

## 9. klass

### Ülesanne 1 (Elts Abel)

Õigete seaduspärasuste kasutamise eest kuu esimese ja teise poole müügimahtude leidmiseks	2 p.
Vajalikud müügimahtude õige arvutamise eest	2 p.
Oktoobri ja detsembri terve kuu müügimahtude võrdlemise eest	2 p.
Näitamise eest, et müügimaht vähenes tõepoolest rohkem kui 10% võrra	1 p.
	<hr/>
	7 p.
Paljud võrdlesid kuude teiste poolte müügimahtusid tervete kuude müügimahtude asemel ilma selle lubatavust põhjendamata.	

### Ülesanne 2 (Lea Lepmann)

Antud arvu numbrite kõigi 6 järjestuse kirjapaneku eest	1 p.
Näitamise eest, et esialgse arvu numbrite summa on 15	3 p.
- sealhulgas näitamise eest, et see summa ei saa olla 5 ega 25	1 p.
Kõigi 8 sobiva arvu leidmise eest	3 p.
	<hr/>
	7 p.

### Ülesanne 3 (Toomas Hinnosaar)

Osa a) eest kokku	4 p.
- võrrandini $m^2+n^2-mn=0$ (või mõne samaväärse kujuni) jõudmise eest	2 p.
- tähelepaneku eest, et iga $m,n>0$ korral $m^2+n^2>mn$	1 p.
- selle tõestamise eest	1 p.
Osa b) eest kokku	3 p.
- võrrandini $m^2+n^2-3mn=0$ jõudmise eest	1 p.
- tõestuse eest, et sobivaid täisarvulisi lahendeid ei leidu	2 p.
	<hr/>
	7 p.

### Ülesanne 4 (Urmo Kaber)

Õige joonise tegemise eest	1 p.
Vaadeldavate kolmnurkade ühtede nurkade võrdsuse tõestamise eest	3 p.
Teiste nurkade võrdsuse tõestamise eest	2 p.
Sellest kolmnurkade sarnasuse korrektse järeldamise eest	1 p.
	<hr/>
	7 p.

### Ülesanne 5 (Mart Abel)

Juhtumi läbivaatamise eest, kus kõik sirged on paralleelsed	1 p.
Tähelepaneku eest, et igal sirgel võib olla 0 kuni 1999 lõikepunkti	2 p.
Näitamise eest, et 0 ja 1999 lõikepunkti ei saa realiseeruda samaaegselt	3 p.
Dirichlet' printsiibi põhjal õige järelduse tegemise eest	1 p.
	<hr/>
	7 p.
Erijuhtude vaatlemise eest	
Leiduvad 2 paralleelset sirget, kusjuures ükski 3 ei lõiku ühes punktis	1 p.
Leiduvad 2 sirget, mis ühtivad	1 p.
Ei leidu paralleelseid sirgeid ning ühtegi punkti ei läbi üle 2 sirge	1 p.
Kõik sirged lõikuvad ühes punktis	1 p.
1999 sirget lõikuvad ühes punktis	1 p.

## 10. klass

### Ülesanne 1 (Toomas Paaver)

Võrrandisüsteemi koostamise eest, mille tundmatuteks on erinevate järjestuste esinemise arvud	2 p.
Tõestamise eest, et 3 neist järjestustest esinesid parajasti ühel sedelil	2 p.
Kõigi 6 järjestuse esinemise arvude leidmise eest	2 p.
Lõppvastuse leidmise eest	1 p.
	<hr/>
	7 p.

### Ülesanne 2 (Vladimir Kutšmei)

Ülesande taandamise eest arvude $4^{601}$ ja $5^{600}$ (või 4 ja $(5/4)^{600}$ ) võrdlemisele	3 p.
Näitamise eest, et $4^{601} < 5^{600}$ (või $4 < (5/4)^{600}$ )	4 p.
	<hr/>
	7 p.

Ainult õige vastuse eest koos mingi põhjendusega sai 1 p.

### Ülesanne 3 (Nikita Salnikov)

Esimese ja kolmanda võrrandi liitmise eest	1 p.
Seose $(a-b)^2 + (c-d)^2 = 0$ leidmise eest	2 p.
Järeldamise eest, et $a=b$ ja $c=d$	2 p.
Tõestuse lõpuleviimise eest	2 p.
	<hr/>
	7 p.

### Ülesanne 4 (Andrei Filonov)

*Hindamisskeem lahenduste jaoks, kus tõestati, et kolmnurga ABF tipust A tõmmatud kõrgus on ühtlasi selle kolmnurga mediaaniks:*

Idee eest niimoodi tõestada	3 p.
Tõestuse eest, et kõrguse pikendus läbib külje BC keskpunkti	1 p.
Tõestuse eest, et lõikepunkt selle sirgega jaotab lõigu BF kaheks võrdseks osaks	3 p.
	<hr/>
	7 p.

Muudel viisidel lahendused olid kas 0 või 6-7 punkti väärilised

### Ülesanne 5 (Kati Metsalu)

Osa a) tõestuse eest	2 p.
Osa b) eest kokku	5 p.
- paralleelsete sirgeteta variandi läbivaatamise eest	1 p.
- ühe paralleelsete sirgete kogumiga juhu läbivaatamise eest	2 p.
- mitme paralleelsete sirgete kogumiga juhu läbivaatamise eest	2 p.
	<hr/>
	7 p.

Osas a) ei saanud punkte väite "saab, kui ühes punktis lõikub paaritu arv sirgeid ja selliseid punkte on paaritu arv" vmt. eest

Osas b) oli mitmes muidu korrektses töös eeldatud, et on mingi hulk omavahel paralleelseid sirgeid ning et kõik ülejäänud lõikuvad kõigi teiste sirgetega. Sellised tööd said osa b) eest 3 punkti.

## 11. klass

### Ülesanne 1 (Valdis Laan)

Näitamise eest, et arvud 2, 3 ja 7 on nõutava omadusega 2 p.  
Tõestuse eest, et ülejäänud algarvude korral tekib jääk 1 5 p.  
7 p.

Kui oli näidatud, et mõni arvudest 2, 3 või 7 on nõutava omadusega, sai 1 p.

### Ülesanne 2 (Reimo Palm)

*Tüüpiliste osaliste lahenduste eest antud punktid:*

On kasutusele võetud sobiv riskülik ja märgitud diagonaalide poolitamine, kuid  
tõestamata või põhjendamatault jooniselt vaadates eeldatud, et sirge  $KH$  läbib risküliku  
teist tippu 2 p.

Analoogiline eelnevaga, sobiva risküliku neljas punkt on leitud sirgete  $KH$  ja  $RS$   
lõikepunktina ning seejärel eeldatud, et neljas nurk on täisnurk 3 p.

Tõestatud vaid, et antud kõõlnelinurgal on veel üks nurk täisnurk 1 p.

Arvutatud mitme nurga suurus, kuid lahenduseni pole jõutud 2 p.

### Ülesanne 3 (Eno Tõnisson)

*Tüüpiliste osaliste lahenduste eest antud punktid:*

Kirja pandud teguriteks lahutus  $x^3 - x = (x-1) \cdot x \cdot (x+1)$  1 p.

Leitud, et  $a=0$  korral on tingimused täidetud 1 p.

Selgituse alge olemas 1 p.

Lünklik või mõningate ebatäpsustega selgitus 4-6 p.

### Ülesanne 4 (Ahti Peder)

*Lahendus jada  $a_n + b_n$  üldliikme valemi abil*

Seaduspärasuse leidmise eest jada  $a_n + b_n$  üldliikme jaoks 3 p.

Selle tõestuse eest mat. induktsiooni abil 3 p.

Vastuse leidmise eest esitatud küsimusele 1 p.  
7 p.

*Lahendus rekursiivse seose abil*

Rekursiivse seose  $a_{(n+1)} + b_{(n+1)} = (a_n + b_n)^{2/2}$  leidmise eest 2 p.

Rekursiivsest seosest valemi  $a_n + b_n = 2^{2^{(n-1)+1}}$  tuletamise eest 4 p.

Vastuse leidmise eest esitatud küsimusele 1 p.  
7 p.

Paljudes töodes leiti 5-6 esimese liikme järgi seaduspära ja sellest järeldati jada üldliikme  
kuju, ilma seda mat. induktsiooniga põhjendamata.

### Ülesanne 5 (Härmel Nestra)

Juhu  $101 \leq m \leq 121$  läbivaatamise eest 1 p.

Juhu  $323 < m$  läbivaatamise eest 1 p.

Hea idee eest ülejäänud juhtude jaoks 1 p.

Juhu  $121 < m \leq 323$  eest, kus  $m$  on paaris 2 p.

Juhu  $121 < m \leq 323$  eest, kus  $m$  on paaritu 2 p.  
7 p.

Põhivõiks oli tõestuseta eeldamine, et strateegia, kus mängija tõestab algul ära vastase  
raamatus mitte esinevad teoreemid, on parim. Paari lausega pole seda võimalik  
korralikult põhjendada, sest tuleb ju valida kõrvale suvaline strateegia ja võrrelda tulemusi  
suvalise partii peal. Seeparast võtsin selle eelduse põhjenduseta kasutamise eest  
vähemalt 2 punkti maha.

## 12. klass

### Ülesanne 1 (Mati Abel)

Ühes suunas väite tõestamise eest	3 p.
Teises suunas väite tõestamise eest	3 p.
Jadade mittekonstantsuse kontrolli eest	1 p.
	<hr/>
	7 p.

Ühe- või teisesuunalise väite osalise tõestuse eest sai 1 p.

### Ülesanne 2 (Kalle Kaarli)

Arusaamise eest, milline on tabeli liikme üldkuju (üldine omadus)	5 p.
Üldkuju (üldise omaduse) korrektse tõestuse eest	2 p.
	<hr/>
	7 p.

Erijuhtudel jaguvuse tõestuse eest sai 1-2 p.

### Ülesanne 3 (Jan Villemson)

Võrduse $ DN = EM $ või sellega samaväärse väite tõestuse eest	2 p.
Tõestamise eest, et nelinurk $OPHQ$ on romb	3 p.
Arutluse lõpuleviimise eest	2 p.
	<hr/>
	7 p.

*Kommentaar:* Üsna paljudes lahendustes oli vaatlumata juht, kus punktid asuvad kolmnurga küljel teises järjekorras.

### Ülesanne 4 (Meelis Kull)

*Tüüpiliste osaliste lahenduste eest antud punktid:*

Võrrand on teisendatud kujule $c \cdot \cos(\alpha - \beta) = a \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos \beta$	1 p.
Võrrand on teisendatud kujule, kus on ainult nurgad	2 p.
Esitatud tõestus, mis ei kehti täisnurkse kolmnurga puhul	6 p.
Esitatud tõestus, mis on ebatäpne nürinurkse kolmnurga puhul	6 p.

### Ülesanne 5 (Uve Nummert)

Arusaamise eest, et lõpmatuid tasandiosi on $2n$	1 p.
Õige seaduspärasuse leidmise eest lõplike tasandiosade maksimaalse arvu jaoks	2 p.
Põhjenduse eest, miks ülalmainitud seaduspärasused kehtivad	3 p.
Sobiva näite eest 7 sirge jaoks	1 p.
	<hr/>
	7 p.

Ainult õige vastuse 7 eest koos sobiva näitega sai 2 p.

7 punkti saamiseks pidid lõplike ja lõpmatute tasandiosade arvude valemid või tabeli täitmiseks kasutatud seaduspärasused olema veenvalt põhjendatud