhjendusega)	**7 p.**

Paljud ei mõistnud, et mingi lahendi leidmine ei tõesta veel seda, et väiksema maksimumiga lahendit ei ole. Enamusel puudus tõestus, miks leitud lahendis arvude maksimum on võimalikest vähim.

Ülesanne 3 (Elts Abel)

Näitamine, et kolmnurkade AMO ja CNO pindalad on võrdsed, kus O on AN ja CM lõikepunkt	**3 p.**
Näitamine, et kolmnurkade AMC ja ANC pindalad on võrdsed (või sobivate kolmnurkade sarnasuse näitamine)	**2 p.**
Näitamine, et punktid M ja N asuvad sirgest AC võrdsel kaugusel (või vajalike nurkade võrdsuse näitamine)	**1 p.**
Tõestuse lõpuleviimine	**1 p.**
	7 p.

Ülesanne 4 (Lea Lepmann)

Avaldise esitamine korrutisena ja tähelepanek, et tuleb kontrollida jaguvust 3-ga ja 8-ga	**1 p.**
8-ga jaguvuse tõestus	**3 p.**
3-ga jaguvuse tõestus	**3 p.**
	7 p.

Kui 8-ga jaguvuse asemel oli tõestatud ainult 2-ga jaguvus, siis sai selle osa eest 1 punkti. Kui oli väite kehtivust näidatud ainult mõne konkreetse arvu korral, sai kokku 1 punkti.

Ülesanne 5 (Meelis Kull)

Tõestus, et punktid K_i, O_i ja O on ühel sirgel, kus O on ringjoone keskpunkt, O_i väikeste ringjoonte keskpunktid ja K_i puutepunktid ringjoonega C	**3 p.**
Selle alusel tõestus, et Q=O	**4 p.**
	7 p.

10. klass

Ülesanne 1 (Reimo Palm)

Tähelepanek, et x, y ja z peavad jaguma vastavalt 24-ga, 30-ga ja 40-ga	**2 p.**
Arvude x, y ja z ülejäänud algtegurite leidmine ilma tingimust VÜK(x,y,z)=2400 arvestamata	**2 p.**
Arvude x, y ja z ülejäänud algtegurite valimine nii, et VÜK(x,y,z)=2400	**2 p.**
Sobivate variantide väljavalimine tingimuse $x<y<z$ järgi	**1 p.**
	7 p.

Ülesanne 2 (Mati Abel)

On märgata sobivat lahenduse ideed	**1 p.**
Lahendus õigesti alustatud	**2 p.**
Põhiliselt täielikus lahenduses puudub mingi väite põhjendus	**6 p.**
Täielik lahendus	**7 p.**

Ülesanne 3 (Kalle Kaarli)

Kirja pandud vaadeldava arvu üldkuju ja püütud seda teisendada	**1 p.**
Põhjendus antud ühel erijuhul	**1 p.**
Põhjendus antud kahel-kolmel erijuhul	**2 p.**
Õige vastus koos veenva põhjendusega	**7 p.**

Katset anda lahendus üldjuhul, mis ei viinud sihile, hindasin 2-4 punktiga. Põhimõtteliselt õigelt lahenduselt võtsin punkti maha väga halva vormistuse eest.

Ülesanne 4 (Ahti Peder)

Leitud punktide väärtused peale esimest ja peale teist sekundit	**1 p.**
Leitud summa peale esimest ja peale teist sekundit	**1 p.**
Püstitatud hüpotees, et summa on 4^n	**1 p.**
Püstitatud hüpotees tõestatud	**4 p.**
	7 p.

Kui punkti väärtus järgmisel sekundil leiti kui *tema enda ja* tema nelja naabri eelmise sekundi väärtuste summa, siis sai lahendus kokku kuni 1 p.

Ülesanne 5 (Nikita Salnikov)

Tõestus, et a, b, c kuuluvad lõigule [-1,1]	**2 p.**
Tähelepanek, et sel juhul $x^2 \geq x^3$	**1 p.**
Näitamine, et $x^2 = x^3$, kus x = a, b, c	**2 p.**
Näitamine, et a, b, c peavad olema 0 või 1	**1 p.**
Õige vastus	**1 p.**
	7 p.

Kui on ainult näidatud, et kolmik 1,0,0 sobib ja leitud vastus 1 sellel juhul, siis sai 1 p.

11. klass

Ülesanne 1 (Anton Stalnuhhin)

Loetletud puuduste eest võeti 7 punktist punkte maha järgnevalt:

Kasutatud ilma põhjenduseta, et $a \neq b$	**- 1 p.**
Kasutatud tõestuseta, et kui a ja b on täisarvud ja kehtib $a*(a+1)*(a-1)=b*(b+1)*(b-1)$, siis $a*(a+1)*(a-1)=b*(b+1)*(b-1)=0$	**- 2 p.**
Vastus on mittetäielik või sisaldab valesid paare	**- 1 p.**

Ülesanne 2 (Oleg ja Dmitri Petšonkin)

Ainult rakendatud siinusteoreemi õigetele kolmnurkadele	**2 p.**
Rakendatud siinusteoreemi ning avaldatud $\|OL\|$ ja $\|OK\|$	**3 p.**
Täielik lahendus arvutusveaga	**6 p.**
Täielik lahendus	**7 p.**

Ülesanne 3 (Hannes Jukk)

Tõestus juhu jaoks, kus punkt (0,0) on märgitud	**3 p.**
Tõestus juhu jaoks, kus punkt (0,0) on märkimata	**4 p.**
	7 p.

Punktid mittetäielike lahenduste eest, kus polnud neid kahte juhtu eraldi vaadeldud:

Vaadeldud ainult 'optimaalset' konfiguratsiooni, kus on märgitud 2x2 ruutude tipud 5x5 ruudu nurkades. Näidatud, et sel juhul ei saa enam 17. punkti märkida, ning üritatud põhjendada, miks sellist konfiguratsiooni vaadeldakse.	1 p.
Selgitatud, miks peab ridade (veergude) seas olema vähemalt kaks 4 märgitud punktiga rida (veergu), ning siis need juhud *osaliselt* läbi vaadatud.	4 p.
Eelnevale lisaks selgitus, miks 4 punkti ühes reas (veerus) on maksimaalne	5 p.

Ülesanne 4 (Jan Villemson)

Lahendi $f(x)=0$ leidmine	**1 p.**
Lahendi $f(x)=\sqrt{x}$ leidmine	**1 p.**
Tõestus, et juhul kui $f(x_0) \neq 0$, siis $f(x_0)=\sqrt{x_0}$	**2 p.**
Tõestus, et juhul kui leidub $x_0>0$, mille korral $f(x_0)=0$, siis $f(x)=0$ iga x korral	**3 p.**
	7 p.

Ülesanne 5 (Oleg Košik)

a) osa	**4 p.**
b) osa	**3 p.**
Sealhulgas: näitamine, et on võimalikud teisendused $XY \leftrightarrow ZZ \leftrightarrow YX$	*1 p.*
b) osa lahenduse lõpuleviimine	*2 p.*
	7 p.

Punktid a) osa mittetäielike lahenduste eest:

On aru saadud, et vastus (sõna on või ei ole BAU keeles) sõltub ainult sõnas esinevate tähtede arvudest	1 p.
On koostatud õige võrrandisüsteem	2 p.

12. klass

Ülesanne 1 (Mihkel Kree)

Jõutud võrrandini, mille muutujatest avaldub otsitav nurk; midagi olulist edasi pole osatud järeldada.	**3 p.**
Jõutud olulise võrratuseni, kuid pole osatud kasutada monotoonsust	**4 p.**
Täielik lahendus	**7 p.**

Ülesanne 2 (Indrek Zolk)

Detailne algoritmi kirjeldus, kuidas Albert peab arve ütlema, et sundida Brita nupuga ribalt välja käima	**5 p.**
Sealhulgas: valitud esimeseks sammuks 4 ning võetud Brita valitud suund soovitavaks	*1 p.*
ülejäänud osa, mis katab ammendavalt kõikvõimalikud Brita suunavalikud	*4 p.*
Põhjendus, miks kirjeldatud algoritm lahendab ülesande	**2 p.**
	7 p.

Suurem osa lahendajatest märkas, et esimesel käigul tasub Brita nupp võimalikult ääre lähedale viia ning seejärel sundida ta sellessamas suunas ribalt välja. Mõne lahendaja pakutu polnud paraku ammendav algoritm, sest käsitles vaid mõningaid Brita käigusuundi. Mitmele võistlejale valmistas raskusi ka põhjendamine, miks esitatud algoritm ikkagi ülimalt 19 käigu järel töö lõpetab.

Ülesanne 3 (Hendrik Nigul)

Tarvilikkus: tõestus, et võrdkülgses kolmnurgas kehtib vektorvõrdus AK+BL+CM=0	**1 p.**
Piisavus: tõestus, et kui kehtib AK+BL+CM=0, siis kolmnurk on võrdkülgne	**6 p.**
	7 p.

Tüüpilised mittetäielikud piisavuse tõestused (punktid piisavuse osa eest):

Olemas ainult idee kasutada projektsiooni	1 p.
Olemas idee konstrueerida kõrgusvektoritest uus kolmnurk	2 p.
Tõestatud, et kõrgusvektoritest konstrueeritud kolmnurk on sarnane kolmnurgaga ABC	4 p.

Ülesanne 4 (Aleksei Lissitsin)

Tõestatava võrratuse teisendamine kujule $1+ab+ac+bc \geq 4(abc)^2$	**1 p.**
Aritm. ja geom. keskmiste vahelise võrratuse abil tõestus, et kehtib $(1+ab+ac+bc)/4 \geq (abc)^{1/2}$	**2 p.**
Näitamine, et võrdusest $a^2+b^2+c^2 = 3$ järeldub $abc \leq 1$	**2 p.**
Tähelepanek, et siis $(abc)^2 \leq (abc)^{1/2}$, ning lõppjärelduse tegemine	**2 p.**
	7 p.

Kõik edukad lahendused kasutasid üht, žürii pakututest erinevat ideed. Sellise lahenduse põhisammud on kirjeldatud ülaltoodud hindamisskeemis.

Ülesanne 5 (Härmel Nestra)

a) osa (paralleelsus)	**3 p.**
b) osa (ristseis)	**4 p.**
	7 p.

Punktid tüüpiliste mittetäielike lahenduste eest kummaski osas:

a) osa: Tehtud ainult üleminek kongruentsidele	1 p.
b) osa: Tehtud ainult diameetri jaoks	2 p.
b) osa: Põhjendatud üleminek kongruentsidele	2 p.
b) osa: Tähele pandud, et $c*(n/2) \equiv (n/2)$ (modulo n)	1 p.

Ülesanne käis ootamatult paljudele üle jõu. Suurel osal võistlejaist näib puuduvat igasugune ettekujutus tehetest kongruentsidel, kuigi antud olukord (käimine ringiratast mööda korrapärase hulknurga tippe) on tüüpiline, kus seda vaja läheb. Ei saadud hakkama ka ülesande tingimuste ümberkirjutamisega arvuliste muutujate abil, kui kongruentse ei tuntud. Mitmed eksisid paralleelsuse tingimuse kirjapanemisel suunaga (i-k=l-j asemel kirjutati i-k=j-l), seda isegi juhul, kui samas kõrval oli konkreetse olukorra jaoks joonis tehtud.
Paralleelsuse osas ma ei nõudnud kongruentsile üleminekul erilisi põhjendusi, piisas õige seose väljakirjutamisest. Seevastu ristseisu osas ma seda ilmseks ei lugenud ja põhjenduste puudumisel võtsin punkte maha. Samuti võtsin punkti maha, kui polnud üleminekul öeldud, et tegemist on samaväärse tingimusega, sest kasutada oli seda vaja ju mõlemas suunas.