

Teisipäev, 10. juuli 2018

Ülesanne 4. *Lahtriks* nimetame igat tasandi punkti (x, y) , kus x ja y on mõlemad positiivsed täisarvud, mis on väiksemad või võrdsed kui 20.

Alghetkel on kõik 400 lahtrit hõivamata. Anna ja Brigitta panevad kordamööda lahtritesse kivi-
sid, alustab Anna. Igal omal käigul paneb Anna uue punase kivi hõivamata lahtrisse, nii et ühegi
kahe punase kiviga hõivatud lahtri vahekaugus ei oleks võrdne $\sqrt{5}$. Brigitta paneb omal käigul uue
sinise kivi suvalisse hõivamata lahtrisse. (Lahter, mis on hõivatud sinise kiviga, tohib asuda suvalisel
kaugusel igast teisest hõivatud lahtrist.) Mäng peatub, kui üks tüdrukutest ei saa enam uut kivi
panna.

Leia suurim arv K , mille korral saab Anna kindlustada, et tal võimalik panna K punast kivi
sõltumata sellest, kuidas paneb oma sinised kivid Brigitta.

Ülesanne 5. Olgu a_1, a_2, \dots positiivsete täisarvude lõpmatu jada. Eeldame, et leidub selline täisarv
 $N > 1$, et iga $n \geq N$ korral on arv

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

täisarv. Tõesta, et leidub positiivne täisarv M , nii et $a_m = a_{m+1}$ kõigi $m \geq M$ korral.

Ülesanne 6. Kumer nelinurk $ABCD$ rahuldab tingimust $|AB| \cdot |CD| = |BC| \cdot |DA|$. Nelinurga
 $ABCD$ sees asub selline punkt X , et

$$\angle XAB = \angle XCD \quad \text{ja} \quad \angle XBC = \angle XDA.$$

Tõesta, et $\angle BXA + \angle DXC = 180^\circ$.